YK

ಎಸ್.ಎಸ್.ಎಲ್.ಸಿ

Yakub Koyyur
GHS nada
Belthangady taluk
D.K. – 574214
Email:
yhokkila@gmail.com

ಗಣಿತ

ಕನ್ನಡ ಮಾಧ್ಯಮ

ಭಾಗ –1

ಸಂಪೂರ್ಣಪರಿಹಾರ

ಹೊಸ ಪಠ್ಯ ಆಧಾರಿತ

Available in:ykoyyur.blogspot.com

ಪರಿವಿಡಿ

ಭಾಗ –1

1 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು

1.2 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ:

ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪಟ್ಟಿಯೇ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ.

i)	1, 2, 3, 4	ಪ್ರತಿ ಪದವು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕಿಂತ 1 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ
ii)	100, 70, 40, 10	ಪ್ರತಿ ಪದವು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕಿಂತ 30 ಕಡಿಮೆ ಇದೆ
iii)	-3, -2, -1, 0	ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುದು
iv)	3, 3, 3, 3	ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೆ 0 ಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯಬಹುದು
v)	-1, -1.5,-2.0,-2.5	ಪ್ರತಿ ಪದವನ್ನು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೆ –0.5 ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ

ಆ ಸ್ಥಿರ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ(d) ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ. ಇದು ಧನ, ಋಣ ಅಥವಾ ಶೂನ್ಯ ಆಗಿರಬಹುದು.

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a_1 , ಎರಡನೇ ಪದ a_2 .... n ನೇ ಪದ a_n, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆಗಿರಲಿ.

ಆಗ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯು a_1, a_2, a_3 ...... a_n ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = \ldots\ldots\ a_{n+1} - a_n = d$

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ: a, a + d, a + 2d, a + 3d......

ಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ:

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದು ಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿ.ಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿಗೆ ಕೊನೆಯ ಪದ ಇರುತ್ತದೆ.

a) ಬೆಳಗಿನ ಪ್ರಾರ್ಥನೆಗೆ ಸಾಲಾಗಿ ನಿಲ್ಲುವ ಶಾಲೆಯೊಂದರ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಎತ್ತರಗಳು (cm ಗಳಲ್ಲಿ)
147, 148, 149 .... 157.

b) ಒಟ್ಟು ‘ 1000ಗಳ ಸಾಲಕ್ಕೆ 5% ದಂತೆ ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳು ಪಾವತಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಬಾಕಿ ಹಣ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ)
950, 900, 850, 800 .... 50.

c) ಪ್ರತಿ ತಿಂಗಳು ‘ 50 ರಂತೆ ಉಳಿಸುತ್ತಾ ಹೋದರೆ 10 ಕಂತುಗಳಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಉಳಿಕೆ (ರೂಗಳಲ್ಲಿ)
50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500.

ಅಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು:

ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಅಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುವರು. ಅಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿಗೆ ಕೊನೆಯ ಪದ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

a) 3, 7, 11, ...

b) 1, 4, 7, 10, . . .

c) –10, –15, –20, ...

ಗಮನಿಸಿ: ಮೊದಲ ಪದ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ತಿಳಿದಿದ್ದರೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಬರೆಯಬಹುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 1: $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$.......... **ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೇ ಪದ $= a_1 = \frac{3}{2}$

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ **d** $= a_2 - a_1 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$ $\quad a_3 - a_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪಟ್ಟಿಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತವೆ? ಅವುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡಿದರೆ ಅದರ ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) 4, 10, 16, 22 ....

ii) 1, –1, –3, –5 ....

iii) –2, 2, –2, 2 ....

iv) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3 ....

ಪರಿಹಾರ:

i) 4, 10, 16, 22 ....

$a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6$
$a_3 - a_2 = 16 - 10 = 6$
$a_3 - a_2 = 22 - 16 = 6$
ಇಲ್ಲಿ $a_{k+1} - a_k$ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯು $d = 6$ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದೆ.
ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಪದಗಳು: 28 , 34

ii) 1, –1, –3, –5 ....

$a_2 - a_1 = -1 - 1 = -2$
$a_3 - a_2 = -3 - (-1) = -2$
$a_3 - a_2 = -5 - (-3) = -2$
ಇಲ್ಲಿ $a_{k+1} - a_k$ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿಯೂ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯು $d = -2$ ಆಗಿರುವ ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದೆ.
ಮುಂದಿನ ಎರಡು ಪದಗಳು: –7 , –9

iii) –2, 2, –2, 2 ....

$a_2 - a_1 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$
$a_3 - a_2 = -2 - 2 = -4$
$a_3 - a_2 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$
ಇಲ್ಲಿ $a_{k+1} \neq a_k$ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿಲ್ಲ.

iv) 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3 ....

$a_2 - a_1 = 1 - 1 = 0$
$a_3 - a_2 = 1 - 1 = 0$
$a_3 - a_2 = 2 - 1 = 1$
$a_2 - a_1 = a_3 - a_2 \neq a_3 - a_2$ ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

1. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಏಕೆ?

i) ಒಂದು ಟ್ಯಾಕ್ಸಿಯ ಬಾಡಿಗೆ ಮೊದಲ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 15 ಆಗಿದ್ದು ನಂತರದ ಪ್ರತಿ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 8 ರಂತೆ ಇರುತ್ತದೆ.

ii) ಒಂದು ನಿರ್ವಾತಗೊಳಿಸುವ ವಾಯು ರೇಚಕ ಯಂತ್ರವು ಪ್ರತಿಸಲ ಸಿಲಿಂಡರಿನಲ್ಲಿರುವ ಅನಿಲದ $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ಅನಿಲವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದರೆ ಉಳಿಯುವ ಅನಿಲದ ಪ್ರಮಾಣಗಳು.

iii) ಬಾವಿಯನ್ನು ತೋಡುವಾಗ ಮೊದಲ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 150 ನಂತರದ ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್‌ಗೆ 50 ರಂತೆ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತಾ ಹೋಗುತ್ತದೆ.

iv) ಆರಂಭಿಕ ಠೇವಣಿ ರೂ 10000 ಕ್ಕೆ 8% ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿಯಂತೆ ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಆಗುವ ಮೊತ್ತ

2. ಮೊದಲನೆ ಪದ a, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) a = 10, d = 10 ii) a = -2, d = 0

ii) a = 4, d = -3 iii) a = -1, d = $\frac{1}{2}$

iii) a = -1.25, d = 0.25

3. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳಿಗೆ ಮೊದಲನೇ ಪದ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

i) 3, 1, - 1, - 3....... ii) -5, -1, 3, 7.......

iii) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \ldots\ldots$ iv) 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, ...

4. ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುವು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳಾಗಿವೆ? ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿದು ಅದರ ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

i) 2, 4, 8, 16 .... ii) $2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2} \ldots\ldots\ldots$

iii) -1.2, -3.2, -5.2, -7.2 ..... iv) -10, -6, -2, 2 ......

v) $3, 3+\sqrt{2}, 3+2\sqrt{2}, 3+3\sqrt{2}, \ldots\ldots\ldots$ vi) 0.2, 0.22, 0.222, 0.2222 ....

vii) 0, -4, -8, -12 .... viii) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \ldots\ldots$

ix) 1, 3, 9, 27 .... ix) 1, 3, 9, 27 ....

ix) 1, 3, 9, 27 .... x) a, 2a, 3a, 4a ....

xi) $a, a^2, a^3, a^4 \ldots\ldots.$ xii) $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32} \ldots\ldots.$

xiii) $\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12} \ldots\ldots\ldots$ xiv) $1^1, 3^2, 5^2, 7^2, \ldots\ldots$

xv) $1^1, 5^2, 7^2, 73, \ldots\ldots\ldots$

ಪರಿಹಾರ

1.

i) ಮೊದಲ ಪದ $a_1 = 15$, $a_2 = 15 + 8 = 23$,$a_3 = 23 + 8 = 31$ ....

ಇದು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ. ಏಕೆಂದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ = 8 ಆಗಿದೆ.

ii) ಆರಂಭಿಕ ಅನಿಲದ ಪ್ರಮಾಣವು V ಆಗಿರಲಿ.

ರೇಚಕ ಯಂತ್ರವು ಪ್ರತಿಬಾರಿ ಹೊರತೆಗೆಯುವ ಅನಿಲದ ಪ್ರಮಾಣ = $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ,

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಾರಿ $\frac{1}{4}$ ಭಾಗ ಅನಿಲವನ್ನು ಹೊರತೆಗೆದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಅನಿಲದ ಪ್ರಮಾಣ

V,

$V - \frac{1}{4} = \frac{3V}{4}$,

$\frac{3V}{4} - \frac{3V}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3V}{4} - \frac{3V}{16} = \frac{9V}{16}$ ……

ಇಲ್ಲಿ ಪದಗಳು, V, $\frac{3V}{4}, \frac{9V}{16}$ .. …..

$a_2 - a_1 = \frac{3V}{4} - V = -\frac{V}{4}$

$a_3 - a_2 = \frac{9V}{16} - \frac{3V}{4} = \frac{9V}{16} - \frac{12V}{16} = -\frac{3V}{16}$

ಆದ್ದರಿಂದ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲ.

iii) ಮೊದಲ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು = 150 ರೂ

ಎರಡನೇ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು = 150+50 = 200ರೂ

ಮೂರನೇ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು = 200+50 = 250ರೂ

ನಾಲ್ಕನೇ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ತಗಲುವ ಖರ್ಚು = 250+50 = 300ರೂ

ಆದ್ದರಿಂದ 150, 200, 250, 300........ ಇಲ್ಲಿ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 50 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದೆ.

iv) ಅಸಲು ರೂ P ಯನ್ನು r% ದರದಂತೆ n ವರ್ಷಗಳಿಗೆ ಆಗುವ ಚಕ್ರಬಡ್ಡಿ

$P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$

P = 10,000; r = 8%, ಆದಾಗ,

ಅಸಲು = 10000ರೂ

ಒಂದನೇ ವರ್ಷದ ಮೊತ್ತ = $10000\left(1 + \frac{8}{100}\right)^1 = 10000 \times \frac{108}{100} = 100 \times 108 = 10800$ರೂ

ಎರಡನೇ ವರ್ಷದ ಮೊತ್ತ = $10000\left(1 + \frac{8}{100}\right)^2 = 10000 \times \frac{108}{100} \times \frac{108}{100} = 108 \times 108 = 11664$ ರೂ

ಇಲ್ಲಿ ಪದಗಳು, 10000, 10800, 11664 .. …..

$a_2 - a_1 = 10800 - 10000 = 800$

$a_3 - a_2 = 11664 - 10800 = 864$

ಆದ್ದರಿಂದ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲ.

2.

i) a = 10, d = 10

$a_1 = 10$,

$a_2 = a_1 + d = 10 + 10 = 20$

$a_3 = a_2 + d = 20 + 10 = 30$

$a_4 = a_3 + d = 30 + 10 = 40$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು 10, 20, 30, 40

ii) a = -2, d = 0

$a_1 = -2$,

$a_2 = a_1 + d = -2 + 0 = -2$

$a_3 = a_2 + d = -2 + 0 = -2$

$a_4 = a_3 + d = -2 + 0 = -2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು -2, -2, -2, -2,

iii) a = 4, d = -3

$a_1 = 4$,

$a_2 = a_1 + d = 4 - 3 = 1$

$a_3 = a_2 + d = 1 - 3 = -2$

$a_4 = a_3 + d = -2 - 3 = -5$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು 4, 1, -2, -5

iv) a = -1, d = $\frac{1}{2}$

$a_1 = -1$,

$a_2 = a_1 + d = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$

$a_3 = a_2 + d = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

$a_4 = a_3 + d = 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು $-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$

v) a = -1.25, d = -0.25

$a_1 = -1.25$

$a_2 = a_1 + d = -1.25 - 0.25 = -1.50$

$a_3 = a_2 + d = -1.50 - 0.25 = -1.75$

$a_4 = a_3 + d = -1.75 + 0.25 = -2.00$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ನಾಲ್ಕು ಪದಗಳು –1.25, -1.50, -1.75, -2.00

3.

i) 3, 1, - 1, - 3.......

$d = a_2 - a_1 = 1 – 3 = -2$

ii) -5, -1, 3, 7.......

$d = a_2 - a_1 = -1 – (-5) = -1 + 5 = 4$

iii) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \ldots\ldots$

$d = a_2 - a_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$

iv) 0.6, 1.7, 2.8, 3.9, ...

$d = a_2 - a_1 = 1.7 – 0.6 = 1.1$

4.

i) 2, 4, 8, 16 ....

$a_2 - a_1 = 4 – 2 = 2$

$a_3 - a_2 = 8 – 4 = 4$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಅಲ್ಲ

ii) 2, $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{7}{2}$ ....

$a_2 - a_1 = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2}$

$a_3 - a_2 = 3 - \frac{5}{2} = \frac{1}{2}$

$a_4 - a_3 = \frac{7}{2} - 3 = \frac{1}{2}$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = \frac{1}{2}$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $\frac{7}{2} + \frac{1}{2} = 4; 4 + \frac{1}{2} = \frac{9}{2}; \frac{9}{2} + \frac{1}{2} = 5$

iii) -1.2, -3.2, -5.2, -7.2 .....

$a_2 - a_1 = -3.2 - (-1.2) = -3.2 + 1.2 = -2$

$a_3 - a_2 = -5.2 - (-3.2) = -5.2 + 3.2 = -2$

$a_4 - a_3 = -7.2 - (-5.2) = -7.2 + 5.2 = -2$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = -2$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $-7.2 - 2 = -9.2$; $-9.2 - 2 = -11.2$; $-11.2 - 2 = -13.2$

iv) -10, -6, -2, 2 ......

$a_2 - a_1 = -6 - (-10) = -6 + 10 = 4$

$a_3 - a_2 = -2 - (-6) = -2 + 6 = 4$

$a_4 - a_3 = 2 - (-2) = 2 + 2 = 4$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = 4$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $2 + 4 = 6$; $6 + 4 = 10$; $10 + 4 = 14$

v) **$3, 3+\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}, 3 + 3\sqrt{2}$, ...**

$a_2 - a_1 = 3+\sqrt{2} - 3 = \sqrt{2}$

$a_3 - a_2 = 3 + 2\sqrt{2} - 3+\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$a_4 - a_3 = 3 + 3\sqrt{2} - 3 + 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = \sqrt{2}$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $3 + 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 3 + 4\sqrt{2}$; $3 + 5\sqrt{2}$; $3 + 6\sqrt{2}$

vi) **0.2, 0.22, 0.222, 0.2222 ....**

$a_2 - a_1 = 0.22 - 0.2 = 0.02$

$a_3 - a_2 = 0.222 - 0.22 = 0.002$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಅಲ್ಲ

vii) **0, -4, -8, -12 ....**

$a_2 - a_1 = -4 - 0 = -4$

$a_3 - a_2 = -8 - (-4) = -8 + 4 = -4$

$a_4 - a_3 = -12 - (-8) = -12 + 8 = -4$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = -4$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $-12 - 4 = -16$; -20; -24

viii) $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \ldots\ldots$

$a_2 - a_1 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

$a_3 - a_2 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

$a_4 - a_3 = -\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = 0$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2},$

ix) **1, 3, 9, 27 ....**

$a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2$

$a_3 - a_2 = 9 - 3 = 6$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಅಲ್ಲ

x) **a, 2a, 3a, 4a ....**

$a_2 - a_1 = 2a - a = a$

$a_3 - a_2 = 3a - 2a = a$

$a_4 - a_3 = 4a - 3a = a$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = a$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $5a, 6a, 7a$

xi) **a, a^2, a^3, a^4.......**

$a_2 - a_1 = a^2 - a = a(a-1)$

$a_3 - a_2 = a^3 - a^2 = a^2(a-1)$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಅಲ್ಲ

xii) **$\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}$........**

$a_2 - a_1 = \sqrt{8} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

$a_3 - a_2 = \sqrt{18} - \sqrt{8} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$a_4 - a_3 = \sqrt{32} - \sqrt{18} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = \sqrt{2}$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $\sqrt{50}, \sqrt{72}, \sqrt{98}$

xiii) **$\sqrt{3}, \sqrt{6}, \sqrt{9}, \sqrt{12}$..........**

$a_2 - a_1 = \sqrt{6} - \sqrt{3}$

$a_3 - a_2 = \sqrt{9} - \sqrt{6} = 3 - \sqrt{6}$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಅಲ್ಲ

xiv) **$1^1, 3^2, 5^2, 7^2$, ……**

$a_2 - a_1 = 3^2 - 1^1 = 9 - 1 = 8$

$a_3 - a_2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಅಲ್ಲ

xv) $1^1, 5^2, 7^2$, 73, ……….

$a_2 - a_1 = 5^2 - 1^1 = 25 - 1 = 24$

$a_3 - a_2 = 7^2 - 5^2 = 49 - 25 = 24$

$a_4 - a_3 = 73 - 7^2 = 73 - 49 = 24$

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಹೌದು

ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ $d = 24$

ಮುಂದಿನ ಮೂರು ಪದಗಳು $73 + 24 = 97$, $97 + 24 = 121$, $121 + 24 = 145$

1.3 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ nನೇ ಪದ

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ ಅದರ nನೇ ಪದವು

$$a_n = a + (n - 1)d$$

ಕೊನೆಯಿಂದ nನೇ ಪದ[ಕೊನೆಯ ಪದ – l , ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ – d

$$l - (n - 1)d$$

ಉದಾಹರಣೆ 3: 2, 7, 12 …… ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 10ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ : $a = 2$, $d = 7 - 2 = 5$ ಮತ್ತು $n = 10$

$a_n = a + (n - 1)d$

$a_{10} = 2 + (10 - 1)5$

$a_{10} = 2 + (9)5$

$a_{10} = 2 + 45$

$a_{10} = 47$

ಉದಾಹರಣೆ 4: 21, 18, 15 …… ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದವು –81 ಆಗಿದೆ? ಮತ್ತು ಯಾವುದೇ ಪದ 0 ಆಗಿದೆಯೆ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.

ಪರಿಹಾರ: $a = 21$, $d = 18 - 21 = -3$ ಮತ್ತು $a_n = -81$. ಆದಾಗ ನಾವು n ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.

$a_n = a + (n - 1)d$

$-81 = 21 + (n - 1)(-3)$

$-81 = 21 - 3n + 3$

$-81 = 24 - 3n$

$3n = 24 + 81$

$3n = 105$
$n = 35$
ಎಷ್ಟನೇ ಪದ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದೆ?
$0 = 21 + (n - 1)(-3)$
$0 = 21 - 3n + 3$
$3n = 24$
$n = 8$
8ನೇ ಪದವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 3ನೇ ಪದ 5 ಮತ್ತು 7ನೇ ಪದ 9 ಆದರೆ ಆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$a + (n - 1)d = a_n$
$a + (3 - 1)d = 5$
$a + 2d = 5$ ------- (1)
$a + (7 - 1)d = 9$
$a + 6d = 9$ --------(2)

a	+	**2d**	=	**5**
a	+	**6d**	=	**9**
		–4d	=	**- 4**

$\Rightarrow d = 1$
$\Rightarrow a + 2(1) = 5 \Rightarrow a + 2 = 5 \Rightarrow a = 5 - 2 = 3$
$\therefore$ **ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ: 3, 4, 5, 6, – – –**

ಉದಾಹರಣೆ 6: 301, ಇದು 5, 11, 17, 13 ……… ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯ ಪದವಾಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$a = 5, d = 11 - 5 = 6$
$a + (n - 1)d = a_n$
$5 + (n - 1)6 = 301$
$5 + 6n - 6 = 301$
$6n - 1 = 301$
$6n = 301 + 1$
$6n = 302$
$n = \frac{302}{6} = \frac{151}{3}$
ಇಲ್ಲಿ n ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಅಲ್ಲ
ಆದ್ದರಿಂದ 301 5, 11, 17, 13 ……… ಈ ಸಂಖ್ಯಾಪಟ್ಟಿಯ ಪದ ಅಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 7: ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

12, 15, 18 ……99
$a = 12, d = 3, a_n = 99$
$a + (n - 1)d = a_n$
$12 + (n - 1)3 = 99$
$12 + 3n - 3 = 99$
$3n + 9 = 99$
$3n = 99 - 9$

$3n = 90$
$n = 30$
ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡು ಅಂಕೆಗಳ 30 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಕೊನೆಯಿಂದ 11ನೇ (ಮೊದಲನೆ ಪದದ ಕಡೆಗೆ) ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 10, 7, 4 ………… 62

ಪರಿಹಾರ:

a = 10, d = 7 - 10 = -3, l = -62
$l = a + (n-1)d$
ಕೊನೆಯಿಂದ nನೇ ಪದ$= l - (n-1)d$
$= -62 - (11-1)(-3)$
$= -62 + 33 - 3$
$= -62 + 30$
$= -32$

ಉದಾಹರಣೆ 9: ರೂ 1000 ಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು 8% ದರದಂತೆ ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯ ಪ್ರಕಾರ ಠೇವಣಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ವರ್ಷದ ಅಂತ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ಬಡ್ಡಿಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆಯೆ? ಹಾಗಾದರೆ ಈ ಸಂಗತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 30 ವರ್ಷಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಸರಳ ಬಡ್ಡಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಸೂತ್ರ $I = \frac{PRT}{100}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮೊದಲನೆ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ $= \frac{1000x8x1}{100} =$ **80ರೂ**

ಎರಡನೇ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ $= \frac{1000x8x2}{100} =$ **160ರೂ**

ಮೂರನೇ ವರ್ಷದ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ $= \frac{1000x8x3}{100} =$ **240ರೂ**

ಆದ್ದರಿಂದ ಪದಗಳು 80, 160, 240, – – –

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$ = d = 80
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

30 ವರ್ಷಗಳ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ ಬಡ್ಡಿ ; a = 80, d = 80, n = 30

$a_n = a + (n-1)d$
$a_{30} = 80 + (30-1)80$
$a_n = 80 + 29x80$
$a_n = 80 + 2320$
$a_n = 2400$ರೂ.

ಉದಾಹರಣೆ 10: ಒಂದು ಹೂ ಹಾಸಿನ ಮೊದಲನೇ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 23 ಗುಲಾಬಿ ಗಿಡಗಳಿವೆ. 2ರಲ್ಲಿ 21, 3ರಲ್ಲಿ 19 ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿಯುತ್ತದೆ. ಕೊನೆಯ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 5 ಗುಲಾಬಿ ಗಿಡಗಳಿದ್ದರೆ ಆ ಹೂ ಹಾಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ:

1, 2, 3ನೇ …….. ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿರುವ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ:23, 21, 19,– – –

ಇಲ್ಲಿ $a_2 - a_1 = a_3 - a_2$ = -2 ಆಗಿದೆ.
ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದೆ.

a = 23, d = -2, a_n = 5, n = ?
$a + (n-1)d = a_n$
$23 + (n-1)(-2) = 5$
$23 - 2n + 2 = 5$
$-2n + 25 = 5$
$-2n = 5 - 25$

$-2n = -20$

$n = 10$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಹೂ ಹಾಸಿನಲ್ಲಿರುವ ಸಾಲುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 10.

ಅಭ್ಯಾಸ 1.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಿ, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ *a*, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ *d*, *n* ನೇ ಪದ a_n ಆಗಿದೆ.

	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8	…...
(ii)	− 18	…..	10	0
(iii)	…..	− 3	18	− 5
(iv)	− 18.9	2.5	…..	3.6
(v)	3.5	0	105	…..

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಆರಿಸಿ ಸಮರ್ಥಿಸಿ

(i) 10, 7, 4 ….. ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30ನೇ ಪದ

(A) 97 (B) 77 (C) -77 (D) -87

(ii) -3, $-\frac{1}{2}$, 2, ….. ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 11 ನೇ ಪದ

(A) 28 (B) 22 (C) -38 (D) $-48\frac{1}{2}$

3. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಬಾಕ್ಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಿ.

(i) 2, $\boxed{}$, 26

(ii) $\boxed{}$ 13, $\boxed{}$, 3,

(iii) 5, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $9\frac{1}{2}$,

(iv) -4, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, , 6

(v) $\boxed{}$, 38, $\boxed{}$, $\boxed{}$, $\boxed{}$, −22

4. 3, 8, 13, 18 …… ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದ 78?

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

i) 7, 13, 19 ……. 205 (ii) 18, $15\frac{1}{2}$, 13 ……. 47

6. -150 ಇದು 11, 8, 5, 2 ….. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದವಾಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

7. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 1ನೇ ಪದ 38, 16ನೇ ಪದ 73 ಆದರೆ 31ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. 50 ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 3ನೇ ಪದ 12 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ 106 ಆದರೆ 29ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 3ನೇ ಮತ್ತು 9ನೇ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ಮತ್ತು −8 ಆದರೆ ಅದರ ಎಷ್ಟನೇ ಪದ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದೆ?

10. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 17ನೇ ಪದವು ಅದರ 10ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 7 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11. 3, 15, 27, 39 …. ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವ ಪದವು ಅದರ 54ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 132 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ?

12. ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ. ಅವುಗಳ 100ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 100 ಆದರೆ 1000ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು?
13. ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?
14. 10 ಮತ್ತು 250ರ ನಡುವಿನ 4ರ ಗುಣಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
15. n ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ 63, 65, 67 .... ಮತ್ತು 3, 10, 17 ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ n ನೇ ಪದಗಳು ಸಮಾವಾಗಿರುತ್ತವೆ?
16. ಮೂರನೇ ಪದ 16, 7ನೇ ಪದವು 5ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 12 ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
17. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ 3, 8, 13 .... 253 ಇದರ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 20ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
18. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 4ನೇ ಮತ್ತು 8ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಮತ್ತು 6ನೇ ಮತ್ತು 10ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 44 ಆದರೆ ಆ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
19. ವಾರ್ಷಿಕ ಸಂಬಳ ರೂ 5000 ಮತ್ತು ಪ್ರತಿವರ್ಷಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಭತ್ಯೆ ರೂ 200 ಇರುವ ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಸುಬ್ಬರಾವ್ 1995 ರಲ್ಲಿ ಸೇರಿದರು. ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಅವರ ಸಂಬಳ ರೂ 7000 ಆಗುತ್ತದೆ?
20. ರಾಮ್ಕಲಿಯು ವರ್ಷದ ಮೊದಲನೇ ವಾರದಲ್ಲಿ ರೂ 5 ನ್ನು ಉಳಿಸಿದಳು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿವಾರ ಅವಳ ಉಳಿತಾಯವನ್ನು ರೂ 1.75ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಳು. nನೇ ವಾರದಲ್ಲಿ ಅವಳ ಉಳಿತಾಯ ರೂ 20.75 ಆದರೆ n ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

21. ಕೆಳಗಿನ ಕೋಷ್ಟಕದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಜಾಗಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಿ, ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a, ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d, n ನೇ ಪದ a_n ಆಗಿದೆ.

	a	d	n	a_n
(i)	7	3	8	**28**
(ii)	– 18	**2**	10	0
(iii)	**46**	– 3	18	– 5
(iv)	– 18.9	2.5	**10**	3.6
(v)	3.5	0	105	**3.5**

i) $a_n = a + (n-1)d$
$a_8 = 7 + (8-1)3$
$a_8 = 7 + 7x3$
$a_8 = 7 + 21$
$a_8 = 28$
ii) $a_n = a + (n-1)d$
$0 = -18 + (10-1)d$
$0 = -18 + 9d$
$9d = 18$
$d = 2$
iii) $a_n = a + (n-1)d$
$-5 = a + (18-1)(-3)$
$-5 = a - 17x3$
$-5 = a - 51$
$a = 46$
iv) $a_n = a + (n-1)d$
$3.6 = -18.9 + (n-1)(2.5)$

$3.6 = -18.9 + 2.5n - 2.5$
$3.6 = -21.4 + 2.5n$
$2.5n = 3.6 + 21.4$
$n = \frac{25}{2.5} = \frac{250}{25} = 10$
v) $a_n = a + (n-1)d$
$a_n = 3.5 + (105-1)(0)$
$a_n = 3.5 + 104x0$
$a_n = 3.5$

2. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಿಗೆ ಸರಿಯಾದ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಆರಿಸಿ ಸಮರ್ಥಿಸಿ

(i) 10, 7, 4 ..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 30ನೇ ಪದ

$a_n = a + (n-1)d$
d = a_2 - a_1 = 7 – 10 = -3
$a_{30} = 10 + (30-1)(-3)$
$a_{30} = 10 + (29)(-3)$
$a_{30} = 10 - 87$
$a_{30} = -77$
(A) 97 (B) 77 **(C) -77** (D) -87

(ii) -3, $-\frac{1}{2}$, 2, ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 11 ನೇ ಪದ

$a_n = a + (n-1)d$
d = a_2 - a_1 = $-\frac{1}{2} - (-3) = -\frac{1}{2} + 3 = \frac{5}{2}$
$a_{11} = -3 + (11-1)\left[\frac{5}{2}\right]$
$a_{11} = -3 + (10)\left[\frac{5}{2}\right]$
$a_{11} = -3 + 25$
$a_{11} = 22$
(A) 28 **(B) 22** (C) -38 (D) $-48\frac{1}{2}$

3. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಬಾಕ್ಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಖಾಲಿ ಬಿಟ್ಟಿರುವ ಪದಗಳನ್ನು ತುಂಬಿಸಿ.

i) 2, $\boxed{14}$, 26

ii) $\boxed{18}$ 13, $\boxed{8}$ 3,

iii) 5, $\boxed{6\frac{1}{2},}$ $\boxed{8}$, $9\frac{1}{2}$,

iv) -4, $\boxed{-2}$, $\boxed{0}$, $\boxed{2}$, $\boxed{4}$,, 6

v) $\boxed{53,}$, 38, $\boxed{23,}$, $\boxed{8,}$, $\boxed{-7,}$, −22

4. **3, 8, 13, 18 ...... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟನೇ ಪದ 78?**

$a_n = a + (n-1)d$
d = a_2 - a_1 = 8 – 3 = 5; a = 3; a_n = 78; n = ?
$78 = 3 + (n-1)5$
$78 = 3 + 5n - 5$
$78 = 5n - 2$
$5n = 78 + 2$
$5n = 80$

$n \quad = 16$

5. **ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿರುವ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ**

i) **7, 13, 19 .... 205**

$a_n \quad = a + (n-1)d$

d = a_2 - a_1 = 13 – 7 = 6; a = 7; a_n = 205; n = ?

$205 \quad = 7 + (n-1)6$

$205 \quad = 7 + 6\text{n} - 6$

$205 \quad = 6\text{n} + 1$

$6n \quad = 205 - 1$

$6n \quad = 204$

$n \quad = \frac{204}{6}$

$n \quad = 34$

(ii) 18, $15\frac{1}{2}$, 13 .... -47

$a_n \quad = a + (n-1)d$

d = a_2 - a_1 = $15\frac{1}{2} - 18$ =-$\frac{5}{2}$; a = 18; a_n = 47; n = ?

$-47 \quad = 18 + (n-1)\left[-\frac{5}{2}\right]$

$-47 \quad = 18 - \frac{5}{2}\text{n} + \frac{5}{2}$

$-47 \quad = \frac{36 - 5n + 5}{2}$

$-47 \quad = \frac{41 - 5n}{2}$

$-94 \quad = 41 - 5n$

$-5n \quad = -94 - 41$

$-5n \quad = -135$

$n \quad = 27$

6. -150 ಇದು 11, 8, 5, 2 ..... ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದವಾಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

$a_n \quad = a + (n-1)d$

d = a_2 - a_1 = -3; a = 11; a_n = 150; n = ?

$-150 \quad = 11 + (n-1)(-3)$

$-150 \quad = 11 - 3\text{n} + 3$

$-150 \quad = 14 - 3\text{n}$

$-3n \quad = -150 - 14$

$-3n \quad = -164$

$n \quad = \frac{164}{3}$

n ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಅಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ –150 ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದ ಅಲ್ಲ.

7. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 11ನೇ ಪದ 38, 16ನೇ ಪದ 73 ಆದರೆ 31ನೇ ಪದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a_n \quad = a + (n-1)d$

a_{11} = 38, a_{16} = 73, a_{31} = ?

$a + (11-1)d = 38$

$a + 10d = 38$ ---------------(1)

$a+(16-1)d = 73$
$a+15d = 73$ ----------------(2)
(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$\boldsymbol{a+10d = 38}$
$\boldsymbol{a+15d = 73}$
-5d = -35

d $= \frac{-45}{-3} = 7$
(1) $\Rightarrow a + 10x7 = 38$
$\Rightarrow a + 70 = 38$
$\Rightarrow a = 38-70$
$\Rightarrow a = -32$
$a_{31} = -32+(31-1)7$
$a_{31} = -32+(30)7$
$a_{31} = -32+210$
$a_{31} = 178$

8. 50 ಪದಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 3ನೇ ಪದ 12 ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ 106 ಆದರೆ 29ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a+(n-1)d = a_n$
n = 50, a_3 = 12, a_n= 106 a_{29} = ?
$a+(50-1)d = 106$
$a+49d = 106$ -------- (1)
$a+2d = 12$ -------- -(2)

$\boldsymbol{a+49d = 106}$
$\boldsymbol{a+2d = 12}$
47d = 94

⇒d = 2
d = 2 ಎಂದು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$a+2(2) = 12$
$a+4 = 12$
$a = 12 - 4$
$a = 8$
$a_{29} = 8+(29-1)2$
$a_{29} = 8+(28)2$
$a_{29} = 8+56$
$a_{29} = 64$

9. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 3ನೇ ಮತ್ತು 9ನೇ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ಮತ್ತು −8 ಆದರೆ ಅದರ ಎಷ್ಟನೇ ಪದ ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿದೆ?

$a_3 = 4$, $a_9 = -8$
$a_n = a + (n-1)\,d$
$a_3 = a + (3-1)\,d$
$4 = a + 2d$ ------------(i)
$a_9 = a + (9-1)\,d$
$-8 = a + 8d$ ---------- (ii)
(i)ರಿಂದ (ii) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$-12 = 6d \Rightarrow d = -2$
ಸಮೀಕರಣ (i) ರಿಂದ
$4 = a + 2(-2)$
$4 = a - 4$
$a = 8$
$a_n = 0$ ಆದಾಗ,
$a_n = a + (n-1)d$
$0 = 8 + (n-1)(-2)$
$0 = 8 - 2n + 2$
$2n = 10$
$n = 5$
ಆದ್ದರಿಂದ 5ನೇ ಪದವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

10. **ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 17ನೇ ಪದವು ಅದರ 10ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 7 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$a_n = a + (n-1)d$
$a_{17} = a + (17-1)d$
$a_{17} = a + 16d$
ಇದೇ ರೀತಿ, $a_{10} = a + 9d$
ಆದರೆ,
$a_{17} - a_{10} = 7$
$(a + 16d) - (a + 9d) = 7$
$7d = 7$
$d = 1$

11. **3, 15, 27, 39 .... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಯಾವ ಪದವು ಅದರ 54ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 132 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ?**

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿ 3, 15, 27, 39, …

$a = 3,$
$d = a_2 - a_1 = 15 - 3 = 12$
$a_{54} = a + (54-1)d$
$a_{54} = 3 + (53)(12)$
$a_{54} = 3 + 636 = 639$
$132 + 639 = 771$
ಈಗ 771 ಎಷ್ಟನೇ ಪದ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕು.
$a_n = 771.$
$a_n = a + (n-1)d$
$771 = 3 + (n-1)12$
$768 = (n-1)12$
$(n-1) = 64$
$n = 65$
ಆದ್ದರಿಂದ 65ನೇ ಪದ 54ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 132 ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಥವಾ

n'ನೇ ಪದವು 54ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 132 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದೆ.
$n = 54 + \frac{132}{12}$
$= 54 + 11 = 65$ನೇ ಪದ.

12. **ಎರಡು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಒಂದೇ ಆಗಿದೆ. ಅವುಗಳ 100ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 100 ಆದರೆ 1000ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸವೇನು?**

ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಡಿಗಳ ಮೊದಲ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ a ಮತ್ತು b ಆಗಿರಲಿ. ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆಗಿರಲಿ.
ಮೊದಲ ಶ್ರೇಢಿ,

$a_{100} = a + (100 - 1)\, d$
$a_{100} = a + 99d$
$a_{1000} = a + (1000 - 1)\, d$
$a_{1000} = a + 999d$
ಎರಡನೇ ಶ್ರೇಢಿ,

$a_{100} = b + (100 - 1)\, d$
$a_{100} = b + 99d$
$a_{1000} = b + (1000 - 1)\, d$
$a_{1000} = b + 999d$
100ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 100

ಆದ್ದರಿಂದ $(a + 99d) - (b + 99d) = 100$

$a - b = 100$ ------------------- (i)

1000ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ?

$(a + 999d) - (b + 999d) = a - b$

ಸಮೀಕರಣ (i) ರಿಂದ,

$a_1 - a_2 = 100$

ಆದ್ದರಿಂದ 1000ನೇ ಪದಗಳ ನಡುವಿನ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 100.

ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

13. ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ?

7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಮೊದಲ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $a = 105, d = 7$

7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಕೊನೆಯ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $a_n = 994$

ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರೇಢಿ 105, 112, 119, …994

$n = ?$
$a_n = a + (n - 1)\, d$
$994 = 105 + (n - 1)\, 7$
$889 = (n - 1)\, 7$
$(n - 1) = 127$
$n = 128$
ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ 128 ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 7ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತವೆ.

ಅಥವಾ

7ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಮೂರು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 105, 112, 119, ... 994 .

ಈ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೆಢಿಯಲ್ಲಿವೆ.

$a = 105$ ಮತ್ತು $d = 7, a_n = 994$

$\Rightarrow a + (n - 1)\, d = 994$
$\Rightarrow 105 + (n - 1) \times 7 = 994$
$\Rightarrow 7(n - 1) = 889$
$\Rightarrow n - 1 = 127$
$\Rightarrow n = 128$

14. 10 ಮತ್ತು 250ರ ನಡುವಿನ 4ರ ಗುಣಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

10ಕ್ಕಿಂತ ದೊಡ್ಡದಾದ ಮೊದಲ 4 ರ ಅಪವರ್ತ್ಯ 12 ಹಾಗೂ 250 ರ ನಡುವಿನ ಕಡೆಯ ಅಪವರ್ತ್ಯ 248

ಆದ್ದರಿಂದ 10ರಿಂದ 250 ನಡುವಿನ 4ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳು 12, 16, 20, 24, …248

$a = 12, d = 4, a_n = 248$

$a_n = a + (n - 1)\, d$

$248 = 12 + (n - 1) \times 4$
$248 = 12 + 4n - 4$
$248 = 8 + 4n$
$4n = 248 - 8$
$4n = 240$
$n = 60$
ಆದ್ದರಿಂದ 10 ಮತ್ತು 250ರ ನಡುವಿನ 4ರ ಗುಣಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 60

15. n ನ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ 63, 65, 67 .... ಮತ್ತು 3, 10, 17 ... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ n ನೇ ಪದಗಳು ಸಮಾವಾಗಿರುತ್ತವೆ?

63, 65, 67, …
$a = 63, \quad d = a_2 - a_2 = 65 - 63 = 2$
$a_n = a + (n - 1)\, d$
$a_n = 63 + (n - 1)\, 2 = 63 + 2n - 2$
$a_n = 61 + 2n$ ----------- (i)
3, 10, 17, …
$a = 3, \; d = a_2 - a_2 = 10 - 3 = 7$
$a_n = 3 + (n - 1)\, 7$
$a_n = 3 + 7n - 7$
$a_n = 7n - 4$ ------------ (ii)
ಶ್ರೇಢಿಗಳ n' ನೇ ಪದಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.
$\Rightarrow 61 + 2n = 7n - 4$
$\Rightarrow 61 + 4 = 5n \; \Rightarrow 5n = 65$
$\Rightarrow n = 13$
ಆದ್ದರಿಂದ ಶ್ರೇಢಿಗಳ 13' ನೇ ಪದಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

16. ಮೂರನೇ ಪದ 16, 7ನೇ ಪದವು 5ನೇ ಪದಕ್ಕಿಂತ 12 ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a_3 = 16$
$a + (3 - 1)\, d = 16$
$a + 2d = 16$ ---------- (i)
$a_7 - a_5 = 12$
$[a + (7 - 1)\, d] - [a + (5 - 1)\, d] = 12$
$(a + 6d) - (a + 4d) = 12$
$2d = 12$
$d = 6$
ಸಮೀಕರಣ (i) ರಿಂದ,
$a + 2\,(6) = 16$
$a + 12 = 16$
$a = 4$
ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ 4, 10, 16, 22, …

17. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ 3, 8, 13 .... 253 ಇದರ ಕೊನೆಯಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ 20ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದತ್ತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ 3, 8, 13, …, 253
ಕೊನೆಯಿಂದ n ನೇ ಪದ = $l - (n - 1)d$
$l = 253, a = 3, d = 5$

ಆದ್ದರಿಂದ ಕೊನೆಯಿಂದ 20 ನೇ ಪದ = 253 – (20 – 1)5

= 253 – (19)5

= 253 – 95

= 253 – 95 = 158

18. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 4ನೇ ಮತ್ತು 8ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 24 ಮತ್ತು 6ನೇ ಮತ್ತು 10ನೇ ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 44 ಆದರೆ ಆ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಮೂರು ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a_n = a + (n - 1)\, d$

$a_4 = a + (4 - 1)\, d$

$a_4 = a + 3d$

ಇದೇ ರೀತಿ

$a_8 = a + 7d$

$a_6 = a + 5d$

$a_{10} = a + 9d$

ಆದರೆ, $a_4 + a_8 = 24$

$a + 3d + a + 7d = 24$

$2a + 10d = 24$

$a + 5d = 12$ ------------(i)

$a_6 + a_{10} = 44$

$a + 5d + a + 910d = 44$

$2a + 14d = 44$

$a + 7d = 22$ -----------(ii)

(i) ರಿಂದ **(ii)** ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$2d = 22 - 12$

$2d = 10$

$d = 5$

$d = 5$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (i) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$a + 5d = 12$

$a + 5\,(5) = 12$

$a + 25 = 12$

$a = -13$

$a_2 = a + d = -13 + 5 = -8$

$a_3 = a_2 + d = -8 + 5 = -3$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಪದಗಳು $-13, -8$, and -3.

19. ವಾರ್ಷಿಕ ಸಂಬಳ ರೂ 5000 ಮತ್ತು ಪ್ರತಿವರ್ಷಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಭತ್ಯೆ ರೂ 200 ಇರುವ ಕೆಲಸಕ್ಕೆ ಸುಬ್ಬರಾವ್ 1995 ರಲ್ಲಿ ಸೇರಿದರು. ಯಾವ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಅವರ ಸಂಬಳ ರೂ 7000 ಆಗುತ್ತದೆ?

ಸುಬ್ಬರಾವ್ ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಪಡೆಯುತ್ತಿರುವ ವೇತನವು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

1995ರಿಂದ ಸುಬ್ಬರಾವ್ ರ ಪ್ರತಿವರ್ಷದ ವೇತನ: 5000, 5200, 5400,-----7000

$a = 5000,\ d = 200,\ a_n = 7000.$

$a_n = a + (n - 1)\, d$

$7000 = 5000 + (n - 1)\, 200$

$200(n - 1) = 2000$

$(n - 1) = 10$

$n = 11$

ಆದ್ದರಿಂದ 11ನೇ ವರ್ಷ ಅಂದರೆ 2005ರಲ್ಲಿ ಅವರ ವೇತನವು ರೂ 7000 ಆಗುತ್ತದೆ.

20. **ರಾಮ್ಕಲಿಯು ವರ್ಷದ ಮೊದಲನೇ ವಾರದಲ್ಲಿ ರೂ 5 ನ್ನು ಉಳಿಸಿದಳು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿವಾರ ಅವಳ ಉಳಿತಾಯವನ್ನು ರೂ 1.75ಕ್ಕೆ ಹೆಚ್ಚಿಸಿದಳು. nನೇ ವಾರದಲ್ಲಿ ಅವಳ ಉಳಿತಾಯ ರೂ 20.75 ಆದರೆ n ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$a = 5, d = 1.75, a_n = 20.75, n = ?$

$a_n = a + (n - 1)\, d$

$20.75 = 5 + (n - 1) \times 1.75$

$15.75 = (n - 1) \times 1.75$

$15.75 = 1.75n - 1.75$

$1.75n = 15.75 + 1.75$

$1.75n = 17.50$

$n = \frac{17.50}{1.75} = \frac{1750}{175} = 10$

1.4 ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ

- ಮೊದಲ ಪದ **a** ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ **d** ಕೊಟ್ಟಾಗ

$$S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

- ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕೊಡದೆ ಮೊದಲ ಪದ **a** ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ ***l*** ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ

$$S = \frac{n}{2}[a + l]$$

ಉದಾಹರಣೆ 11: 8, 3, -2 ..... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 22 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವೇನು?

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ $a = 8, d = 3 - 8 = -5, n = 22.$

$S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S = \frac{22}{2}[2x8 + (22 - 1)(-5)]$

$S = 11[16 + 21(-5)]$

$S = 11[16 - 105]$

$S = 11x-89 = -979$

ಉದಾಹರಣೆ 12: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ 14 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 1050. ಅದರ ಮೊದಲನೇ ಪದ 10, ಅದರೆ 20ನೇ ಪದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ಇಲ್ಲಿ $S_{14} = 1050, n = 14, a = 10$

$S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$1050 = \frac{14}{2}[2x10 + (14 - 1)d]$

$1050 = 7[20 + 13d]$

$1050 = 140 + 91d$

$91d = 1050 - 140$

$91d = 910$

$d = \frac{910}{91} = 10$

$a_n = a + (n - 1)\,d$

$a_{20} = 10 + (20 – 1)10$

$a_{20} = 10 + 19x10$

$a_{20} = 10 + 190$

$a_{20} = 200$

ಉದಾಹರಣೆ 13: 24, 21, 18 .... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ 78 ಆಗಿದೆ?

ಪರಿಹಾರ:

$a = 24$, $d = 21-24 = -3$, $Sn = 78$ ನಾವು n ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬೇಕಾಗಿದೆ.

$S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$78 = \frac{n}{2}[2x24 + (n - 1)(-3)]$

$78 = \frac{n}{2}[48 - 3n + 3\ ]$

$156 = n[48 - 3n + 3\ ]$

$156 = 51n - 3n^2$

$52 = 17n - n^2$

$n^2 – 17n + 52 = 0$

$n^2 – 13n – 4n + 52 = 0$

$n(n – 13) – 4(n – 13) = 0$

$(n – 13)\ (n – 4) = 0$

$n = 13$ ಅಥವಾ $n = 4$

ಉದಾಹರಣೆ 14: ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ:

(i) ಮೊದಲ 1000 ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು (ii) ಮೊದಲ n ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು

ಪರಿಹಾರ:

(i) $S = 1 + 2 + 3 + ... + 1000$ ಆಗಿರಲಿ

$S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S = 500[2 + 999]$

$S = 500[1001]$

$S = 500500$

(ii) $S = 1 + 2 + 3 + ... + n$ ಆಗಿರಲಿ

$S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S = \frac{n}{2}[2x1 + (n - 1)1]$

$S = \frac{n}{2}[2 + n - 1]$

$S = \frac{n}{2}[n + 1]$

ಉದಾಹರಣೆ 15: n ನೇ ಪದ $a_n = 3 + 2n$ ಇರುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಸರಣಿಯ ಮೊದಲ 24 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

$a_n = 3 + 2n$

$a_1 = 3 + 2x1 = 3 + 2 = 5$

$a_2 = 3 + 2x2 = 3 + 4 = 7$

$a_3 = 3 + 2x3 = 3 + 6 = 9$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ: 5, 7, 9, – – –

a = 5, d = 2, n = 24

S = $\frac{n}{2}$[2a + (n - 1)d]

S = $\frac{24}{2}$[2x5 + (24 - 1)2]

S = 12[10 + 23x2]

S = 12[10 + 46]

S = 12x56

S = 672

ಉದಾಹರಣೆ 16: ಟೆಲಿವಿಷನ್ ಸೆಟ್‌ಗಳ ತಯಾರಕರೊಬ್ಬರು ಮೂರನೇ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 600 ಸೆಟ್‌ಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಏಳನೇ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ 700 ಸೆಟ್‌ಗಳನ್ನು ತಯಾರಿಸುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿ ವರ್ಷ ಅವರ ಉತ್ಪಾದನೆ ಸ್ಥಿರವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯಿಂದ ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ.

(i) ಮೊದಲ ವರ್ಷದ ಉತ್ಪಾದನೆ (ii) 10ನೇ ವರ್ಷದ ಉತ್ಪಾದನೆ (iii) 7 ವರ್ಷಗಳ ಒಟ್ಟು ಉತ್ಪಾದನೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ:

i) ಉತ್ಪಾದನೆ ಪ್ರತಿವರ್ಷ ಒಂದು ಸ್ಥಿರವಾದ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪ್ರಕಾರ ಹೆಚ್ಚಾಗುವ ಕಾರಣ 1ನೇ, 2ನೇ 3ನೇ .... ವರ್ಷಗಳಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದಿಸುವ ಟೆಲಿವಿಷನ್ ಸೆಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನುಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

n ನೇ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಉತ್ಪಾದಿಸಿದ ಟೆಲಿವಿಷನ್ ಸೆಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು a_n

$a_3 = 600, \quad a_7 = 700,$

a + 2d = 600

a + 6d = 700

ಸಮೀಕರಣ ಬಿಡಿಸಿದಾಗ,

d = 25 ಮತ್ತು a = 550

ಆದ್ದರಿಂದ

(i) ಮೊದಲ ವರ್ಷದ ಉತ್ಪಾದನೆ = 550

(ii) 10ನೇ ವರ್ಷದ ಉತ್ಪಾದನೆ: $a_{10} = a + 9d$

$a_{10} = 550 + 9x25$ = 550 + 225 = 775

(iii) **7 ವರ್ಷಗಳ ಒಟ್ಟು ಉತ್ಪಾದನೆ:**

S = $\frac{n}{2}$[2a + (n - 1)d]

S = $\frac{7}{2}$[2x550 + (7 - 1)25]

S = $\frac{7}{2}$[1100 + 6x25]

S = $\frac{7}{2}$[1100 + 150]

S = $\frac{7}{2}$[1250]

S = 7x625

S = 4375

ಅಭ್ಯಾಸ 1.3

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

   i) 2, 7, 12 ...... ರ 10 ಪದಗಳವರೆಗೆ

   ii) -37, -33, -29 ...... ರ 12 ಪದಗಳವರೆಗೆ

iii) 0.6, 1.7, 2.5 ..... ರ 100 ಪದಗಳವರೆಗೆ

iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}$ ----------ರ 11 ಪದಗಳವರೆಗೆ

2. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \text{--------} + 84$

ii) 34 + 32 + 30 + ... + 10

iii) -5 + (-8) + (-11)+ .... + (-230)

3. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ

i) a = 5, d = 3, a_n = 50 ಆದರೆ n ಮತ್ತು Sn ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ii) a = 7, a_{13} = 35 ಆದರೆ d ಮತ್ತು S_{13} ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

iii) a_{12} = 37, d = 3 ಆದರೆ a ಮತ್ತು S_{12} ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

iv) a3 = 15, S10 = 125 ಆದರೆ d ಮತ್ತು a_{10} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

v) d = 5, S_9 = 75 ಆದರೆ a ಮತ್ತು a_9 ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

vi) a = 2, d = 8, Sn = 90 ಆದಾಗ n ಮತ್ತು a_n ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

vii) a = 8, an = 62, Sn = 210 ಆದಾಗ n ಮತ್ತು d ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

viii) an = 4, d = 2, Sn = -14 ಆದರೆ n ಮತ್ತು a ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ix) a = 3, n = 8, S = 192 ಆದರೆ d ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

x) l = 28, S = 144 ಮತ್ತು ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 9 ಇದ್ದರೆ a ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

4. ಮೊತ್ತ 636 ಸಿಗಬೇಕಾದರೆ 9, 17, 25 .... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?
5. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ 5, ಕೊನೆಯ ಪದ 45 ಮತ್ತು ಮೊತ್ತ 400 ಆದರೆ ಅದರ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 17 ಮತ್ತು 350 ಆಗಿವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 9 ಆದರೆ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?
7. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಜ = 7 ಮತ್ತು 22 ನೇ ಪದ 149 ಆದರೆ 22 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವೇನು?
8. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 14 ಮತ್ತು 18 ಆದರೆ ಅದರ 51 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವೇನು?
9. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 7 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ 49 ಮತ್ತು 17 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ 289. ಆದರೆ ಮೊದಲ n ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವೇನು?
10. a_n ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ a_1, a_2, a_3 ..... a_n ,...... ಇದು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

   (i) a_n= 3 + 4n (ii) a_n= 9 – 5n

   ಹಾಗೂ ಮೊದಲ 15 ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ $4n - n^2$ ಆದರೆ ಮೊದಲ ಪದ (S_1)) ಎಷ್ಟು? ಮೊದಲ ಎರಡು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು? ಎರಡನೇ ಪದ ಎಷ್ಟು? ಅದೇ ರೀತಿ 3ನೇ ಪದ, 10ನೇ ಪದ ಮತ್ತು nನೇ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
12. 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು?
13. ಮೊದಲ 15, 8ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು?
14. 0 ಮತ್ತು 50 ರ ನಡುವಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು?
15. ಕಟ್ಟಡವೊಂದರ ಕೆಲಸದ ಗುತ್ತಿಗೆಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದ ನಂತರ ತಡವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದರೆ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ರೂಪದ ದಂಡವನ್ನು ವಿಧಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಅದು ಹೀಗಿದೆ: ಮೊದಲನೇ ದಿನಕ್ಕೆ ರೂ 200, ಎರಡನೇ ದಿನಕ್ಕೆ ರೂ

250, 3ನೇ ದಿನಕ್ಕೆ ರೂ 300 ಇತ್ಯಾದಿ. ಪ್ರತಿ ದಿನದ ದಂಡವು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ದಿನದ ದಂಡಕ್ಕಿಂತ ರೂ 50 ಜಾಸ್ತಿ ಹಾಗಾದರೆ ಒಬ್ಬ ಗುತ್ತಿಗೆದಾರನು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಲು 30 ದಿನಗಳ ಕಾಲ ಹೆಚ್ಚು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಅವನು ಕೊಡಬೇಕಾದ ದಂಡವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಮಾಡಿ?

16. ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಮಗ್ರ ವಾರ್ಷಿಕ ನಿರ್ವಹಣೆಗಾಗಿ ನಗದು ಬಹುಮಾನಕ್ಕಾಗಿ ರೂ 700ರ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಪ್ರತಿ ಬಹುಮಾನವು ಅದರ ಮುಂಚಿನ ಬಹುಮಾನಕ್ಕಿಂತ ರೂ 20 ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಪ್ರತಿ ಬಹುಮಾನಗಳ ಮೌಲ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. ವಾಯುಮಾಲಿನ್ಯವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಯ ಒಳ ಆವರಣ ಮತ್ತು ಹೊರ ಆವರಣ ಗಿಡಗಳನ್ನು ನೆಡುವ ಯೋಚನೆ ಮಾಡಿದರು. ಪ್ರತಿ ತರಗತಿಯ ಪ್ರತಿ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೆಡುವ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅವರು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ತರಗತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕೆಂದು ತಿರ್ಮಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಉದಾ: 1ನೇ ತರಗತಿಯ ಒಂದು ವಿಭಾಗವು 1 ಗಿಡವನ್ನು, ಎರಡನೇ ತರಗತಿಯ ವಿಭಾಗವು 2 ಗಿಡಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ 12ನೇ ತರಗತಿಗಳವರೆಗೆ ಮುಂದುವರಿದಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿಭಾಗಗಳಿದ್ದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೆಡಬೇಕಾದ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

18. ಒಂದು ಸುರುಳಿಯನ್ನು ಕ್ರಮಾಗತ ಅರೆ ವೃತ್ತಗಳಿಂದ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಅವುಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ A ಮತ್ತು B ನಲ್ಲಿದ್ದು A ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಆರಂಭವಾಗಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 0.5cm, 1cm, 1.5cm, 2cm .... ಹೀಗೆ ಚಿತ್ರ 1.4 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಇದೆ. ಈ ರೀತಿ ಹದಿಮೂರು ಕ್ರಮಾಗತ ಅರೆ ವೃತ್ತಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಸುರುಳಿಯ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ ಏನು? ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

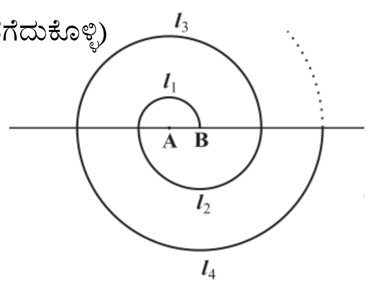


fig 1.4

[ಸುಳುಹು: ಕೇಂದ್ರಗಳು A, B,A,B ..... ಇರುವಂತೆ ಕ್ರಮಾಗತ ಅರೆವೃತ್ತಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $l_1, l_2, l_3, l_4, ...$]

19. 200 ಮರದ ದಿಮ್ಮಿ (ಕೊರಡು)ಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಡೆ ಸೂಚಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೆಳಭಾಗದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 19 ದಿಮ್ಮಿಗಳು ಆ ನಂತರದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 18 ದಿಮ್ಮಿಗಳು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 1.5ನ್ನು ನೋಡಿ) 200 ದಿಮ್ಮಿಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ದಿಮ್ಮಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

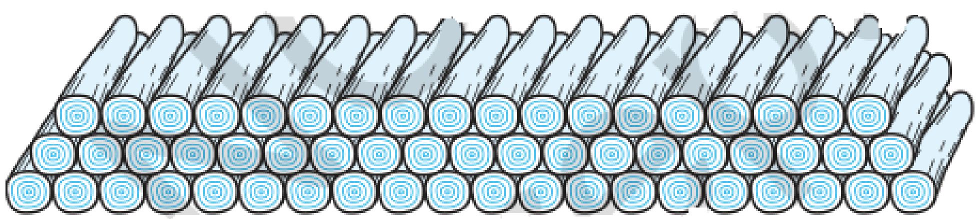


fig 1.5

21. ಒಂದು ಅಲೂಗಡ್ಡೆ ಓಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬುಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೇ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಯಿಂದ 5m ದೂರದಲ್ಲಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ ಉಳಿದ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪರಸ್ಪರ 3m

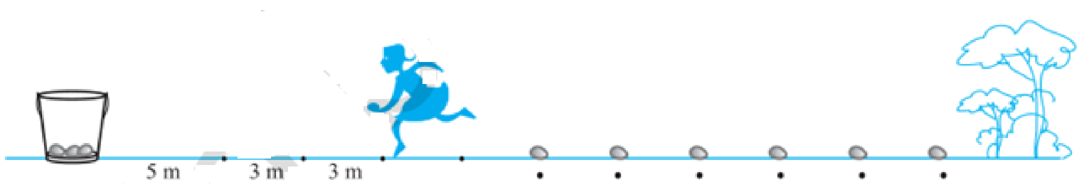


fig 1.6

ಒಬ್ಬ ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಬಕೆಟ್‌ನಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಅದರ ಸಮೀಪದಲ್ಲಿರುವ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಓಡಿ ಬಕೆಟ್‌ಗೆ ಹಾಕಬೇಕು. ನಂತರ ಅಲ್ಲಿಂದ ಪುನಃ ಓಡಿ 2ನೆ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಓಡಿ ಬಕೆಟಿಗೆ ಹಾಕಬೇಕು. ಅವಳು ಇದೇ ರೀತಿ ಎಲ್ಲಾ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳು ಬಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಂದು ಬೀಳುವವರೆಗೂ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು. ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಓಡಿದ ಒಟ್ಟು ದೂರವೇನು?

[ಸುಳುಹು: ಮೊದಲನೇ ಮತ್ತು 2ನೇ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಓಡಿದ ಒಟ್ಟು ದೂರ (m ಗಳಲ್ಲಿ) 2 x 5 + 2 x (5 + 3)]

ಪರಿಹಾರ:

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

i) 2, 7, 12 ...... ರ 10 ಪದಗಳವರೆಗೆ

a = 2, d = $a_2 - a_1$ = 7 − 2 = 5, n = 10

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{10} = \frac{10}{2}[2(2) + (10 - 1) \times 5]$

$S_{10} = 5[4 + (9) \times (5)]$

$S_{10} = 5 \times 49 = 245$

ii) -37, -33, -29 ...... ರ 12 ಪದಗಳವರೆಗೆ

a = −37

d = $a_2 - a_1$ = (−33) − (−37 = − 33 + 37 = 4

n = 12

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{12} = \frac{12}{2}[2(-37) + (12 - 1) \times 4]$

$S_{12} = 6[-74 + 11 \times 4]$

$S_{12} = 6[-74 + 44]$

$S_{12} = 6(-30) = -180$

iii) 0.6, 1.7, 2.5 ..... ರ 100 ಪದಗಳವರೆಗೆ

a = 0.6

d = $a_2 - a_1$ = 1.7 − 0.6 = 1.1

n = 100

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{100} = \frac{100}{2}[1.2 + (99) \times 1.1]$

$S_{100} = 50[1.2 + 108.9]$

$S_{100} = 50[110.1]$

$S_{100} = 5505$

iv) $\frac{1}{15}, \frac{1}{12}, \frac{1}{10}$ ----------ರ 11 ಪದಗಳವರೆಗೆ

$a = \frac{1}{15}$

$d = a_2 - a_1 = \frac{1}{12} - \frac{1}{15} = \frac{5-4}{60} = \frac{1}{60}$

n = 11

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{11} = \frac{11}{2}[2x\frac{1}{15} + (11 - 1) \times \frac{1}{60}]$

$S_{11} = \frac{11}{2}[\frac{2}{15} + \frac{10}{60}]$

$S_{11} = \frac{11}{2}\left[\frac{8+10}{60}\right]$

$S_{11} = \frac{11}{2}\left[\frac{18}{60}\right]$

$S_{11} = \frac{11}{2}\left[\frac{3}{10}\right] = \frac{33}{20}$

3. ಇವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

i) $7 + 10\frac{1}{2} + 14 + \text{--------} + 84$

$a = 7,\ l = 84$

$d = a_2 - a_1 = 10\frac{1}{2} - 7 = \frac{21}{2} - 7 = \frac{7}{2}$

$l = a + (n - 1)d$

$84 = 7 + (n - 1) \times \frac{7}{2}$

$77 = (n - 1) \times \frac{7}{2}$

$154 = 7n - 7$

$7n = 161$

$n = 23$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$S_{23} = \frac{23}{2}(7 + 84)$

$= \frac{23}{2} \text{ x } 91 = \frac{2093}{2}$

$= 1046\frac{1}{2}$

ii) 34 + 32 + 30 + ... + 10

$a = 34,\ d = a_2 - a_1 = 32 - 34 = -2,\ l = 10$

$l = a + (n - 1)\,d$

$10 = 34 + (n - 1)(-2)$

$-24 = (n - 1)(-2)$

$12 = n - 1$

$n = 13$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$S_{13} = \frac{13}{2}(34 + 10)$

$S_{13} = \frac{13}{2} \text{ x} 44$

$S_{13} = 13 \times 22$

$S_{13} = 286$

iii) -5 + (-8) + (-11)+ .... + (-230)

$a = -5,\ l = -230,\ d = a_2 - a_1 = (-8) - (-5) = -8 + 5 = -3$

$l = a + (n - 1)d$

$-230 = -5 + (n - 1)(-3)$

$-225 = (n - 1)(-3)$

$(n - 1) = 75$

$n = 76$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$S_{76} = \frac{76}{2}[(-5) + (-230)]$

$S_{76} = 38(-235)$

$S_{76} = -8930$

3. ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ

i) $a = 5, d = 3, a_n = 50$ ಆದರೆ n ಮತ್ತು Sn ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 5, d = 3, a_n = 50$

$a_n = a + (n - 1)d,$

$\Rightarrow 50 = 5 + (n - 1) \times 3$

$\Rightarrow 3(n - 1) = 45$

$\Rightarrow n - 1 = 15$

$\Rightarrow n = 16$

$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$

$S_{16} = \frac{16}{2}(5 + 50) = 440$

$S_{16} = 8\ (55) = 440$

ii) $a = 7, a_{13} = 35$ ಆದರೆ d ಮತ್ತು S_{13} ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 7, a_{13} = 35$

$a_n = a + (n - 1)d,$

$\Rightarrow 35 = 7 + (13 - 1)d$

$\Rightarrow 12d = 28$

$\Rightarrow d = 28/12 = 2.33$

$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$

$S_{13} = \frac{13}{2}(7 + 35)$

$S_{13} = \frac{13}{2}(42) = 13x21$

$S_{13} = 273$

iii) $a_{12} = 37, d = 3$ ಆದರೆ a ಮತ್ತು S_{12} ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a_{12} = 37, d = 3$

$a_n = a + (n - 1)d,$

$\Rightarrow a_{12} = a + (12 - 1)3$

$\Rightarrow 37 = a + 33$

$\Rightarrow a = 4$

$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$

$S_{12} = \frac{12}{2}(4 + 37)$

$S_{12} = 6\ (41)$

$S_{12} = 246$

iv) $a_3 = 15, S10 = 125$ ಆದರೆ d ಮತ್ತು a_{10} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a_3 = 15, S_{10} = 125$

$a_n = a + (n - 1)d,$

$a_3 = a + (3 - 1)d$

$15 = a + 2d$ ------------ (i)

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)\ d]$

$S_{10} = \frac{10}{2}[2a + (10 - 1)d]$

$125 = 5(2a + 9d)$

$25 = 2a + 9d$ ----------- (ii)
ಸಮೀಕರಣ (i) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ
$30 = 2a + 4d$ ----------- (iii)
(iii) ರಿಂದ (ii) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ
$-5 = 5d$
$d = -1$
ಸಮೀಕರಣ **(i)** ರಿಂದ,
$15 = a + 2(-1)$
$15 = a - 2$
$a = 17$
$a_{10} = a + (10 - 1)d$
$a_{10} = 17 + (9)(-1)$
$a_{10} = 17 - 9 = 8$

v) $d = 5, S_9 = 75$ ಆದರೆ a ಮತ್ತು a_9 ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$d = 5, S_9 = 75$
$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
$75 = \frac{9}{2}[2a + (9 - 1)5]$
$75 = \frac{9}{2}(2a + 40)$
$75 = 9(a + 20)$
$75 = 9a + 180$
$9a = 75 - 180$
$a = \frac{-35}{3}$
$a_n = a + (n - 1)d$
$a_9 = a + (9 - 1)(5)$
$= \frac{-35}{3} + 8(5)$
$= \frac{-35}{3} + 40$
$= \frac{-35+120}{3} = \frac{85}{3}$

vi) $a = 2, d = 8, Sn = 90$ ಆದಾಗ n ಮತ್ತು a_n ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 2, d = 8, S_n = 90$
$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
$90 = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
$\Rightarrow 180 = n(4 + 8n - 8)$
$\Rightarrow 180 = n(8n - 4)$
$\Rightarrow 180 = 8n^2 - 4n$
$\Rightarrow 8n^2 - 4n - 180 = 0$
$\Rightarrow 2n^2 - n - 45 = 0$
$\Rightarrow 2n^2 - 10n + 9n - 45 = 0$
$\Rightarrow 2n(n - 5) + 9(n - 5) = 0$
$\Rightarrow (2n - 9)(2n + 9) = 0$
$n = 5$ (ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ)
ಆದ್ದರಿಂದ $a_5 = 8 + 5 \times 4 = 34$

vii) $a = 8$, $a_n = 62$, $Sn = 210$ ಆದಾಗ n ಮತ್ತು d ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 8,\ a_n = 62,\ S_n = 210$

$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$

$210 = \frac{n}{2}(8 + 62)$

$\Rightarrow 35n = 210$

$\Rightarrow n = \frac{210}{35} = 6$

$a_n = a + (n - 1)d$

$62 = 8 + 5d$

$\Rightarrow 5d = 62 - 8 = 54$

$\Rightarrow d = \frac{54}{5} = 10.8$

viii) $a_n = 4$, $d = 2$, $Sn = -14$ ಆದರೆ n ಮತ್ತು a ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a_n = 4,\ d = 2,\ S_n = -14$

$a_n = a + (n - 1)d$

$4 = a + (n - 1)2$

$4 = a + 2n - 2$

$a + 2n = 6$

$a = 6 - 2n$ ---------- **(i)**

$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$

$-14 = \frac{n}{2}(a + 4)$

$-28 = n(a + 4)$

$-28 = n(6 - 2n + 4)$ {ಸಮೀಕರಣ **(i)**ರಿಂದ}

$-28 = n(-2n + 10)$

$-28 = -2n^2 + 10n$

$2n^2 - 10n - 28 = 0$

$n^2 - 5n - 14 = 0$

$n^2 - 7n + 2n - 14 = 0$

$n(n - 7) + 2(n - 7) = 0$

$(n - 7)(n + 2) = 0$

Either $n - 7 = 0$ or $n + 2 = 0$

$n = 7$ or ~~$n = -2$~~

ಸಮೀಕರಣ **(i)** ರಿಂದ,

$a = 6 - 2n$

$a = 6 - 2(7)$

$a = 6 - 14$

$a = -8$

ix) $a = 3$, $n = 8$, $S = 192$ ಆದರೆ d ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 3,\ n = 8,\ S = 192$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$192 = \frac{8}{2}[2 \times 3 + (8 - 1)d]$

$192 = 4[6 + 7d]$

$48 = 6 + 7d$

$42 = 7d$

$d = 6$

x) $l = 28$, $S = 144$ ಮತ್ತು ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ 9 ಇದ್ದರೆ a ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$l = 28$, $S = 144$, $n = 9$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$144 = \frac{9}{2}(a + 28)$

$(16) \times (2) = a + 28$

$32 = a + 28$

$a = 4$

4. ಮೊತ್ತ 636 ಸಿಗಬೇಕಾದರೆ 9, 17, 25 .... ಈ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎಷ್ಟು ಪದಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?

$a = 9$

$d = a_2 - a_1 = 17 - 9 = 8$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$636 = \frac{n}{2}[2 \times a + (8 - 1) \times 8]$

$636 = \frac{n}{2}[18 + (n - 1) \times 8]$

$636 = n[9 + 4n - 4]$

$636 = n(4n + 5)$

$4n^2 + 5n - 636 = 0$

$4n^2 + 53n - 48n - 636 = 0$

$n(4n + 53) - 12(4n + 53) = 0$

$(4n + 53)(n - 12) = 0$

$4n + 53 = 0$ or $n - 12 = 0$

$n = \cancel{(-53/4)}$ or $n = 12$

$\Rightarrow n = 12$

5. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಪದ 5, ಕೊನೆಯ ಪದ 45 ಮತ್ತು ಮೊತ್ತ 400 ಆದರೆ ಅದರ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$a = 5$, $l = 45$, $S_n = 400$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$400 = \frac{n}{2}(5 + 45)$

$400 = \frac{n}{2}(50)$

$25n = 400$

$n = 16$

$l = a + (n - 1)d$

$45 = 5 + (16 - 1)d$

$40 = 15d$

$d = \frac{40}{15} = \frac{8}{3}$

6. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 17 ಮತ್ತು 350 ಆಗಿವೆ. ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 9 ಆದರೆ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ ಎಷ್ಟು?

$a = 17$, $l = 350$, $d = 9$

$l = a + (n - 1)d$

$350 = 17 + (n - 1)9$

$333 = (n - 1)9$
$(n - 1) = 37$
$S_n = \frac{n}{2}\ (a + l)$
$S_{38} = \frac{38}{2}(17 + 350)$
$S_{38} = 19 \times 367$
$S_{38} = 6973$

7. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಲ್ಲಿ d = 7 ಮತ್ತು 22 ನೇ ಪದ 149 ಆದರೆ 22 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವೇನು?

$d = 7, \quad a_{22} = 149, \quad S_{22} = ?$
$a_n = a + (n - 1)d$
$a_{22} = a + (22 - 1)d$
$149 = a + 21 \times 7$
$149 = a + 147$
$a = 2$
$S_n = \frac{n}{2}(a + a_n)$
$S_{22} = \frac{22}{2}(2 + 149)$
$S_{22} = 11 \times 151$
$S_{22} = 1661$

8. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಎರಡನೇ ಮತ್ತು ಮೂರನೇ ಪದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 14 ಮತ್ತು 18 ಆದರೆ ಅದರ 51 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವೇನು?

$a_2 = 14, \ a_3 = 18, \quad d = a_3 - a_2 = 18 - 14 = 4$
$a_2 = a + d$
$14 = a + 4$
$a = 10$
$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
$S_{51} = \frac{51}{2}[2 \times 10 + (51 - 1) \times 4]$
$= \frac{51}{2}[20 + (50) \times 4]$
$= \frac{51}{2}[20 + 200]$
$= \frac{51}{2}[220]$
$= 51 \times 110$
$= 5610$

9. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ 7 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ 49 ಮತ್ತು 17 ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ 289. ಆದರೆ ಮೊದಲ n ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತವೇನು?

$S_7 = 49, \ S_{17} = 289$
$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
$S_7 = \frac{7}{2}[2a + (n - 1)d]$
$S_7 = \frac{7}{2}[2a + (7 - 1)d]$
$49 = \frac{7}{2}[2a + 6d]$
$7 = (a + 3d)$
$a + 3d = 7$ ----------- **(i)**
ಇದೇ ರೀತಿ,

$S_{17} = \frac{17}{2}[2a + (17 - 1)d]$

$289 = \frac{17}{2}(2a + 16d)$

$17 = (a + 8d)$

$a + 8d = 17$ --------- **(ii)**

ಸಮೀಕರಣ **(i)** ರಿಂದ **(ii)** ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

$5d = 10$

$d = 2$

ಸಮೀಕರಣ **(i)** ರಿಂದ

$a + 3(2) = 7$

$a + 6 = 7$

$a = 1$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$= \frac{n}{2}[2(1) + (n - 1) \times 2]$

$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2)$

$= \frac{n}{2}(2n)$

$= n^2$

10. a_n ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ನಿರೂಪಿಸಲ್ಪಟ್ಟಾಗ a_1, a_2, a_3 ..... a_n ,...... ಇದು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

(i) $a_n = 3 + 4n$

$a_1 = 3 + 4(1) = 7$

$a_2 = 3 + 4(2) = 3 + 8 = 11$

$a_3 = 3 + 4(3) = 3 + 12 = 15$

$a_4 = 3 + 4(4) = 3 + 16 = 19$

$\Rightarrow a_2 - a_1 = 11 - 7 = 4$

$a_3 - a_2 = 15 - 11 = 4$

$a_4 - a_3 = 19 - 15 = 4$

i.e., $a_{k+1} - a_k$ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 4 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ 7 ಆಗಿದೆ.

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{15} = \frac{15}{2}[2(7) + (15 - 1) \times 4]$

$= \frac{15}{2}[(14) + 56]$

$= \frac{15}{2}(70)$

$= 15 \times 35$

$= 525$

(ii) $a_n = 9 - 5n$

$a_1 = 9 - 5 \times 1 = 9 - 5 = 4$

$a_2 = 9 - 5 \times 2 = 9 - 10 = -1$

$a_3 = 9 - 5 \times 3 = 9 - 15 = -6$

$a_4 = 9 - 5 \times 4 = 9 - 20 = -11$

$\Rightarrow$

$a_2 - a_1 = -1 - 4 = -5$

$a_3 - a_2 = -6 - (-1) = -5$
$a_4 - a_3 = -11 - (-6) = -5$
i.e., $a_{k+1} - a_k$ ಎಲ್ಲಾ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲೂ ಒಂದೇ ಆಗಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ –5 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ 4 ಆಗಿದೆ.

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{15} = \frac{15}{2}[2(4) + (15 - 1)(-5)]$

$= \frac{15}{2}[8 + 14(-5)]$

$= \frac{15}{2}(8 - 70)$

$= \frac{15}{2}(-62)$

$= 15(-31)$

$= -465$

11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ n ಪದಗಳವರೆಗಿನ ಮೊತ್ತ $4n - n^2$ ಆದರೆ ಮೊದಲ ಪದ (S_1)) ಎಷ್ಟು? ಮೊದಲ ಎರಡು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು? ಎರಡನೇ ಪದ ಎಷ್ಟು? ಅದೇ ರೀತಿ 3ನೇ ಪದ, 10ನೇ ಪದ ಮತ್ತು nನೇ ಪದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$S_n = 4n - n^2$
ಮೊದಲ ಪದ $a = S_1 = 4(1) - (1)^2 = 4 - 1 = 3$
ಮೊದಲ ಎರಡು ಪದಗಳ ಮೊತ್ತ
$S_2 = 4(2) - (2)^2 = 8 - 4 = 4$
$a_2 = S_2 - S_1 = 4 - 3 = 1$
$d = a_2 - a = 1 - 3 = -2$
n ನೇ ಪದ $a_n = a + (n - 1)d$
$= 3 + (n - 1)(-2)$
$= 3 - 2n + 2$
$= 5 - 2n$
ಆದ್ದರಿಂದ ಮೂರನೇ ಪದ $a_3 = 5 - 2(3) = 5 - 6 = -1$
10ನೇ ಪದ $a_{10} = 5 - 2(10) = 5 - 20 = -15$

12. 6 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುವ ಮೊದಲ 40 ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು?
6ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

6, 12, 18, 24 …
ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 6 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ 6 ಆಗಿದೆ.

$a = 6, \quad d = 6, \quad S_{40} = ?$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{40} = \frac{40}{2}[2(6) + (40 - 1)6]$

$= 20[12 + (39)(6)]$
$= 20(12 + 234)$
$= 20 \times 246$
= 4920

13. ಮೊದಲ 15, 8ರ ಅಪವರ್ತ್ಯಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು?
8 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

8, 16, 24, 32…
ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 8 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ 8 ಆಗಿದೆ.

$a = 8,\ d = 8,\ S_{15} = ?$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{15} = \frac{15}{2}[2(8) + (15 - 1)8]$

$= \frac{15}{2}[6 + (14)(8)]$

$= \frac{15}{2}[16 + 112]$

$= \frac{15}{2}(128)$

$= 15 \times 64$

$= 960$

14. 0 ಮತ್ತು 50 ರ ನಡುವಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮೊತ್ತವೇನು?

0 ಮತ್ತು 50 ರ ನಡುವಿನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

1, 3, 5, 7, 9 … 49

ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 1 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ 2 ಆಗಿದೆ.

$a = 1,\ d = 2,\ l = 49$

$l = a + (n - 1)d$

$49 = 1 + (n - 1)2$

$48 = 2(n - 1)$

$n - 1 = 24$

$n = 25$

$S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$S_{25} = \frac{25}{2}(1 + 49)$

$= \frac{25}{2}(50)$

$=(25)(25)$

$= 625$

15. ಕಟ್ಟಡವೊಂದರ ಕೆಲಸದ ಗುತ್ತಿಗೆಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಮಯದ ನಂತರ ತಡವಾಗಿ ಕೆಲಸ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಿದರೆ, ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ರೂಪದ ದಂಡವನ್ನು ವಿಧಿಸಲಾಗಿತ್ತು. ಅದು ಹೀಗಿದೆ: ಮೊದಲನೇ ದಿನಕ್ಕೆ ರೂ 200, ಎರಡನೇ ದಿನಕ್ಕೆ ರೂ 250, 3ನೇ ದಿನಕ್ಕೆ ರೂ 300 ಇತ್ಯಾದಿ. ಪ್ರತಿ ದಿನದ ದಂಡವು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ದಿನದ ದಂಡಕ್ಕಿಂತ ರೂ 50 ಜಾಸ್ತಿ ಹಾಗಾದರೆ ಒಬ್ಬ ಗುತ್ತಿಗೆದಾರನು ಒಂದು ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ತಿಗೊಳಿಸಲು 30 ದಿನಗಳ ಕಾಲ ಹೆಚ್ಚು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ ಅವನು ಕೊಡಬೇಕಾದ ದಂಡವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಚಾರ ಮಾಡಿ?

ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 50 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ 200 ಆಗಿದೆ.

$a = 200,\ d = 50$

30 ದಿನಗಳಿಗೆ ಅವನು ಕೊಡಬೇಕಾದ ದಂಡವನ್ನು $= S_{30}$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{30} = \frac{30}{2}[2(200) + (30 - 1)50]$

$= 15[400 + 1450]$

$= 15(1850)$

$= 27750$ ರೂಗಳು

16. ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳ ಸಮಗ್ರ ವಾರ್ಷಿಕ ನಿರ್ವಹಣೆಗಾಗಿ ನಗದು ಬಹುಮಾನಕ್ಕಾಗಿ ರೂ 700ರ ಮೊತ್ತವನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿತ್ತು. ಪ್ರತಿ ಬಹುಮಾನವು ಅದರ ಮುಂಚಿನ ಬಹುಮಾನಕ್ಕಿಂತ ರೂ 20 ಕಡಿಮೆಯಾದರೆ ಪ್ರತಿ ಬಹುಮಾನಗಳ ಮೌಲ್ಯ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೊದಲ ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತ = a ಆಗಿರಲಿ

ಎರಡನೇ ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತ = a − 20

ಮೂರನೇ ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತ = a − 40

ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ −20 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ a ಆಗಿದೆ.

$d = -20,\ S_7 = 700$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$\frac{7}{2}[2a + (7 - 1)d] = 700$

$\frac{7}{2}[2a + 6d] = 700$

$7\ [a + 3d] = 700$

$a + 3d = 100$

$a + 3(-20) = 100$

$a - 60 = 100$

$a = 160$

ಆದ್ದರಿಂದ ಬಹುಮಾನದ ಮೊತ್ತಗಳು Rs 160, Rs 140, Rs 120, Rs 100, Rs 80, Rs 60, ಮತ್ತು Rs 40.

17. ವಾಯುಮಾಲಿನ್ಯವನ್ನು ಕಡಿಮೆ ಮಾಡಲು ಒಂದು ಶಾಲೆಯ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಶಾಲೆಯ ಒಳ ಆವರಣ ಮತ್ತು ಹೊರ ಆವರಣ ಗಿಡಗಳನ್ನು ನೆಡುವ ಯೋಚನೆ ಮಾಡಿದರು. ಪ್ರತಿ ತರಗತಿಯ ಪ್ರತಿ ವಿಭಾಗದಲ್ಲಿ ನೆಡುವ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಅವರು ಅಧ್ಯಯನ ಮಾಡುತ್ತಿರುವ ತರಗತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕೆಂದು ತಿರ್ಮಾನಿಸಲಾಗಿದೆ. ಉದಾ: 1ನೇ ತರಗತಿಯ ಒಂದು ವಿಭಾಗವು 1 ಗಿಡವನ್ನು, ಎರಡನೇ ತರಗತಿಯ ವಿಭಾಗವು 2 ಗಿಡಗಳನ್ನು ಹೀಗೆ 12ನೇ ತರಗತಿಗಳವರೆಗೆ ಮುಂದುವರಿದಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಮೂರು ವಿಭಾಗಗಳಿದ್ದರೆ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೆಡಬೇಕಾದ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

ಇದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದ್ದು ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ −20 ಮತ್ತು ಮೊದಲ ಪದ a ಆಗಿದೆ.

1, 2, 3, 4, 5………………..12

$a = 1,\ d = 2 - 1 = 1$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{12} = \frac{12}{2}[2(1) + (12 - 1)(1)]$

$= 6\ (2 + 11)$

$= 6\ (13)$

$= 78$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಿಭಾಗದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೆಡುವ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 78

ಆದ್ದರಿಂದ 3 ವಿಭಾಗಗಳ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ನೆಡುವ ಗಿಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 78 x 3 234

18. ಒಂದು ಸುರುಳಿಯನ್ನು ಕ್ರಮಾಗತ ಅರೆ ವೃತ್ತಗಳಿಂದ ಮಾಡಲಾಗಿದೆ ಅವುಗಳ ಕೇಂದ್ರಗಳು ಪರ್ಯಾಯವಾಗಿ A ಮತ್ತು B ನಲ್ಲಿದ್ದು A ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಆರಂಭವಾಗಿ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 0.5cm, 1cm, 1.5cm, 2cm …. ಹೀಗೆ ಚಿತ್ರ 1.4 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ ಇದೆ. ಈ ರೀತಿ ಹದಿಮೂರು ಕ್ರಮಾಗತ ಅರೆ ವೃತ್ತಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಸುರುಳಿಯ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ ಏನು? ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ)

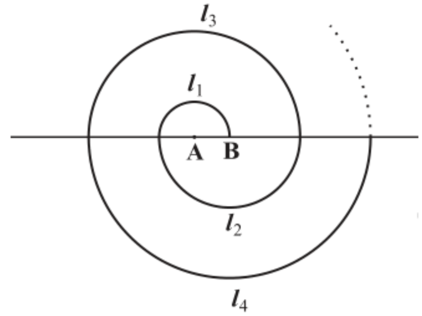


fig 1.4

[ಸುಳುಹು: ಕೇಂದ್ರಗಳು A, B,A,B ..... ಇರುವಂತೆ ಕ್ರಮಾಗತ ಅರೆವೃತ್ತಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ l_1, l_2, l_3, l_4, ...]

ಅರೆವೃತ್ತಗಳ ಉದ್ದ $= \pi r$

$l_1 = \pi(0.5) = \frac{\pi}{2}$ cm

$l_2 = \pi(1) = \pi$ cm

$l_3 = \pi(1.5) = \frac{3\pi}{2}$ cm

l_1, l_2, l_3 ಅರೆವೃತ್ತಗಳ ಉದ್ದಗಳು

$\frac{\pi}{2}$, π, $\frac{3\pi}{2}$, 2π, ...

$d = l_2 - l_1 = \pi - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$

$a = \frac{\pi}{2}$cm

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

ಆದ್ದರಿಂದ ಹದಿಮೂರು ಕ್ರಮಾಗತ ಅರೆ ವೃತ್ತಗಳಿಂದ ಮಾಡಲ್ಪಟ್ಟ ಸುರುಳಿಯ ಒಟ್ಟು ಉದ್ದ

$S_{13} = \frac{13}{2}[2x\frac{\pi}{2} + (13 - 1)\frac{\pi}{2}]$

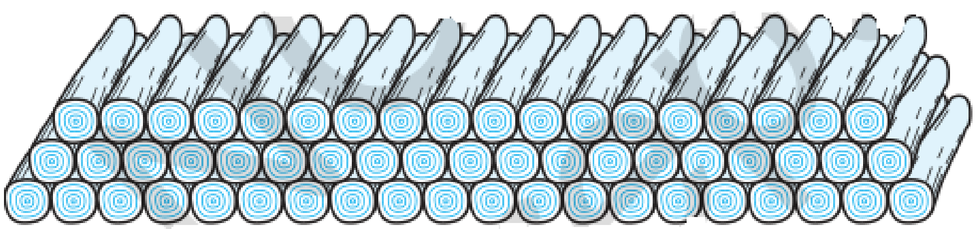
$= \frac{13}{2}[\pi + 6\pi]$

$= \frac{13}{2}(7\pi)$

$= \frac{13}{2} \times 7 \times \frac{22}{2}$

$= 143$ cm

19. 200 ಮರದ ದಿಮ್ಮಿ (ಕೊರಡು)ಗಳನ್ನು ಕೆಳಗಡೆ ಸೂಚಿಸಿರುವಂತೆ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದನ್ನು ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಕೆಳಭಾಗದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 19 ದಿಮ್ಮಿಗಳು ಆ ನಂತರದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 18 ದಿಮ್ಮಿಗಳು ಹೀಗೆ ಮುಂದುವರಿದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 1.5ನ್ನು ನೋಡಿ) 200 ದಿಮ್ಮಿಗಳನ್ನು ಎಷ್ಟು ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲ್ಭಾಗದ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿರುವ ದಿಮ್ಮಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?



ಕೊರಡುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯಾಗಿದೆ

fig 1.5

20, 19, 18…

$a = 20$, $d = a_2 - a_1 = 19 - 20 = -1$

$S_n = 200$

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$200 = \frac{n}{2}[2(20) + (n - 1)(-1)]$

$200 = \frac{n}{2}[40 - n + 1]$

$400 = n(40 - n + 1)$

$400 = n(41 - n)$

$400 = 41n - n^2$

$n^2 - 41n + 400 = 0$

$n^2 - 16n - 25n + 400 = 0$

$n(n - 16) - 25(n - 16) = 0$

$(n - 16)(n - 25) = 0$

$(n - 16) = 0$ or $n - 25 = 0$
$n = 16$ or $n = 25$
$a_n = a + (n - 1)d$
$a_{16} = 20 + (16 - 1)(-1)$
$a_{16} = 20 - 15$
$a_{16} = 5$
Similarly,
$a_{25} = 20 + (25 - 1)(-1)$
$a_{25} = 20 - 24$
$= -4$ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ

ಆದ್ದರಿಂದ ಮರದ ದಿಮ್ಮಿಗಳನ್ನು 16 ಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಲಾಗಿದೆ. ಮತ್ತು ಅತ್ಯಂತ ಮೇಲಿನ ಸಾಲಿನಲ್ಲಿ 5 ದಿಮ್ಮಿಗಳಿವೆ.

22. ಒಂದು ಅಲೂಗಡ್ಡೆ ಓಟದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬುಟ್ಟಿಯನ್ನು ಪ್ರಾರಂಭದಲ್ಲಿ ಮೊದಲನೇ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಯಿಂದ 5m ದೂರದಲ್ಲಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ ಉಳಿದ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ಒಂದೇ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಪರಸ್ಪರ 3m

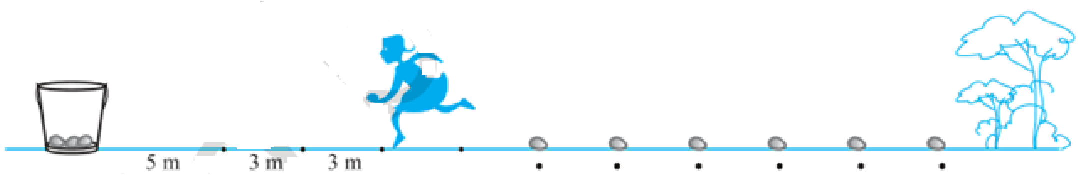


fig 1.6

ಒಬ್ಬ ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಬಕೆಟ್‌ನಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಅದರ ಸಮೀಪದಲ್ಲಿರುವ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಓಡಿ ಬಕೆಟ್‌ಗೆ ಹಾಕಬೇಕು. ನಂತರ ಅಲ್ಲಿಂದ ಪುನಃ ಓಡಿ 2ನೆ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಯನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಹಿಂದಕ್ಕೆ ಓಡಿ ಬಕೆಟಿಗೆ ಹಾಕಬೇಕು. ಅವಳು ಇದೇ ರೀತಿ ಎಲ್ಲಾ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳು ಬಕೆಟ್‌ನಲ್ಲಿ ಬಂದು ಬೀಳುವವರೆಗೂ ಮುಂದುವರಿಸಬೇಕು. ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಓಡಿದ ಒಟ್ಟು ದೂರವೇನು?

[ಸುಳುಹು: ಮೊದಲನೇ ಮತ್ತು 2ನೇ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಲು ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಓಡಿದ ಒಟ್ಟು ದೂರ (m ಗಳಲ್ಲಿ)

ಬಕೇಟ್ ನಿಂದ ಆಲೂಗಡ್ಡೆಗಿರುವ ಅಂತರಗಳು 5, 8, 11, 14…

ಓಡಬೇಕಾದ ಅಂತರ ಅದರ ಎರಡರಷ್ಟು ಇರುವುದರಿಂದ, 10, 16, 22, 28, 34,……….

$a = 10$, $d = 16 - 10 = 6$, $S_{10} = ?$
$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
$S_{10} = \frac{10}{2}[2(10) + (10 - 1)(6)]$
$= 5[20 + 54]$
$= 5(74)$
$= 370$
ಆದ್ದರಿಂದ ಸ್ಪರ್ಧಿಯು ಒಟ್ಟು 370ಮೀ ದೂರ ಓಡಬೇಕಾಗಿದೆ.

ನೆನಪಿಡಿ:

- ಮೊದಲ ಪದವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪದವನ್ನು ಪಡೆಯಲು ಅದರ ಹಿಂದಿನ ಪದಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ ಪಡೆಯುವ ಸಂಖ್ಯಾ ಪಟ್ಟಿಯೇ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ.
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ: $a, \ a + d, \ a + 2d, \ a + 3d$......
- ಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿ: ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯು ನಿರ್ದಿಷ್ಟ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದು ಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿ.ಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿಗೆ ಕೊನೆಯ ಪದ ಇರುತ್ತದೆ.
- ಅಪರಿಮಿತ ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಗಳು:ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಪದಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಅಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿ ಎನ್ನುವರು. ಅಪರಿಮಿತ ಶ್ರೇಢಿಗೆ ಕೊನೆಯ ಪದ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.
- ಸಮಾಂತರ ಶ್ರೇಢಿಯ ಮೊದಲ ಪದ a ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಆದಾಗ ಅದರ nನೇ ಪದವು

  $a_n = a + (n-1)d$
- ಕೊನೆಯಿಂದ nನೇ ಪದ[ಕೊನೆಯ ಪದ – l , ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ – d

  $l - (n-1)d$
- ಮೊದಲ ಪದ a ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ d ಕೊಟ್ಟಾಗ $S = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$
- ಸಾಮಾನ್ಯ ವ್ಯತ್ಯಾಸ ಕೊಡದೆ ಮೊದಲ ಪದ a ಮತ್ತು ಕೊನೆಯ ಪದ l ಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ $S = \frac{n}{2}[a + l]$

2 ತ್ರಿಭುಜಗಳು

2.2 ಸಮರೂಪ ಆಕೃತಿಗಳು

ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಬೇಕಾದರೆ

ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು

ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು. (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರಬೇಕು)

ಅಭ್ಯಾಸ 1.1

1. ಆವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪದಗಳಿಂದ ಸೂಕ್ತವಾದ ಪದವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬಿಟ್ಟ ಪದ ತುಂಬಿಸಿ

i) ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳು ____________ (ಸರ್ವಸಮ, ಸಮರೂಪ)

ii) ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಗಳು ______________ (ಸಮರೂಪ, ಸರ್ವಸಮ)

iii) ಎಲ್ಲಾ ___________ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ (ಸಮದ್ವಿಬಾಹು, ಸಮಬಾಹು)

iv) ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಬೇಕಾದರೆ

a) ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು _____________ ಮತ್ತು

b) ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು _______________ (ಸಮ, ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ)

2. ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ

i) ಒಂದು ಜೋತೆ ಸಮರೂಪ ಆಕೃತಿಗಳು

ii) ಒಂದು ಜೋತೆ ಸಮರೂಪವಲ್ಲದ ಆಕೃತಿಗಳು

3. ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವೇ? ಇಲ್ಲವೆ ತಿಳಿಸಿ.

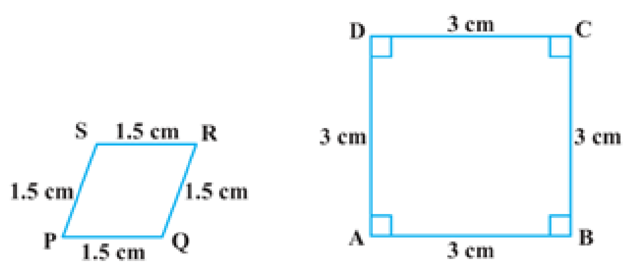


Fig 2.8

ಪರಿಹಾರ

1. **ಆವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಪದಗಳಿಂದ ಸೂಕ್ತವಾದ ಪದವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಬಿಟ್ಟ ಪದ ತುಂಬಿಸಿ**

   i) ಎಲ್ಲಾ ವೃತ್ತಗಳು **ಸಮರೂಪ** (ಸರ್ವಸಮ, ಸಮರೂಪ)

   ii) ಎಲ್ಲಾ ವರ್ಗಗಳು **ಸಮರೂಪ** (ಸಮರೂಪ, ಸರ್ವಸಮ)

   iii) ಎಲ್ಲಾ **ಸಮಬಾಹು** ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪ (ಸಮದ್ವಿಬಾಹು, ಸಮಬಾಹು)

   iv)ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಬೇಕಾದರೆ

   c) ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು **ಸಮ** ಮತ್ತು

   d) ಅದರ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು **ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ** (ಸಮ, ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ)

2. **ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಕೊಡಿ**

   i) ಒಂದು ಜೋತೆ ಸಮರೂಪ ಆಕೃತಿಗಳು

   ii) ಒಂದು ಜೋತೆ ಸಮರೂಪವಲ್ಲದ ಆಕೃತಿಗಳು

3. **ಕೆಳಗಿನ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವೇ? ಇಲ್ಲವೆ ತಿಳಿಸಿ.**

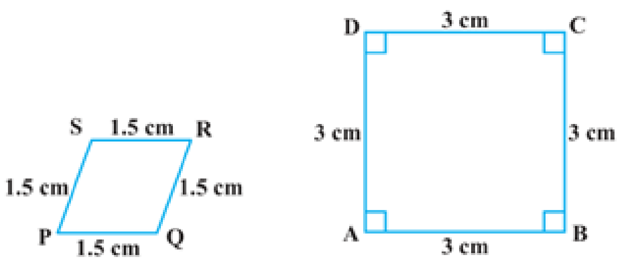


Fig 2.8

ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ. ಏಕೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿಲ್ಲ.

2.3 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆ

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಬೇಕಾದರೆ:

ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾಗಿರಬೇಕು ಮತ್ತು
ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮ (ಸಮಾನುಪಾತ) ವಾಗಿರಬೇಕು.

ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ (ಥೇಲ್ಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ)

ಎರಡು ಸಮಕೋನೀಯ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತವು ಯಾವಾಗಲೂ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 2.1

ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಎರಡು ವಿಭಿನ್ನ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಒಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳ ರೇಖೆಯು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

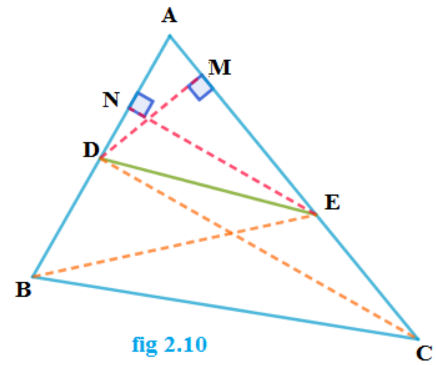


fig 2.10

ಸಾಧನೆ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ BC ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯು AB ಮತ್ತು AC ಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿವೆ.

ಸಾಧನೆ: $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$,

ರಚನೆ: BE ಮತ್ತು CD ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಬೇಕು. $DM \perp AC$ ಮತ್ತು $EN \perp AB$ ಎಳೆಯಬೇಕು

ಸಾಧನೆ: ವಿ(ADE) = $\frac{1}{2}$x AD x EN --- (1) [∵ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ x ಪಾದ x ಎತ್ತರ]

ಆದೇ ರೀತಿ ವಿ(BDE) = $\frac{1}{2}$x DB x EN --- (2)

ವಿ(ADE) = $\frac{1}{2}\times$ AE $\times$ DM ಮತ್ತು ವಿ(DEC) = $\frac{1}{2}\times$ EC $\times$ DM

ಆದ್ದರಿಂದ

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}(\Delta BDE)} = \frac{\frac{1}{2}\times AD\times EN}{\frac{1}{2}\times DB\times EN} = \frac{AD}{DB}$$

$$\frac{\text{ವಿ}(\Delta ADE)}{\text{ವಿ}\ (\Delta CED)} = \frac{\frac{1}{2}\times AE\times DM}{\frac{1}{2}\times EC\times DM} = \frac{AE}{EC}$$

ΔBDE ಮತ್ತು DEC ಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ DF ಮತ್ತು BC∥DE ರೇಖೆಗಳ ನಡುವೆ ಇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ವಿ(ΔBDE) = ವಿ(ΔDEC) --- (3)

ಆದ್ದರಿಂದ (1), (2) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

ಪ್ರಮೇಯ 2.2

ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ΔABC ಯ AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯು BC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿದ್ದರೆ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ (ಚಿತ್ರ 2.13 ನೋಡಿ) ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

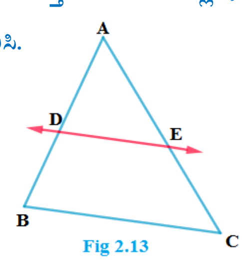


Fig 2.13

ಪರಿಹಾರ: DE∥BC (∵ ದತ್ತ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ (∵ ಪ್ರಮೇಯ 2.1)

$\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$ (∵ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗೊಳಿಸಿದಾಗ)

$$\frac{DB}{AD} + 1 = \frac{EC}{AE} + 1$$
$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$$
$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$ (∵ ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗೊಳಿಸಿದಾಗ)

ಉದಾಹರಣೆ 2: ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ AB∥DC, EF∥AB ಆಗುವಂತೆ E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಸಮಾಂತರವಲ್ಲದ ಬಾಹುಗಳಾದ AD ಮತ್ತು BC ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು (ಚಿತ್ರ 2.14 ನೋಡಿ) $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

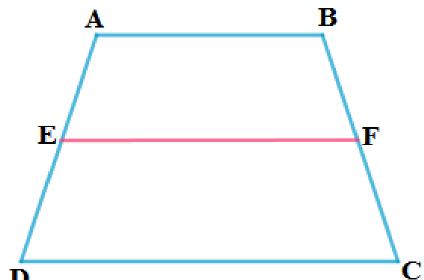
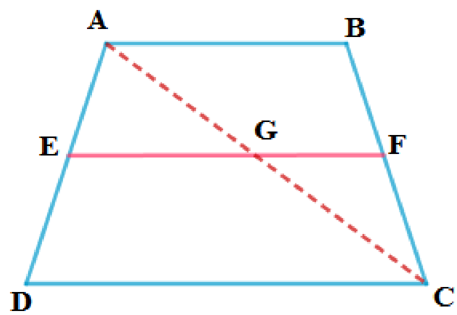


Fig 2.14

ಪರಿಹಾರ: AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು EF ನ್ನು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ. (ಚಿತ್ರ 2.15 ನೋಡಿ) AB∥DC ಮತ್ತು EF∥AB (∴ ಒಂದೇ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾನಾಂತರ)



ಈಗ ΔADC ಯಲ್ಲಿ

EG∥DC (∵EF∥DC)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AE}{ED} = \frac{AG}{GC}$ (∵ ಪ್ರಮೇಯ 2.1) -----(1)

ಹಾಗಯೇ ΔCAB ನಲ್ಲಿ

$$\frac{CG}{AG} = \frac{CF}{BF}$$
ಅಂದರೆ
$$\frac{AG}{GC} = \frac{BF}{FC}$$ -----(2)

ಆದ್ದರಿಂದ (1), (2) ಮತ್ತು ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ (1) ರಿಂದ
$$\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC}$$

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಚಿತ್ರ 2.16 ರಲ್ಲಿ $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ ಮತ್ತು $\angle PST = \angle PRQ$ ಆದರೆ ΔPQR ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

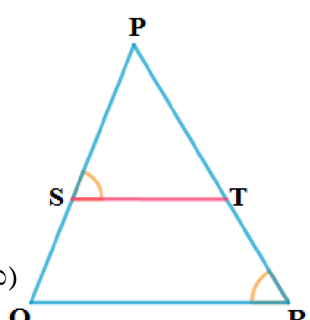


Fig 2.16

ಆದ್ದರಿಂದ ST∥QR (∵ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle PST = \angle PQR$ (∵ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು) -----(1)

ಆದರೆ $\angle PST = \angle PRQ$ (∵ ದತ್ತ) -------(2)

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle PRQ = \angle PQR$ ((1), (2) ಮತ್ತು ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ (1) ರಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ PQ = PR (∵ ಸಮವಾದ ಕೋನಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾದ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ)

ಅಂದರೆ ΔPQR ಇದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 2.2

1. ಚಿತ್ರ 2.17 ರ (i) ಮತ್ತು (ii) ರಲ್ಲಿ DE∥BC ಆದರೆ (i) ರಲ್ಲಿ EC (ii) ರಲ್ಲಿ AD ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

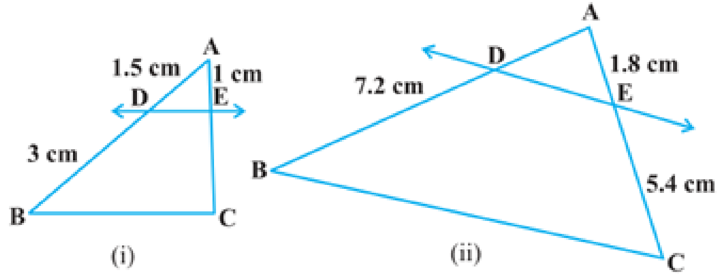


Fig. 2.17

2. E ಮತ್ತು ಈ ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ PQ ಮತ್ತು PR ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ EF∥QR ಆಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.
   (i) PE = 3.9cm EQ = 3cm PF = 3.6cm FR = 2.4cm
   (ii) PE = 4cm QE = 4.5cm PF = 8cm RF = 9cm
   (iii) PQ = 1.28cm PR = 2.56cm PE = 0.18cm PF = 0.36cm
3. ಚಿತ್ರ 2.18 ರಲ್ಲಿ LM∥CB ಮತ್ತು LN∥CD ಆದರೆ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

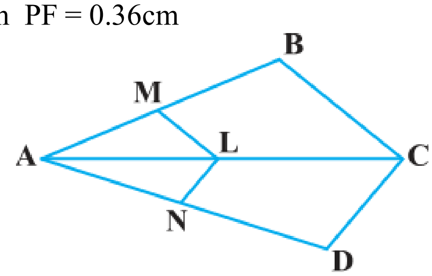


Fig 2.18

4. ಚಿತ್ರ 2.19 ರಲ್ಲಿ DE∥AC ಮತ್ತು DF∥AE ಆದರೆ $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

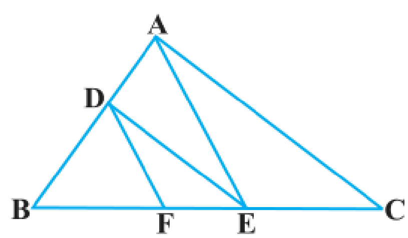


Fig 2.19

5. ಚಿತ್ರ 2.20 ಯಲ್ಲಿ DE∥OQ ಮತ್ತು DF∥OR ಆದರೆ EF∥QR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

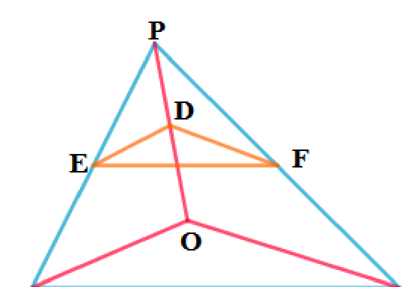


Fig 2.20

6. ಚಿತ್ರ 2.21 ರಲ್ಲಿ $AB \parallel PQ$ ಮತ್ತು $AC \parallel PR$ ಆಗುವಂತೆ A, B ಮತ್ತು C ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು. ಆದರೆ $BC \parallel QR$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

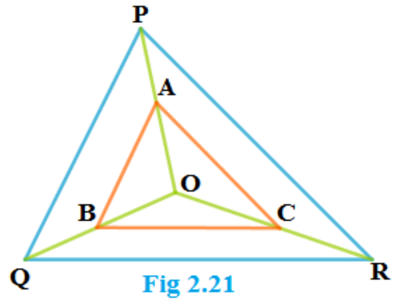


Fig 2.21

7. ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಮೇಯ 2.1 ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ (ನೀವು ಇದನ್ನು 9ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದ್ದೀರಿ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)
8. ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಮೇಯ 2.2 ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ (ನೀವು ಇದನ್ನು 9ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)
9. ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಇದರಲ್ಲಿ $AB \parallel DC$ ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ $\frac{AO}{CO} = \frac{CO}{DO}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.
10. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ ಆಗುವಂತೆ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ

1. ಚಿತ್ರ 2.17 ರ (i) ಮತ್ತು (ii) ರಲ್ಲಿ $DE \parallel BC$ ಆದರೆ (i) ರಲ್ಲಿ EC (ii) ರಲ್ಲಿ AD ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

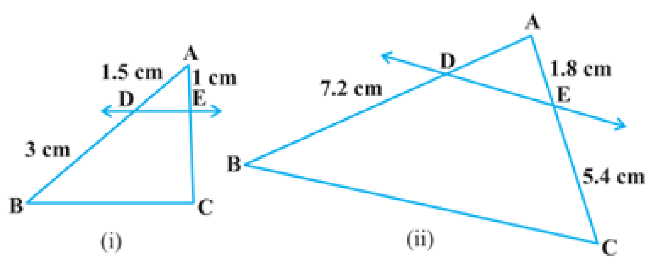


Fig. 2.17

(i) $\triangle ABC$ಯಲ್ಲಿ, $DE \parallel BC$ ($\because$ ದತ್ತ)

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [$\because$ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ]

$\Rightarrow \frac{1.5}{3} = \frac{1}{EC}$

$\Rightarrow EC = \frac{3x1}{1.5} = \frac{30}{15} = 2$ cm.

(ii) $\triangle ABC$ಯಲ್ಲಿ, $DE \parallel BC$ ($\because$ ದತ್ತ)

$\therefore \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ [$\because$ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ]

$\Rightarrow \frac{AD}{7.2} = \frac{1.8}{5.4}$

$\Rightarrow AD = \frac{1.8x7.2}{5.4} = \frac{18x7.2}{54}$

$\Rightarrow$ AD = 2.4 cm.

2. E ಮತ್ತು F ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ PQ ಮತ್ತು PR ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂದರ್ಭಗಳಲ್ಲಿ EF∥QR ಆಗಿದೆಯೇ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

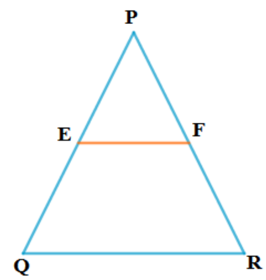
(i) PE = 3.9cm EQ = 3cm PF = 3.6cm FR = 2.4cm

(ii) PE = 4cm QE = 4.5cm PF = 8cm RF = 9cm

(iii) PQ = 1.28cm PR = 2.56cm PE = 0.18cm PF = 0.36cm

ΔPQRನಲ್ಲಿ, E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ PQ ಮತ್ತು PR ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು.

(i) PE = 3.9 cm, EQ = 3 cm ,PF = 3.6 cm, FR = 2,4 cm (ದತ್ತ)



$\therefore \frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = \frac{39}{3} = 1.3$ [∵ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ]

ಮತ್ತು $\frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{36}{24} = 1.5$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$

ಆದ್ದರಿದ EF∥QR ಆಗಿಲ್ಲ

(ii) PE = 4 cm, QE = 4.5 cm, PF = 8cm, RF = 9cm

$\therefore \frac{PE}{QE} = \frac{4}{4.5} = \frac{40}{45} = \frac{8}{9}$ [∵ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯ]

ಮತ್ತು, $\frac{PF}{RF} = \frac{8}{9}$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{PE}{QE} = \frac{PF}{RF}$

ಆದ್ದರಿಂದ, EF∥QR

(iii) PQ = 1.28 cm, PR = 2.56 cm, PE = 0.18 cm, PF = 0.36 cm

ಇಲ್ಲಿ, EQ = PQ - PE = 1.28 - 0.18 = 1.10 cm

ಮತು, FR = PR - PF = 2.56 - 0.36 = 2.20 cm

ಹಾಗಾಗಿ, $\frac{PE}{QE} = \frac{0.18}{1.10} = \frac{18}{110} = \frac{9}{55}$ ... (i)

ಮತು, $\frac{PE}{FR} = \frac{0.36}{2.20} = \frac{36}{220} = \frac{9}{55}$ ... (ii)

$\therefore \frac{PE}{QE} = \frac{PE}{FR}$

ಆದ್ದರಿಂದ, EF∥QR

3. ಚಿತ್ರ 2.18 ರಲ್ಲಿ LM∥CB ಮತ್ತು LN∥CD ಆದರೆ $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

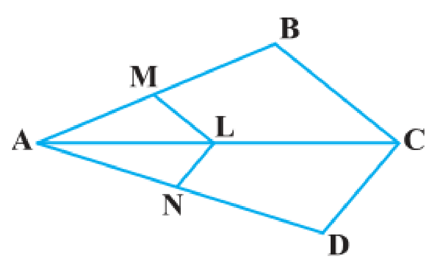


Fig 2.18

ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, LM || CB

ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{AM}{MB} = \frac{AL}{AC}$ ... (i)

ಇದೇ ರೀತಿ, LN || CD

$\therefore \frac{AN}{AD} = \frac{AL}{AC}$ ... (ii)

(i) ಮತ್ತು **(ii)** ರಿಂದ,

$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AD}$

4. ಚಿತ್ರ 2.19 ರಲ್ಲಿ DE||AC ಮತ್ತು DF||AE ಆದರೆ $\frac{BF}{FE} = \frac{BE}{EC}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ΔABCಯಲ್ಲಿ , DE || AC (ದತ್ತ)

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ --------(1)

ΔABCಯಲ್ಲಿ , DF || AE (ದತ್ತ)

∴ ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{BD}{DA} = \frac{BF}{FE}$ --------(2)

ಸಮೀಕರಣ **(i)** ಮತ್ತು **(ii)** ರಿಂದ

$\frac{BE}{EC} = \frac{BF}{FE}$

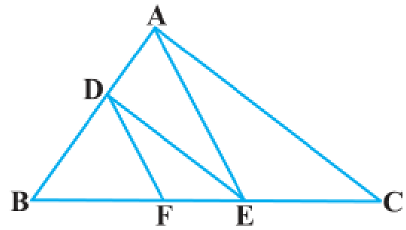


Fig 2.19

5. ಚಿತ್ರ 2.20 ಯಲ್ಲಿ DE||OQ ಮತ್ತು DF||OR ಆದರೆ EF||QR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ΔPQO ಯಲ್ಲಿ, DE || OQ (ದತ್ತ)

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{PD}{DO} = \frac{PE}{EQ}$ ...(1)

ΔPORನಲ್ಲಿ, DF || OR (ದತ್ತ)

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{PD}{DO} = \frac{PF}{FR}$ ...(2)

ಸಮೀಕರಣ **(1)** ಮತ್ತು **(2)** ರಿಂದ

$\frac{PE}{EQ} = \frac{PF}{FR}$

ಆದ್ದರಿಂದ ΔPQR ನಲ್ಲಿ ,

EF || QR. [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ]

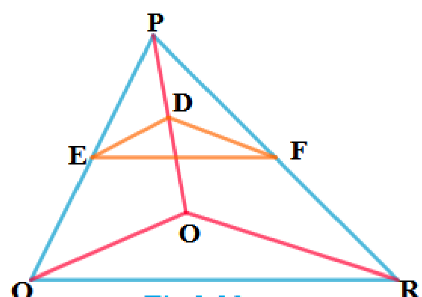


Fig 2.20

6. ಚಿತ್ರ 2.21 ರಲ್ಲಿ AB||PQ ಮತ್ತು AC||PR ಆಗುವಂತೆ A, B ಮತ್ತು C ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ OP, OQ ಮತ್ತು OR ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು. ಆದರೆ BC||QR ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ΔOPQಯಲ್ಲಿ, AB || PQ (ದತ್ತ)

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{OA}{AP} = \frac{OB}{BQ}$ -------------------(1)

ΔOPR ಯಲ್ಲಿ , AC || PR (ದತ್ತ)

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{OA}{AP} = \frac{OC}{CR}$ -------------------(2)

ಸಮೀಕರಣ **(1)** ಮತ್ತು **(2)** ರಿಂದ

$\frac{OB}{BQ} = \frac{OC}{CR}$

ಆದ್ದರಿಂದ, ΔOQR ನಲ್ಲಿ, BC || QR. [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ]

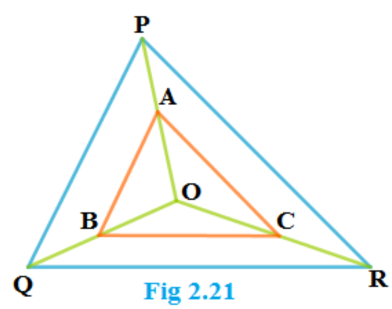


Fig 2.21

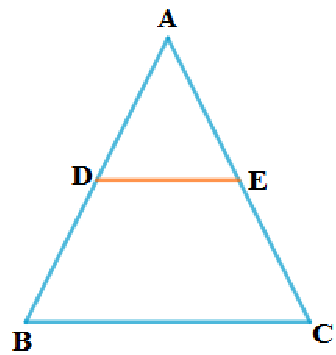
7. **ತಿಭುಜದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಮತ್ತೊಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ಸರಳರೇಖೆಯು ಅದರ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಮೇಯ 2.1 ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ (ನೀವು ಇದನ್ನು 9ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದ್ದೀರಿ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)**

ದತ್ತ: : ΔABC ಯಲ್ಲಿ D ಯು ABಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು $\Rightarrow$ AD=DB.

D ಬಿಂದುವಿನಿಂದ BC ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ DE ರೇಖೆಯು ACಯನ್ನು E ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: E ಯು AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

ಸಾಧನೆ: D ಯು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.



$\therefore AD = DB$

$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = 1$ ----------------------(1)

ΔABCಯಲ್ಲಿ, $DE \parallel BC$,

$\therefore$ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

$\Rightarrow 1 = \frac{AE}{EC}$ [ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ]

$\therefore AE = EC$

$\Rightarrow$E ಯು AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

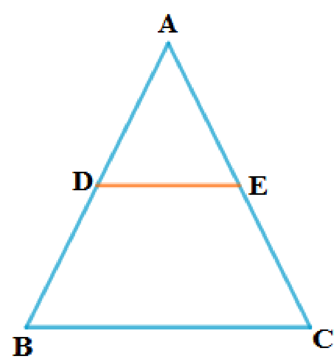
8. **ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯು ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಪ್ರಮೇಯ 2.2 ನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸಾಧಿಸಿ (ನೀವು ಇದನ್ನು 9ನೇ ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕಲಿತಿರುವಿರಿ ಎಂಬುವುದನ್ನು ಜ್ಞಾಪಿಸಿಕೊಳ್ಳಿ)**

ದತ್ತ: ΔABCಯಲ್ಲಿ D ಮತ್ತು E ಬಿಂದುಗಳು AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು

$\Rightarrow$AD=BD ಮತ್ತು AE=EC.

ಸಾಧನೀಯ: $DE \parallel BC$

ಸಾಧನೆ: D ಯು ABಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (ದತ್ತ)



$\therefore AD = DB$

$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = 1$ ------------------------ (1)

ಹಾಗೆಯೇ E ಯು AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು (ದತ್ತ)

$\therefore AE=EC$

$\Rightarrow \frac{AE}{EC} = 1$ --------------------------(2)

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC}$

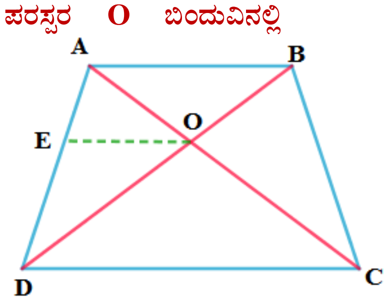
ಆದ್ದರಿಂದ $DE \parallel BC$ [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ]

9. **ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಇದರಲ್ಲಿ AB||DC ಮತ್ತು ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ $\frac{AO}{CO} = \frac{CO}{DO}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.**

ದತ್ತ: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯABCDಯಲ್ಲಿ, $AB \parallel DC$ ಮತ್ತು

ಕರ್ಣ AC ಮತ್ತು ಕರ್ಣ BD ಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AO}{CO} = \frac{CO}{DO}$



ರಚನೆ: O ಮೂಲಕ EO ∥ DC ∥ AB ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: ΔADCಯಲ್ಲಿ, OE ∥ DC (ರಚನೆ)

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{CO}$ -------------------------(1)

ΔABDಯಲ್ಲಿ, OE ∥ AB (ರಚನೆ)

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{ED}{AE} = \frac{DO}{BO}$

$\Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BO}{DO}$ ----------------------(2) [ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಮಾಡಿದಾಗ]

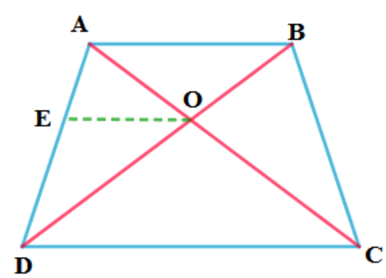
ಸಮೀಕರಣ **(1)** ಮತ್ತು **(2)** ರಿಂದ

$\frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$

$\Rightarrow \frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$

10. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ ಆಗುವಂತೆ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ ABCD ಕರ್ಣ AC ಮತ್ತು ಕರ್ಣ BD ಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ ಆಗುವಂತೆ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ



ಸಾಧನೀಯ: ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

ರಚನೆ: O ಮೂಲಕ EO ∥ AB ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು ADಯನ್ನು Eಯಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ.

ಸಾಧನೆ: ΔDABಯಲ್ಲಿ, EO ∥ AB

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{ED}{AE} = \frac{DO}{BO} \Rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BO}{DO}$ ------------------------ (1) [ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಮಾಡಿದಾಗ]

ಅದೇ ರೀತಿ, $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$ (ದತ್ತ)

$\Rightarrow \frac{AO}{CO} = \frac{BO}{DO}$ ------------------(2)

ಸಮೀಕರಣ **(1)** ಮತ್ತು **(2)** ರಿಂದ

$\frac{AE}{ED} = \frac{AO}{CO}$

∴ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ

EO ∥ DC ಮತ್ತು EO ∥ AB

⇒ AB ∥ DC.

ABCD ಯು ಒಂದು ತ್ರಾಪಿಜ್ಯ

2.4 ತ್ರಿಭುಜಗಳ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣಗಳು

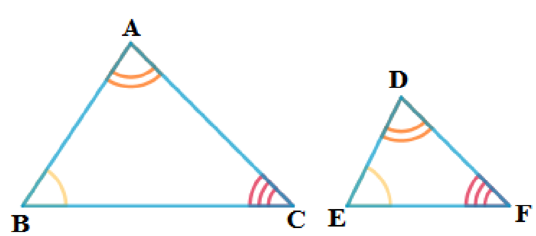


Fig 2.22

ಮುಖ್ಯವಾಗಿ ಗಮನಿಸಬೇಕಾದ ಅಂಶವೇನೆಂದರೆ ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ಹೆಸರಿಸಿದಂತೆ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನು ಸಾಂಕೇತಿಕವಾಗಿ ಸೂಚಿಸುವಾಗ ಅದರ ಅನುರೂಪ ಶೃಂಗಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಸೂಚಿಸಬೇಕು. ಉದಾಹರಣೆಗೆ ಚಿತ್ರ 2.22 ರಲ್ಲಿರುವ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಮತ್ತು ತ್ರಿಭುಜ DEF ಗಳನ್ನು $\Delta ABC \sim \Delta EDF$ ಅಥವಾ $\Delta ABC \sim \Delta FED$ ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯಬಾರದು ಅದಾಗ್ಯೂ $\Delta BAC \sim \Delta EDF$ ಎಂದು ನಾವು ಬರೆಯಬೇಕು.

ಪ್ರಮೇಯ 2.3

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ (ಅಥವಾ ಸಮಾನುಪಾತ ದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ) ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

AAA

ಈ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣವನ್ನು ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಕೋನ – ಕೋನ – ಕೋನ (ಕೋ. ಕೋ. ಕೋ) ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗಿದೆ. (ಅಥವಾ AAA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

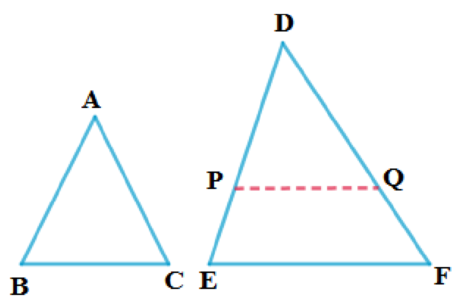


Fig 2.24

ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$ ಮತ್ತು $\angle C = \angle F$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ (<1) ಮತ್ತು $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ರಚನೆ: $DP = AB$ ಮತ್ತು $DQ = AC$ ಆಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ PQ ವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

ಸಾಧನೆ: ΔABCಮತ್ತು ΔDPQಗಳಲ್ಲಿ ,

$AB = DP$ (ರಚನೆ)

$AC = DQ$ (ರಚನೆ)

$\angle A = \angle D$ (ದತ್ತ)

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DPQ$ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ.ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)

$\Rightarrow \angle B = \angle P$

ಆದರೆ $\angle B = \angle E$ (ದತ್ತ)

$\therefore \angle P = \angle E$

ಇವು ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು

$\therefore PQ \parallel EF$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$ [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow \frac{PE}{DP} = \frac{QF}{DQ}$ [ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮ ಮಾಡಿದಾಗ]

$\Rightarrow \frac{PE}{DP} + 1 = \frac{QF}{DQ} + 1$

$\Rightarrow \frac{PE+DP}{DP} = \frac{QF+DQ}{DQ} \Rightarrow \frac{DE}{DP} = \frac{DF}{DQ}$

$\Rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$ [$\because AB = DP, AC = DQ$]

$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ [ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗೊಳಿಸದಾಗ]

ಅದೇ ರೀತಿ $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ (<1)

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$

ನೆನಪಿಡಿ: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 2.4

ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳೊಡನೆ ಸಮಾನುಪಾತ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ (ಅಂದರೆ ಅನುಪಾತ ಒಂದೇ ಆದರೆ) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಅದರಿಂದಾಗಿ ಆ ಎ ರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಈ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣವನ್ನು ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆಯ ಬಾಹು–ಬಾಹು–ಬಾಹು (S.S.S ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಎಂದು ಹೇಳಲಾಗಿದೆ.)

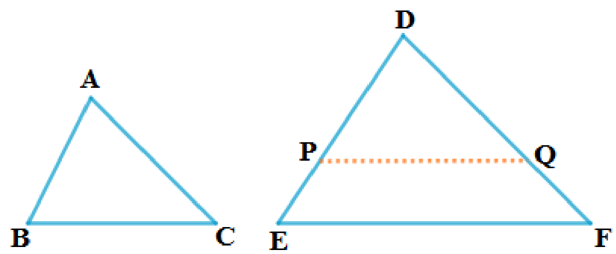


Fig 2.26

ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ, $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$ (<1) ------(1)

ಸಾಧನೀಯ: $\angle A = \angle D, \angle B = \angle E$ ಮತ್ತು $\angle C = \angle F$ ಮತ್ತು $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

ರಚನೆ: $DP = AB$ ಮತ್ತು $DQ = AC$ ಆಗುವಂತೆ ಕತ್ತರಿಸಿ PQ ವನ್ನು ಸೇರಿಸಿ

ಸಾಧನೆ: $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$ [$\because DP = AB, DQ = AC$]

$\Rightarrow \frac{DE}{DP} = \frac{DF}{DQ}$ [$\because$ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗೊಳಿಸಿದಾಗ]

$\Rightarrow \frac{DE}{DP} - 1 = \frac{DF}{DQ} - 1$

$\Rightarrow \frac{DE-DP}{DP} = \frac{DF-DQ}{DQ}$

$\Rightarrow \frac{PE}{DP} = \frac{QF}{DQ}$

$\Rightarrow \frac{DP}{PE} = \frac{DQ}{QF}$ [∵ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗೊಳಿಸಿದಾಗ]

⇒PQ∥EF [∵ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮ]

ಆದ್ದರಿಂದ **∠P = ∠E ಮತ್ತು ∠Q = ∠F**

∴ ΔDPQ ~ΔDEF [AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{PQ}{EF}$ ---(2) [ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ]

AB = DP, AC = DQ ಆದಾಗ,

$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} = \frac{BC}{EF}$ ----- (3)

(2) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ

BC = PQ

ΔABC ಮತ್ತು ΔDPQ ಗಳಲ್ಲಿ,

BC = PQ

AB = DP (ರಚನೆ)

AC = DQ (ರಚನೆ)

∴ΔABC ≅ ΔDPQ (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ.ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ)

ಆದ್ದರಿಂದ ∠A = ∠D, ∠B = ∠P ಮತ್ತು ∠C = ∠Q

⇒∠A = ∠D, ∠B = ∠E ಮತ್ತು ∠C = ∠F ಮತ್ತು ΔABC ≅ Δ DEF

ಪ್ರಮೇಯ 2.5

ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗಿದ್ದು ಆ ಕೋನಗಳು ಉಂಟುಮಾಡಿರುವ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿ ಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಇದನ್ನು ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಚಿತ್ರ 2.29 ರಲ್ಲಿ PQ∥RS ಆದರೆ ΔPOQ ~ ΔSOR ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: PQ∥RS (∵ ದತ್ತ)

ಆದ್ದರಿಂದ ∠P = ∠S (∵ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

ಮತ್ತು ∠Q = ∠R (∵ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

ಮತ್ತು ∠POQ = ∠SOR (∵ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

ಆದ್ದರಿಂದ ΔPOQ ~ ΔSOR

(∵ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

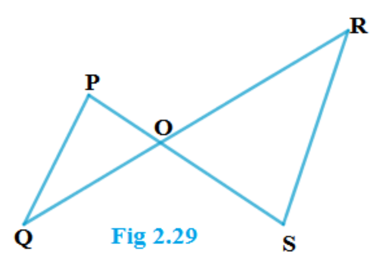


Fig 2.29

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಚಿತ್ರ 2.30 ಯನ್ನು ಗಮನಿಸಿ ∠P ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ

$\frac{AB}{RQ} = \frac{3.8}{7.6} = \frac{1}{2}, \frac{BC}{CQ} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

ಮತ್ತು $\frac{CA}{PR} = \frac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

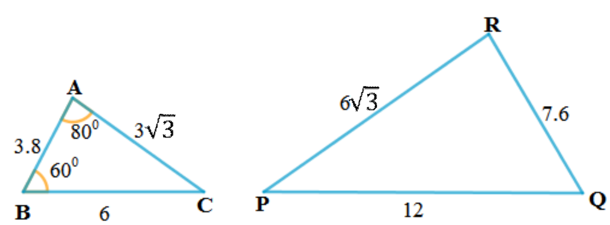


Fig 2.30

ಅಂದರೆ $\frac{AB}{RQ} = \frac{BC}{CQ} = \frac{CA}{PR}$

∴ ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABC \sim \Delta RQP$ (∵ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\angle C = \angle P$ (∵ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

ಆದರೆ $\angle C = 180 - \angle A - \angle B$ (ಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತದ ಗುಣಲಕ್ಷಣ)

$= 180^0 - 80^0 - 60^0 = 40^0$

$\angle P = 40^0$

ಉದಾಹರಣೆ 6: ಚಿತ್ರ 2.31 ರಲ್ಲಿ OA.OB = OC.OD ಆದರೆ $\angle A = \angle C$ ಮತ್ತು $\angle B = \angle D$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

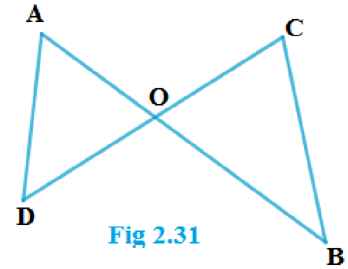


Fig 2.31

ಪರಿಹಾರ: OA.OB = OC.OD (ದತ್ತ)

ಹಾಗೆ $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ ------------------------(1)

ಹಾಗೂ

AOD = COB (∵ ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು) ------(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$\Delta AOD \sim \Delta COB$ (∵ ಸಮರೂಪತೆಯ SAS ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಹೀಗೆ $\angle A = \angle C$ ಮತ್ತು $\angle D = \angle B$ (∵ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

ಉದಾಹರಣೆ 7: 90cm ಎತ್ತರವಿರುವ ಹುಡುಗಿಯೊಬ್ಬಳು 1.2m/s ಜವದಲ್ಲಿ ಒಂದು ದೀಪದ ಕಂಬವೊಂದರ ಬುಡದಿಂದ ಹೊರ ನಡೆಯುತ್ತಿದ್ದಾಳೆ. ದೀಪವು ನೆಲದಿಂದ 3.6m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ 4 ಸೆಕೆಂಡ್‌ಗಳ ನಂತರ ಅವಳ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದವೇನು?

ಪರಿಹಾರ:

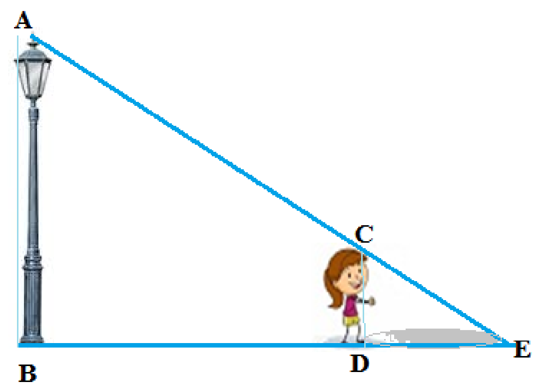


Fig 2.32

AB ದೀಪದ ಕಂಬವಾಗಿರಲಿ. ಹುಡುಗಿಯ ಎತ್ತರ CD ಆಗಿರಲಿ.

DE ಯು ಹುಡುಗಿಯ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು.

DE = x' m ಆಗಿರಲಿ.

ಈಗ, BD = 1.2m × 4 = 4.8m

ಗಮನಿಸಿ: ΔABE ಮತ್ತು ΔCDE ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle B = \angle D$ (ಪ್ರತಿಯೊಂದು 90^0 ಆಗಿದೆ. ಕಂಬ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿ ಇಬ್ಬರೂ ನೆಲಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿ ನಿಂತಿದ್ದಾರೆ)

ಮತ್ತು $\angle E = \angle E$ (∵ ಒಂದೇ ಕೋನಗಳು)

ಹಾಗೆ $\Delta ABE \sim \Delta CDE$ (∵ ಸಮರೂಪತೆಯ AA ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

∴ $\frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD}$

ಅಂದರೆ, $\frac{4.8+x}{x} = \frac{3.6}{0.9}$ (∵$90cm = \frac{90}{100} m = 0.9m$)

ಅಂದರೆ, $4.8+x = 4x$

ಅಂದರೆ, $3x = 4.8$

ಅಂದರೆ, $x = 1.6$

ಹೀಗೆ 4 ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಡಿಗೆಯ ನಂತರ ಹುಡುಗಿಯ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ 1.6m

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಚಿತ್ರ 2.33 ರಲ್ಲಿ CM ಮತ್ತು RN ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಆದರೆ

(i) $\Delta AMC \sim \Delta PNR$

(ii) $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ}$

iii) $\Delta CMB \sim \Delta RNQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

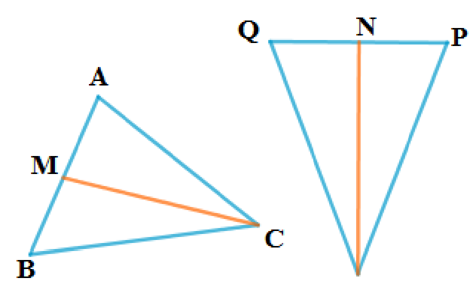


Fig 2.33

ಪರಿಹಾರ:

i) $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ಹೀಗೆ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ ---------------------(1)

ಮತ್ತು $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$ ಮತ್ತು $\angle C = \angle R$ ------ (2)

ಆದರೆ $AB = 2AM$ ಮತ್ತು $PQ = 2PN$ ($\because$ CM ಮತ್ತು RN ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳಾದ ಕಾರಣ)

ಹೀಗೆ $\frac{2AM}{2PN} = \frac{CA}{RP}$

$\frac{AM}{PN} = \frac{CA}{RP}$ -------------(3)

ಅಲ್ಲದೇ, $\angle MAC = \angle NPR$ ($\because$ (2) ರಿಂದ) ---------(4)

ಹೀಗೆ (3) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ

$\Delta AMC \sim \Delta PNR$ (SAS ಸಮರೂಪ ನಿರ್ಧಾರಕಗುಣ) --(5)

ii) (5) ರಿಂದ $\frac{CM}{RN} = \frac{CA}{RP}$ ---------------(6)

ಆದರೆ $\frac{CA}{RP} = \frac{AB}{PQ}$ ($\because$ (2) ರಿಂದ) --------------(7)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{CM}{RN} = \frac{CA}{RP}$ -----------(8)

(iii) ಪುನ: $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{CM}{RN} = \frac{BC}{QR}$ ($\because$ (8) ಮತ್ತು (9) ರಿಂದ)

ಹಾಗೂ $\frac{CM}{RN} = \frac{AB}{PQ} = \frac{2BM}{2QN}$

ಅಂದರೆ $\frac{CM}{RN} = \frac{BM}{QN}$ ------- (10)

ಅಂದರೆ $\frac{CM}{RN} = \frac{BC}{QR} = \frac{BM}{QN}$ ($\because$ (9) ಮತ್ತು (10) ರಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta CMB \sim \Delta RNQ$ ($\because$ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಮರೂಪತೆ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಗಮನಿಸಿ: i) ನೇ ಭಾಗವನ್ನು ಸಾಧಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನೇ ಅನುಸರಿಸುತ್ತಾ ನೀವು ಭಾಗ (iii) ನ್ನು ಕೂಡಾ ಸಾಧಿಸಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 2.3

1) ಚಿತ್ರ 2.34 ರಲ್ಲಿ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳು ಯಾವುವು ತಿಳಿಸಿ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಸಮರೂಪತೆಯ ಯಾವ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವಿರಿ ಎಂದು ಬರೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

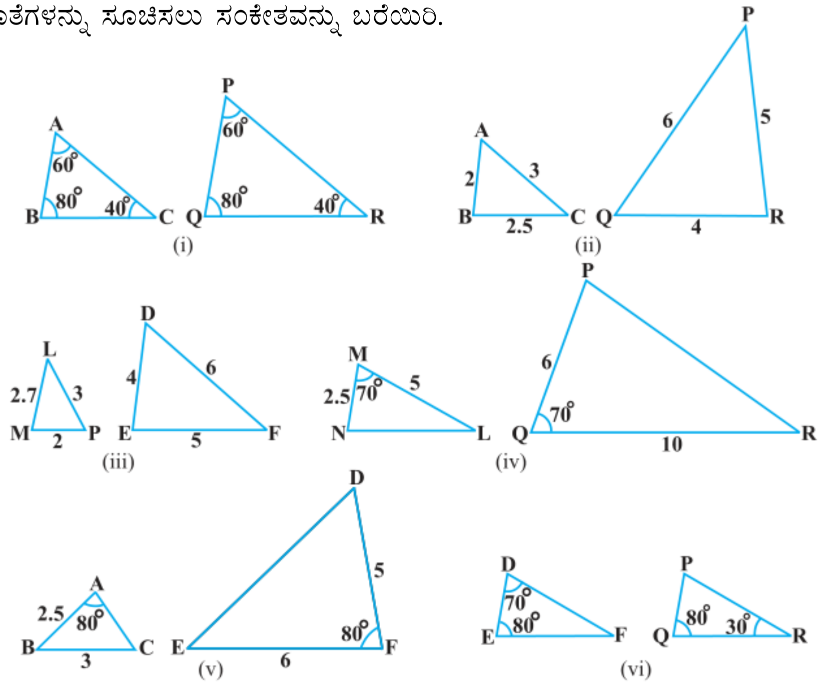


Fig. 2.34

2) ಚಿತ್ರ 2.35 ರಲ್ಲಿ $\Delta OBA \sim \Delta ODC$, $\angle BOC = 125^0$ ಮತ್ತು $\angle CDO = 70$ ಆದರೆ $\angle DOC$, $\angle DCO$ ಮತ್ತು $\angle OAB$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

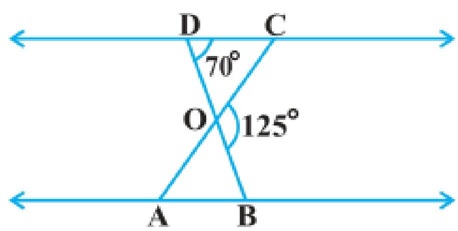


Fig. 2.35

3) ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ , $AB \parallel DC$ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇಧಿಸುತ್ತವೆ. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

4) ಚಿತ್ರ 2.36 ರಲ್ಲಿ $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ ಮತ್ತು $\angle 1 = \angle 2$ ಆದರೆ $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

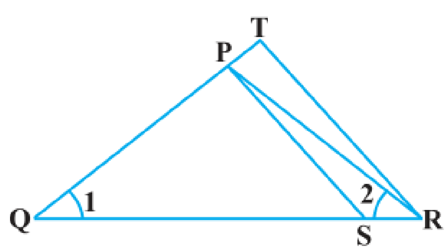


Fig. 2.36

5) $\angle P = \angle RTS$ ಆಗಿರುವಂತೆ S ಮತ್ತು T ಗಳು ΔPQR ನ PR ಮತ್ತು QR ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಆದರೆ $\Delta RPQ \sim \Delta RTS$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

6) ಚಿತ್ರ 2.37 $\Delta ABE \cong \Delta ACD$ ರಲ್ಲಿ ಆದರೆ $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

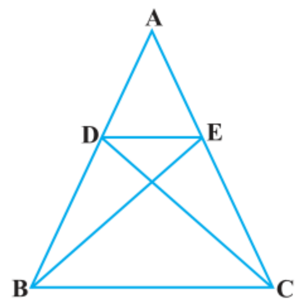


Fig. 2.37

7) ಚಿತ್ರ 2.38 ರಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಎತ್ತರಗಳಾದ AD ಮತ್ತು CE ಗಳು ಪರಸ್ಪರ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ

i) $\Delta AEP \sim \Delta CDP$

ii) $\Delta ABD \sim \Delta CBE$

iii) $\Delta AEP \sim \Delta ADB$

iv) $\Delta PDC \sim \Delta BEC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

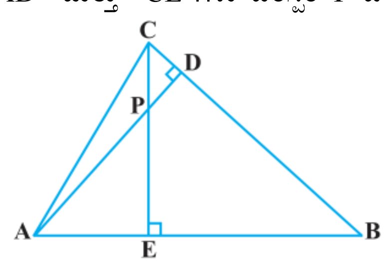


Fig. 2.38

8) ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ೦ಆ ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ E ಬಿಂದುವಿದೆ ಮತ್ತು BE ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ F ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

9) ಚಿತ್ರ 2.39 ರಲ್ಲಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔAMP ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ B ಮತ್ತು M ಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಆದರೆ:

i) $\Delta ABC \sim \Delta AMP$

ii) $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

10) CD ಮತ್ತು GH ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ACB ಮತ್ತು EGF ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುವಂತೆ D ಮತ್ತು H ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔEFG ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು FE ಮೇಲೆ ಇವೆ. $\Delta ABC \sim \Delta EFG$ ಆದರೆ

i) $\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$

ii) $\Delta DCB \sim \Delta HGE$

iii) $\Delta DCA \sim \Delta HGF$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

11) ಚಿತ್ರ 2.40 ಯಲ್ಲಿ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABCಯಲ್ಲಿ $AB = AC$, E ಯು CB ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು $AD \perp BC$, $EF \perp AC$ ಆದರೆ $\Delta ABD \sim \Delta ECF$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

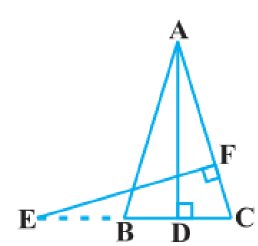


Fig. 2.40

12) ಚಿತ್ರ 2.41 ರಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು BC ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AD ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ ಬಾಹುಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು QR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PM ನೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

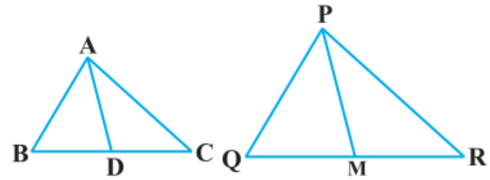


Fig. 2.41

13) ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ADC = \angle BAC$ ಆಗುವಂತೆ D ಯು BC ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ $CA^2 = CB.CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

14) ΔABC ಯು ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು AC ಗಳು ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AD ಯು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ ಬಾಹುಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು PR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PM ನೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

15) 6m ಎತ್ತರದ ನೇರವಾದ ಕಂಬವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 4m ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡವು 28 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವೇನು?

16) AD ಮತ್ತು PM ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ನ ಮದ್ಯರೇಖೆಗಳಾಗಿದ್ದು $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಆದರೆ $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ

17) ಚಿತ್ರ 2.34 ರಲ್ಲಿ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳು ಯಾವುವು ತಿಳಿಸಿ. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಲು ಸಮರೂಪತೆಯ ಯಾವ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿರುವಿರಿ ಎಂದು ಬರೆಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಜೊತೆಗಳನ್ನು ಸೂಚಿಸಲು ಸಂಕೇತವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

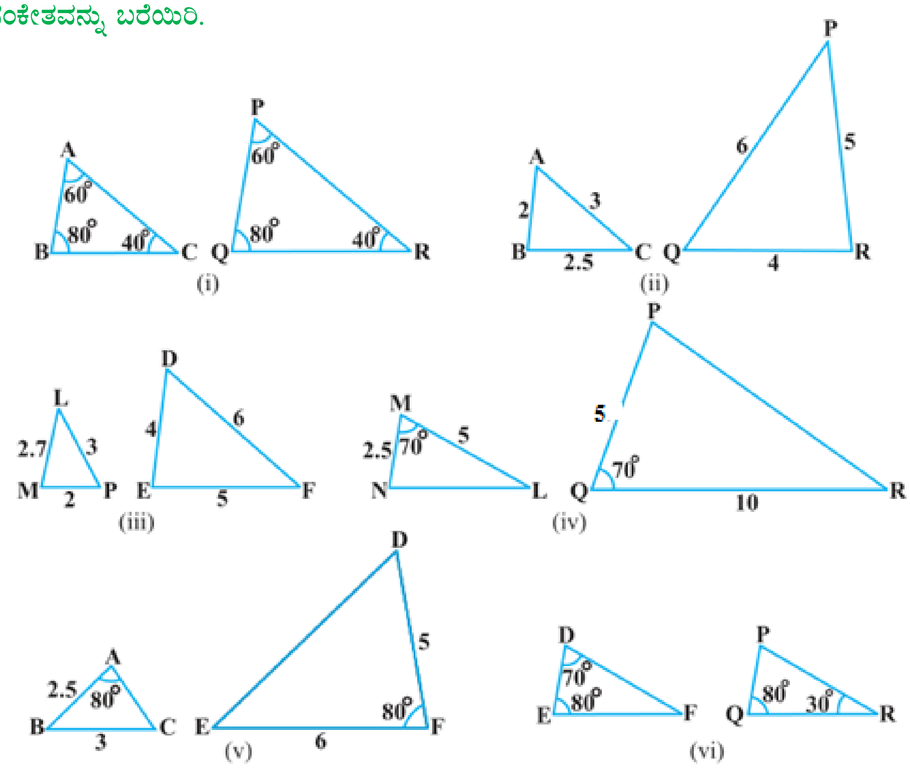


Fig. 2.34

1. ΔABC ಮತ್ತು ΔPQRಗಳಲ್ಲಿ,
$\angle A = \angle P = 60^\circ$ (ದತ್ತ)
$\angle B = \angle Q = 80^\circ$ (ದತ್ತ)
$\angle C = \angle R = 40^\circ$ (ದತ್ತ)
$\therefore \Delta ABC \sim \Delta PQR$ (AAA ಸಮರೂಪತೆ ನಿಧಾರಕ ಗುಣ)

(ii) ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ,
$\frac{AB}{QR} = \frac{BC}{RP} = \frac{CA}{PQ}$
$\therefore \Delta ABC \sim \Delta QRP$ (SSS ಸಮರೂಪತೆ ನಿಧಾರಕ ಗುಣ)

(iii) ΔLMP ಮತ್ತು ΔDEFಗಳಲ್ಲಿ,
LM = 2.7, MP = 2, LP = 3, EF = 5, DE = 4, DF = 6
$\frac{MP}{DE} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
$\frac{PL}{DF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
$\frac{LM}{EF} = \frac{2.7}{5} = \frac{27}{50}$
ಇಲ್ಲಿ, $\frac{MP}{DE} = \frac{PL}{DF} \neq \frac{LM}{EF}$
$\therefore \Delta LMP$ ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ

(iv) ΔMNL ಮತ್ತು ΔQPRಗಳಲ್ಲಿ,
$\frac{MN}{QP} = \frac{ML}{QR} = \frac{1}{2}$
$\angle M = \angle Q = 70^\circ$
$\therefore \Delta MNL \sim \Delta QPR$ (SAS ಸಮರೂಪತೆ ನಿಧಾರಕ ಗುಣ)

(v) ΔABC ಮತ್ತು ΔDEFಗಳಲ್ಲಿ,
AB = 2.5, BC = 3, $\angle A = 80^\circ$, EF = 6, DF = 5, $\angle F = 80^\circ$
$\Rightarrow \frac{AB}{DF} = \frac{2.5}{5} = \frac{1}{2}$
ಮತ್ತು, $\frac{BC}{EF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
$\Rightarrow \angle B \neq \angle F$
$\Rightarrow \Delta ABC$ ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಲ್ಲ.

(vi) ΔDEFಯಲ್ಲಿ,
$\angle D + \angle E + \angle F = 180^\circ$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳು)
$\Rightarrow 70^\circ + 80^\circ + \angle F = 180^\circ$
$\Rightarrow \angle F = 180^\circ - 70^\circ - 80^\circ$
$\Rightarrow \angle F = 30^\circ$
ΔPQRನಲ್ಲಿ,
$\angle P + \angle Q + \angle R = 180$ (ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳು)
$\Rightarrow \angle P + 80^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle P = 180° - 80° - 30°$

$\Rightarrow \angle P = 70°$

ΔDEF ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle D = \angle P = 70°$

$\angle F = \angle Q = 80°$

$\angle F = \angle R = 30°$

$\Rightarrow \Delta DEF \sim \Delta PQR$ (AAA ಸಮರೂಪತೆ ನಿಧಾರಕ ಗುಣ)

2. ಚಿತ್ರ 2.35 ರಲ್ಲಿ $\Delta OBA \sim \Delta ODC$, $\angle BOC = 125^0$ ಮತ್ತು $\angle CDO = 70$ ಆದರೆ $\angle DOC$, $\angle DCO$ ಮತ್ತು $\angle OAB$ ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

DOB ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle DOC + \angle COB = 180°$

$\Rightarrow \angle DOC = 180° - 125° = 55°$

ΔDOCಯಲ್ಲಿ,

$\angle DCO + \angle CDO + \angle DOC = 180°$

(ತ್ರಿಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ $180°$.)

$\Rightarrow \angle DCO + 70° + 55° = 180°$

$\Rightarrow \angle DCO = 180^0 - 125° = 55^0$

ಆದರೆ, $\Delta ODC \sim \Delta OBA$. (ದತ್ತ)

$\therefore \angle OAB = \angle OCD$ [ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಕೋನಗಳು]

$\Rightarrow \angle OAB = 55°$

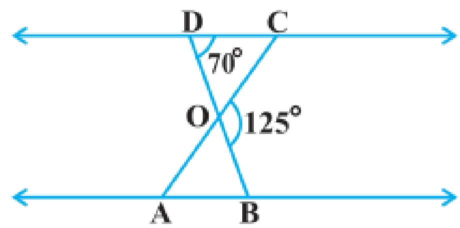


Fig. 2.35

3. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ , $AB \parallel DC$ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇಧಿಸುತ್ತವೆ. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಸಮರೂಪತೆ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ΔBOA ಮತ್ತು ΔDOC ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle ABO = \angle CDO$ [AB || CD,ಅಂತರ್ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು]

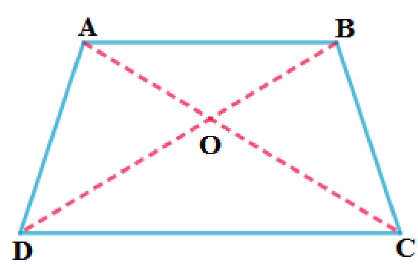
$\angle BAO = \angle DCO$ [AB || CD,ಅಂತರ್ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು]

$\angle BOA = \angle DOC$ [ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

$\therefore \Delta BOA \sim \Delta DOC$ [AAA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\therefore \frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB}$ [ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾಹುಗಳು]

$\Rightarrow \frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD}$ [ವ್ಯುತ್ಕ್ರಮಗೊಳಿಸಿದಾಗ]



4. ಚಿತ್ರ 2.36 ರಲ್ಲಿ $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ ಮತ್ತು $\angle 1 = \angle 2$ ಆದರೆ $\Delta PQS \sim \Delta TQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ΔPQRನಲ್ಲಿ,

$\angle PQR = \angle PRQ$ (ದತ್ತ)

$\therefore PQ = PR$ ------------------------(1)

ಆದರೆ, $\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PR}$ (ದತ್ತ)

ಸಮೀಕರಣ (1) ರಿಂದ

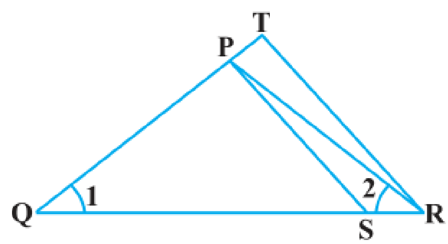


Fig. 2.36

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PQ}$ -------------------------(2)

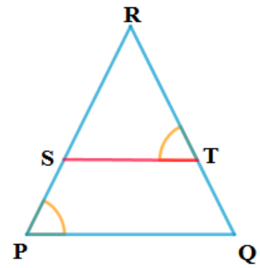
ΔPQS ಮತ್ತು ΔTQRಗಳಲ್ಲಿ,

$\frac{QR}{QS} = \frac{QT}{PQ}$ [ಸಮೀಕರಣ (2)]

∠Q = ∠Q

∴ ΔPQS ~ ΔTQR [SAS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

5. ∠P = ∠RTS ಆಗಿರುವಂತೆ S ಮತ್ತು T ಗಳು ΔPQR ನ PR ಮತ್ತು QR ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಆದರೆ ΔRPQ ~ ΔRTS ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ಪರಿಹಾರ:

ΔRPQ ಮತ್ತು ΔRSTಗಳಲ್ಲಿ,

∠RTS = ∠QPS (ದತ್ತ)

∠R = ∠R (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

∴ ΔRPQ ~ ΔRTS (AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

6. ಚಿತ್ರ 2.37 ΔABE ≅ ΔACD ರಲ್ಲಿ ಆದರೆ ΔADE ~ ΔABC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಪರಿಹಾರ:

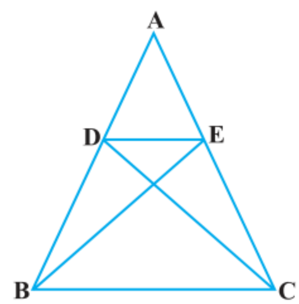


Fig. 2.37

ΔABE ≅ ΔACD (ದತ್ತ)

∴ AB = AC----------------------(1)

ಮತ್ತು AD = AE----------------------(2)

[ಸರ್ವಸಮ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು]

ΔADE ಮತ್ತು ΔABCಗಳಲ್ಲಿ,

ಸಮೀಕರಣ (2)ನ್ನು (1)ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ,

$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$

∠A = ∠A [ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

∴ ΔADE ~ ΔABC [SAS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

7. ಚಿತ್ರ 2.38 ರಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಎತ್ತರಗಳಾದ AD ಮತ್ತು CE ಗಳು ಪರಸ್ಪರ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಆದರೆ

i) ΔAEP ~ ΔCDP
ii) ΔABD ~ ΔCBE
iii) ΔAEP ~ ΔADB
iv) ΔPDC ~ ΔBEC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

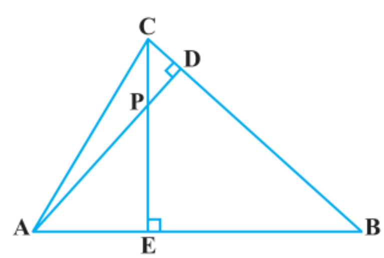


Fig. 2.38

(i) **ΔAEP ಮತ್ತು ΔCDP ಗಳಲ್ಲಿ,**

∠AEP = ∠CDP = 90°

∠APE = ∠CPD (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

ΔAEP ~ ΔCDP

(ii) ΔABD ಮತ್ತು ΔCBE ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle ADB = \angle CEB = 90°$
$\angle ABD = \angle CBE$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)
ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\Delta ABD \sim \Delta CBE$
(iii) **ΔAEP ಮತ್ತು ΔADB ಗಳಲ್ಲಿ,**

$\angle AEP = \angle ADB = 90^0$
$\angle PAE = \angle DAB$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)
ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

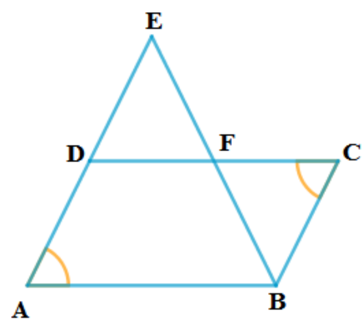
$\Delta AEP \sim \Delta ADB$
(iv) **ΔPDC ಮತ್ತು ΔBEC ಗಳಲ್ಲಿ,**

$\angle PDC = \angle BEC = 90°$
$\angle PCD = \angle BCE$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)
ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\Delta PDC \sim \Delta BEC$

8. ABCD ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ AD ಬಾಹುವನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ E ಬಿಂದುವಿದೆ ಮತ್ತು BE ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ F ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:



ΔABE ಮತ್ತು ΔCFBಗಳಲ್ಲಿ,
$\angle A = \angle C$ (ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)
$\angle AEB = \angle CBF$ ($AE \parallel BC$,ಅಂತರ್ ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)
ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ
$\Delta ABE \sim \Delta CFB$

9. ಚಿತ್ರ 2.39 ರಲ್ಲಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔAMP ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ B ಮತ್ತು M ಗಳಲ್ಲಿ ಲಂಬ ಕೋನಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಆದರೆ:

i) $\Delta ABC \sim \Delta AMP$

ii) $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

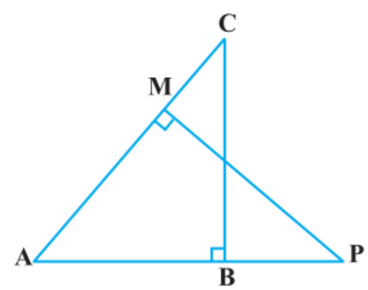


Fig. 2.39

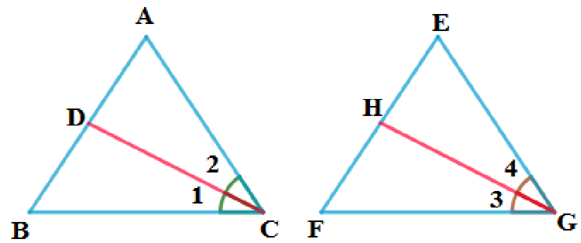
(i) ΔABC ಮತ್ತು ΔAMP ಗಳಲ್ಲಿ,
$\angle A = \angle A$ (ಸಾಮಾನ್ಯ ಕೋನ)

$\angle ABC = \angle AMP = 90°$
ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta AMP$
(ii) $\Delta ABC \sim \Delta AMP$ (ಸಾಧಿಸಿದೆ)
ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತಗಳು ಸಮ,
ಆದ್ದರಿಂದ, $\frac{CA}{PA} = \frac{BC}{MP}$

10. CD ಮತ್ತು GH ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ACB ಮತ್ತು EGF ಗಳ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳಾಗಿರುವಂತೆ D ಮತ್ತು H ಬಿಂದುಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔEFG ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು FE ಮೇಲೆ ಇವೆ. $\Delta ABC \sim \Delta EFG$ ಆದರೆ

i) $\frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$
ii) $\Delta DCB \sim \Delta HGE$
iii) $\Delta DCA \sim \Delta HGF$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



(i) $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ [ದತ್ತ]

$\therefore \angle A = \angle F, \angle ACB = \angle FGE$ [ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು]

CD ಯು $\angle ACB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ, GH ಯು $\angle FGE$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ

$\therefore \angle ACD = \angle FGH$

ΔACD ಮತ್ತು ΔFGH ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle A = \angle F$

$\angle ACD = \angle FGH$

ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\Delta ACD \sim \Delta FGH$

$\Rightarrow \frac{CD}{GH} = \frac{AC}{FG}$

(ii) $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ [ದತ್ತ]

$\therefore \angle B = \angle E$, ಮತ್ತು $\angle ACB = \angle FGE$ [ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು]

CD ಯು $\angle ACB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ, GH ಯು $\angle FGE$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ

$\therefore \angle DCB = \angle HGE$

ಈಗ ΔDCB ಮತ್ತು ΔHGE ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle DCB = \angle HGE$

$\angle B = \angle E$

ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\therefore \Delta DCB \sim \Delta HGE$

(iii) $\Delta ABC \sim \Delta FEG$ [ದತ್ತ]

$\therefore \angle A = \angle F, \angle ACB = \angle FGE$ [ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು]

CD ಯು $\angle ACB$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ, GH ಯು $\angle FGE$ ಯ ಕೋನಾರ್ಧರೇಖೆ

$\therefore \angle ACD = \angle FGH$

ಈಗ, ΔDCA ಮತ್ತು ΔHGF,

$\angle ACD = \angle FGH$

$\angle A = \angle F$

ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\therefore \Delta DCA \sim \Delta HGF$

11. ಚಿತ್ರ 2.40 ಯಲ್ಲಿ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABCಯಲ್ಲಿ $AB = AC$, E ಯು CB ಯನ್ನು ವೃದ್ಧಿಸಿದ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದು $AD \perp BC$, $EF \perp AC$ ಆದರೆ $\Delta ABD \sim \Delta ECF$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ABC ಯು ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

$AB = AC$

$\Rightarrow \angle B = \angle C$ [ಸಮಬಾಹುಗಳಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನಗಳು]

$\Rightarrow \angle ABD = \angle ECF$

ΔABD ಮತ್ತು ΔECF ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle ADB = \angle EFC = 90^0$ [$AD \perp BC$, $EF \perp AC$]

$\Rightarrow \angle ABD = \angle ECF$

ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\therefore \Delta ABD \sim \Delta ECF$

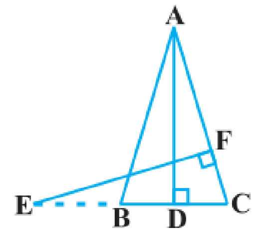


Fig. 2.40

12. ಚಿತ್ರ 2.41 ರಲ್ಲಿ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು BC ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AD ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ ಬಾಹುಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು QR ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ PM ನೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿದ್ದರೆ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PM}$

ಸಾಧನೀಯ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ಸಾಧನೆ: $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AD}{PM}$

$\frac{AB}{PQ} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}QR} = \frac{AD}{PM}$ ----------- (1)

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM} = \frac{AD}{PM}$ (D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು. M ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು)

$\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta PQM$ [SSS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\therefore \angle ABD = \angle PQM$ [ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು]

$\Rightarrow \angle ABC = \angle PQR$

ಈಗ ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$

$\angle ABC = \angle PQR$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ [SAS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

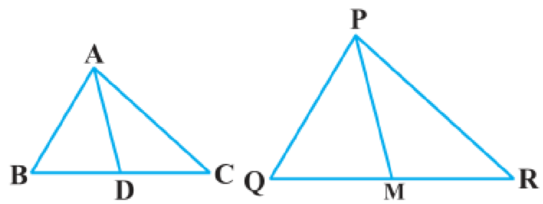


Fig. 2.41

13. ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ADC = \angle BAC$ ಆಗುವಂತೆ D ಯು BC ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. ಆದರೆ $CA^2 = CB.CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ΔADC ಮತ್ತು ΔBAC ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle ADC = \angle BAC$ (ದತ್ತ)

$\angle ACD = \angle BCA$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

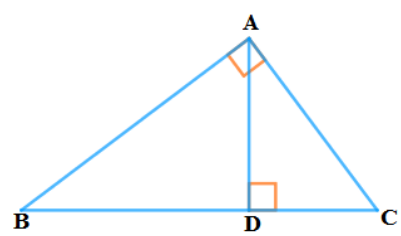
ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\therefore \Delta ADC \sim \Delta BAC$

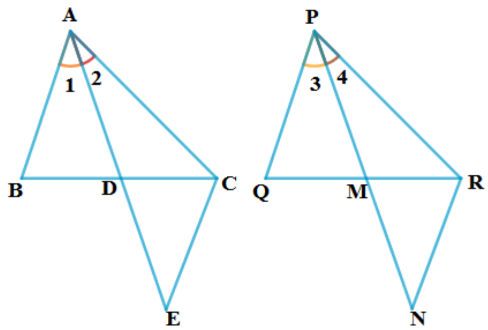
ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

$\therefore \frac{CA}{CB} = \frac{CD}{CA}$

$\Rightarrow CA^2 = CB.CD.$



14. ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB ಮತ್ತು AC ಗಳು ಹಾಗೂ ಮಧ್ಯರೇಖೆ AD ಯು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔPQR ನ ಬಾಹುಗಳಾದ PQ ಮತ್ತು PR ಹಾಗೂ ಮದ್ಯರೇಖೆ PM ನೊಂದಿಗೆ ಸಮಾನುಪಾತ ಹೊಂದಿದ್ದರೆ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ, ADಯು BC ಯ ಮತ್ತು PM, QR ಗೆಳೆದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು.

ಮತ್ತು $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$

ಸಾಧನೀಯ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ರಚನೆ: Produce to AD = DE ಆಗುವಂತೆ AD ಯನ್ನು E ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ, CE ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ,

ಹಾಗೆಯೇ, PM = MN ಆಗುವಂತೆ PMನ್ನು N ವರೆಗೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ, RN ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: ΔABD ಮತ್ತು ΔCDE ಗಳಲ್ಲಿ,

$AD = DE$ [∵ರಚನೆ]

$BD = DC$ [∵ AD ಮಧ್ಯರೇಖೆ]

$\angle ADB = \angle CDE$ [∵ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

$\therefore \Delta ABD \cong \Delta CDE$ [∵ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ]

⇒ AB = CE [ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾ.] -----------------------(i)

ಇದೇ ರೀತಿ, ΔPQM ಮತ್ತು ΔMNR ಗಳಲ್ಲಿ,

$PM = MN$ [∵ರಚನೆ]

$QM = MR$ [∵PM ಮಧ್ಯರೇಖೆ]

$\angle PMQ = \angle NMR$ [∵ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು]

$\therefore \Delta PQM = \Delta MNR$ [∵ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ. ಸ್ವಯಂಸಿದ್ಧ]

⇒ PQ = RN [ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾ.]----------------------(ii)

ಆದರೆ, $\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$

$\Rightarrow \frac{CE}{RN} = \frac{AC}{PR} = \frac{AD}{PM}$ [(i) ಮತ್ತು (ii) ರಿಂದ]

$\Rightarrow \frac{CE}{RN} = \frac{AC}{PR} = \frac{2AD}{2PM}$

$\Rightarrow \frac{CE}{RN} = \frac{AC}{PR} = \frac{AE}{PN}$ [∵ 2AD = AE ಮತ್ತು 2PM = PN]

$\therefore \Delta ACE \sim \Delta PRN$ [SSS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\therefore \angle 2 = \angle 4$

ಇದೇ ರೀತಿ $\angle 1 = \angle 3$

$\therefore \angle 1 + \angle 2 = \angle 3 + \angle 4$

$\Rightarrow \angle A = \angle P$ ------------------------(iii)

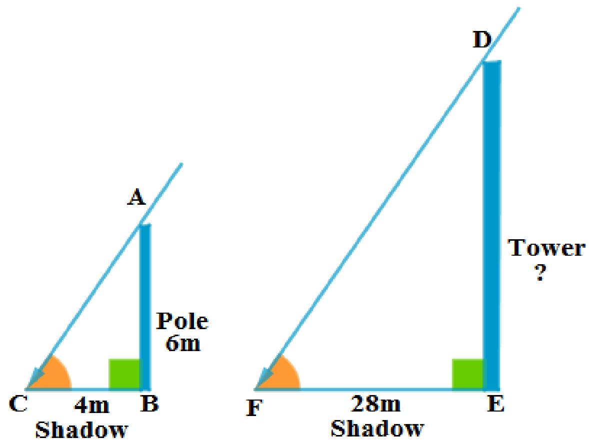
ಈಗ, ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ಗಳಲ್ಲಿ,

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR}$ [∵ ದತ್ತ]

$\angle A = \angle P$ [(iii)ರಿಂದ]

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta PQR$ [SAS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

15. 6m ಎತ್ತರದ ನೇರವಾದ ಕಂಬವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ 4m ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಟ್ಟಡವು 28 ಮೀಟರ್ ಉದ್ದದ ನೆರಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಕಟ್ಟಡದ ಎತ್ತರವೇನು?



ನೇರವಾದ ಕಂಬದ ಉದ್ದ = AB = 6m

ಕಂಬದ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ = BC = 4 m

ಗೋಪುರದ ನೆರಳಿನ ಉದ್ದ = EF = 28 m

ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = DE = h m ಆಗಿರಲಿ

ΔABC ಮತ್ತು ΔDEF ಗಳಲ್ಲಿ ,

$\angle C = \angle F$ (ಸೂರ್ಯನಿಂದ ಏಕ ಕಾಲದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಉನ್ನತ ಕೋನ)

$\angle B = \angle E = 90°$

ಆದ್ದರಿಂದ, AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$,(ಸಮರೂಪಿ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ)

$\therefore \frac{6}{h} = \frac{4}{28}$

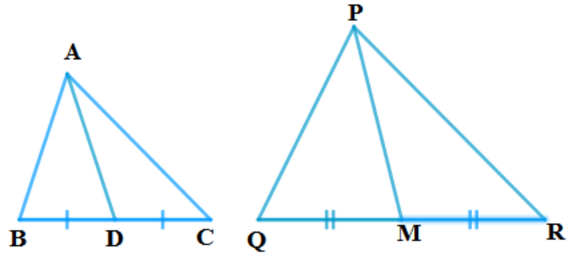
$\Rightarrow h = 6\times\frac{6x28}{4}$

$\Rightarrow h = 6 \times 7$

$\Rightarrow h = 42$ m

$\therefore$ ಗೋಪುರದ ಎತ್ತರ = 42 m.

16. AD ಮತ್ತು PM ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಮತ್ತು ΔPQR ನ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳಾಗಿದ್ದು $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಆದರೆ $\frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



$\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$\frac{AB}{PQ} = \frac{AC}{PR} = \frac{BC}{QR}$ -------------- (1)

ಹಾಗೂ $\angle A = \angle P, \angle B = \angle Q, \angle C = \angle R$ ------------------- (2)

AD ಮತ್ತು PM ಗಳು ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು

$\therefore BD = \frac{BC}{2}$ ಮತ್ತು $QM = \frac{QR}{2}$ -----------------(3)

From equations **(i)** and **(iii)**, we get

$\therefore \frac{AB}{PQ} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}QR} = \frac{BD}{QM}$ ---------------(4)

ΔABD ಮತ್ತು ΔPQM ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle B = \angle Q$ [(2) ರಿಂದ]

$\frac{AB}{PQ} = \frac{BD}{QM}$ [(iv)ರಿಂದ]

$\therefore \Delta ABD \sim \Delta PQM$ (SAS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣದ ಪ್ರಕಾರ)

$\Rightarrow \frac{AB}{PQ} = \frac{AD}{PM}$

2.5 ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

ಪ್ರಮೇಯ 2.6

ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

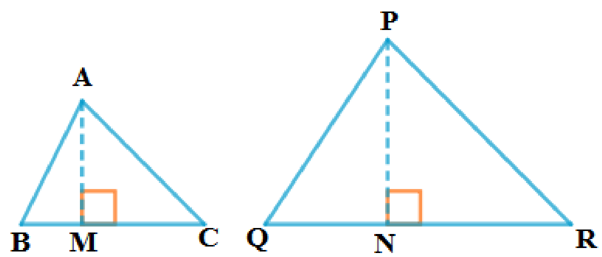


Fig 2.42

ದತ್ತ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$

ರಚನೆ: ΔABC ಯ ಎತ್ತರ AM ಮತ್ತು ΔPQRನ ಎತ್ತರ PN ಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ: ವಿ$(ABC) = \frac{1}{2} \times BC \times AM$

ಮತ್ತು ವಿ(PQR) $= \frac{1}{2} \times QR \times PN$

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \frac{\frac{1}{2} x\ BC\ x\ AM}{\frac{1}{2} x\ QR\ x\ PN} = \frac{BC\ x\ AM}{QR\ x\ PN}$ ----- (1)

ಈಗ ΔABM ಮತ್ತು ΔPQN ಗಳಲ್ಲಿ

$\angle B = \angle Q$ ($\because \Delta ABC \sim \Delta PQR$)

ಮತ್ತು $\angle M = \angle N = 90^0$ [ಎತ್ತರಗಳು ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ]

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABM \sim \Delta PQN$ ($\because$ AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AM}{PN} = \frac{AB}{PQ}$ – – – – – – – (2)

ಅಲ್ಲದೆ $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ($\because$ ದತ್ತ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{CA}{RP}$ – – – –(3)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \frac{AB}{PQ}\ x\ \frac{AM}{PN}$ --------- [$\because$(1) ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ]

$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \frac{AB}{PQ}\ x\ \frac{AB}{PQ} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2$ ($\because$ (2) ರಿಂದ)

ಈಗ ಸಮೀಕರಣ (3) ರಿಂದ

$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \left(\frac{AB}{PQ}\right)^2 = \left(\frac{BC}{QR}\right)^2 = \left(\frac{CA}{PR}\right)^2$

ಉದಾಹರಣೆ 9: ಚಿತ್ರ 2.43 ರಲ್ಲಿ ΔABC ಯು AC ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ XY ರೇಖಾಖಂಡವು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಎರಡು ಭಾಗಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ ಅನುಪಾತ $\frac{AX}{AB}$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

ನಮಗೆ XY∥AC ($\because$ದತ್ತ)

$\therefore$ ಹೀಗೆ $\angle BXY = \angle A$ ($\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

$\angle BYX = \angle C$ ($\because$ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು)

$\therefore$ $\Delta ABC \sim \Delta XBY$ ($\because$ AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(XBY)} = \left(\frac{AB}{XB}\right)^2$ ($\because$ಪ್ರಮೇಯ 2.6) -------------- (1)

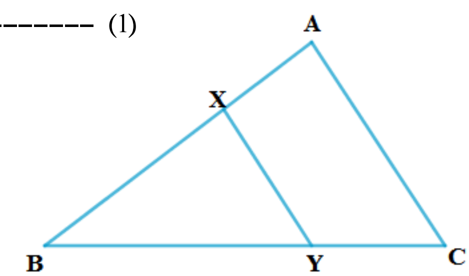


Fig 2.43

$\therefore$ ಅಲ್ಲದೆ ವಿ(ABC) = 2 ವಿ(XBY) ($\because$ ದತ್ತ)

$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(XBY)} = \frac{2}{1}$ ----------------- (2)

$\therefore$ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$\left(\frac{AB}{XB}\right)^2 = \frac{2}{1}$

$\frac{AB}{XB} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1}}$

ಅಥವಾ $\frac{XB}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ಅಥವಾ $1 - \frac{XB}{AB} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{AB-XB}{AB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$ ಅಂದರೆ $\frac{AX}{AB} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$

ಅಭ್ಯಾಸ 2.4

1. $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $64cm^2$ ಮತ್ತು $121cm^2$ ಗಳಾಗಿದ್ದು $EF = 15.4cm$ ಆದರೆ BC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
2. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ $AB \| CD$ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $AB = 2CD$ ಆದರೆ ΔAOB ಮತ್ತು ΔCOD ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಚಿತ್ರ 2.44 ರಲ್ಲಿ ABC ಮತ್ತು DBC ಎಂಬ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿವೆ. AD ಮತ್ತು BC ಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DBC)} = \frac{AO}{DO}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
4. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
5. D, E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB, BC ಮತ್ತು AC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ ΔDEF ಮತ್ತು ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
7. ವರ್ಗದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದೇ ವರ್ಗದ ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಗುರುತು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

8. ΔABC ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳು ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆದರೆ ΔABC ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ
   A) 2 : 1 B) 1 : 2 C) 4 : 1 D) 1 : 4
9. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ 4 : 9 ಅದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ
   A) 2 : 3 B) 4 : 9 C) 81 : 16 D) 16 : 81

ಪರಿಹಾರ:

1. **$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $64cm^2$ ಮತ್ತು $121cm^2$ ಗಳಾಗಿದ್ದು $EF = 15.4cm$ ಆದರೆ BC ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 64\ cm^2$

ΔDEF ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 121\ cm^2$

$EF = 15.4\ cm$

$$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{BC^2}{EF^2} = \frac{AC^2}{DF^2} \quad [\because \Delta ABC \sim \Delta DEF]\text{------------(i)}$$

$$\frac{64}{121} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\Rightarrow \frac{8^2}{11^2} = \frac{BC^2}{EF^2}$$

$$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{EF}$$

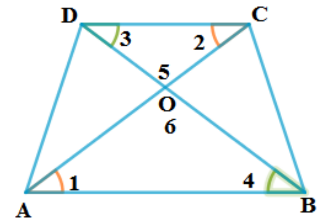
$$\Rightarrow \frac{8}{11} = \frac{BC}{15.4}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{8}{11} x 15.4$$

$$\Rightarrow BC = 8 \times 1.4$$

$$\Rightarrow BC = 11.2\ cm$$

2. ABCD ತ್ರಾಪಿಜ್ಯದಲ್ಲಿ $AB \parallel CD$ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. $AB = 2CD$ ಆದರೆ ΔAOB ಮತ್ತು ΔCOD ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ತ್ರಾಪಿಜ್ಯABCD ಯಲ್ಲಿ, $AB \parallel DC$, AC ಮತ್ತು BD ಕರ್ಣಗಳು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ΔAOB ಮತ್ತು ΔCODಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle 1 = \angle 2$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle 3 = \angle 4$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle 5 = \angle 6$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

$\therefore \Delta AOB \sim \Delta COD$ [AAAಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$$\frac{ವಿ(AOB)}{ವಿ(COD)} = \frac{AB^2}{CD^2} = \frac{(2CD)^2}{CD^2} \quad [\because AB = 2CD]$$

$$\frac{ವಿ(AOB)}{ವಿ(COD)} = \frac{4CD^2}{CD^2} = \frac{4}{1}$$

ΔAOB ಮತ್ತು ΔCOD ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ = 4:1

3. ಚಿತ್ರ 2.44 ರಲ್ಲಿ ABC ಮತ್ತು DBC ಎಂಬ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಒಂದೇ ಪಾದ BC ಯ ಮೇಲಿವೆ. AD ಮತ್ತು BC ಗಳು ಪರಸ್ಪರ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DBC)} = \frac{AO}{DO}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ΔABC ಮತ್ತು ΔDBC ಗಳು BC ಪಾದದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿದೆ.

AD ಮತ್ತು BC ಕರ್ಣಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DBC)} = \frac{AO}{DO}$

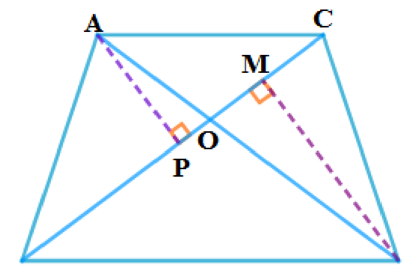


Fig 2.44

ರಚನೆ: $AP \perp BC$ ಮತ್ತು $DM \perp BC$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಾಧನೆ:

$$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{\frac{1}{2}BC x AP}{\frac{1}{2}BC x DM} = \frac{AP}{DM} \quad \text{---------(1)}$$

ΔAPO ಮತ್ತು ΔDMO ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle APO = \angle DMO = 90^0$

$\angle AOP = \angle DOM$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು)

$\therefore \Delta APO \sim \Delta DMO$ (AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)

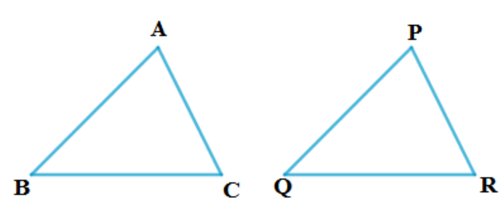
$$\frac{AP}{DM} = \frac{AO}{DO} \quad \text{--------------(2)}$$

$$\Rightarrow \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{AO}{DO} \quad [\ (1) \text{ ಮತ್ತು } (2) \text{ ರಿಂದ }]$$

4. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳು ಸರ್ವಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$ ಮತ್ತು ವಿ ΔABC = ವಿ ΔPQR

ಸಾಧನೀಯ: $\Delta ABC \cong \Delta PQR$



ಸಾಧನೆ: $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$$\frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(PQR)} = \frac{BC^2}{QR^2}$$

$$\frac{BC^2}{QR^2} = 1 [ವಿ(ABC) = ವಿ(PQR)]$$

$\Rightarrow BC^2 = QR^2 \Rightarrow BC = QR$

ಇದೇ ರೀತಿ $AB = PQ$ ಮತ್ತು $AC = PR$

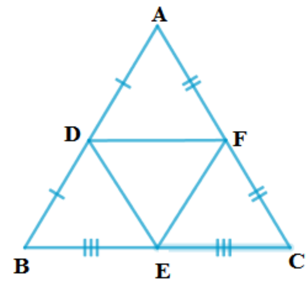
ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ [SSS ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ]

5. D, E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳಾದ AB, BC ಮತ್ತು AC ಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳಾದರೆ DEF ಮತ್ತು ΔABC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ΔABCಯಲ್ಲಿ, D,E ಮತ್ತು F ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ AB ಮತ್ತು ACಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳು. (ದತ್ತ)

∴ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ, $DF = \frac{1}{2}BC,\ DE = \frac{1}{2}AC$, ಮತ್ತು $EF = \frac{1}{2}AB$

ΔDEF ಮತ್ತು ΔCABಗಳಲ್ಲಿ



$\frac{DF}{BC} = \frac{DE}{CA} = \frac{EF}{AB} = \frac{1}{2}$

$\therefore \Delta DEF \sim \Delta CAB$

$\therefore \frac{ವಿ(DEF)}{ವಿ(CAB)} = \frac{DE^2}{AC^2}$

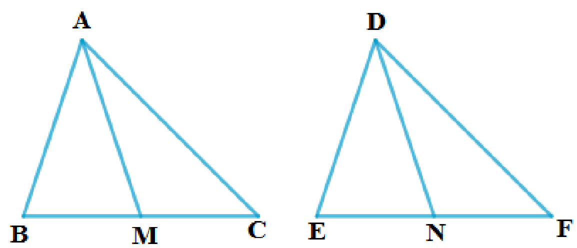
$\Rightarrow \frac{ವಿ(DEF)}{ವಿ(CAB} = \frac{\left(\frac{1}{2}AC\right)^2}{AC^2}$

$\Rightarrow \frac{ವಿ(DEF)}{ವಿ(CAB)} = \frac{\left(\frac{1}{2}AC\right)^2}{AC^2}$

$\Rightarrow \frac{ವಿ(DEF)}{ವಿ(ABC)} = \frac{1}{4}$ [ವಿΔABC = ವಿΔCAB]

6. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ (ದತ್ತ)



$\therefore \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2}$ ಮತ್ತು, $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$

$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{\frac{1}{2}BC}{\frac{1}{2}EF} = \frac{BM}{EN}$

ΔABM ಮತ್ತು ΔDEN ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle B = \angle E$ [$\Delta ABC \sim \Delta DEF$]

$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN}$

$\therefore \Delta ABM \sim \Delta DEN$ [SAS ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{BM}{DN}$

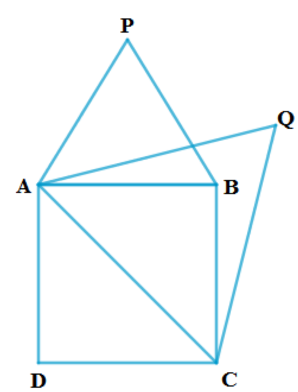
$\therefore \Delta ABM \sim \Delta DEN$

$\therefore \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{AB^2}{DE^2} = \frac{AM^2}{DN^2}$

7. ವರ್ಗದ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಅದೇ ವರ್ಗದ ಒಂದು ಕರ್ಣದ ಮೇಲೆ ರಚಿಸಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ΔAPB ಮತ್ತು ΔAQC ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು (ದತ್ತ)

$\therefore \Delta APB \sim \Delta AQC$ [AAA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]



$\therefore \frac{ವಿ(AQC)}{ವಿ(APB)} = \frac{AC^2}{AB^2}$

$\Rightarrow \frac{ವಿ(AQC)}{ವಿ(APB)} = \frac{(\sqrt{2}AB)^2}{AB^2}$ [∵ವರ್ಗದ ಕರ್ಣ = $\sqrt{2}$ಬಾಹು]

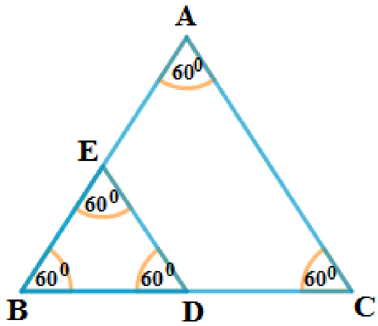
$\Rightarrow \frac{ವಿ(AQC)}{ವಿ(APB)} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow ವಿ(APB) = \frac{1}{2} \times ವಿ(AQC)$

ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಗುರುತು ಮಾಡಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

8. ΔABC ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳು ಎರಡು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು ಆದರೆ ΔABC ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ

A) 2 : 1 B) 1 : 2 C) 4 : 1 D) 1 : 4



ΔABC ಮತ್ತು ΔBDE ಗಳು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜಗಳು.

D ಯು BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು.

$\therefore BD = DC = \frac{1}{2}BC$

ΔABC ಯ ಬಾಹುಗಳು $= 2a$ ಆಗಿರಲಿ

$\Rightarrow \Delta BDE$ ಯ ಬಾಹುಗಳು $= a$

$\Delta ABC \sim \Delta BDE$

$\therefore \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(BDE)} = \frac{BC^2}{BD^2}$

$\Rightarrow \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(BDE)} = \frac{(2a)^2}{a^2}$

$\Rightarrow \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(BDE)} = \frac{4a^2}{a^2} = \frac{4}{1}$

$\therefore$ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ : **(C) 4:1**

9. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ 4 : 9 ಅದರೆ ಅವುಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ

A) 2 : 3 B) 4 : 9 C) 81 : 16 D) 16 : 81

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು $\frac{BC}{EF} = \frac{4}{9}$

$\therefore \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{BC^2}{EF^2}$

$\Rightarrow \frac{ವಿ(ABC)}{ವಿ(DEF)} = \frac{4^2}{9^2}$

$\Rightarrow \frac{BC}{EF} = \frac{16}{81} \Rightarrow BC : EF = 16 : 81$

$\therefore$ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ : **(D) 16:81**

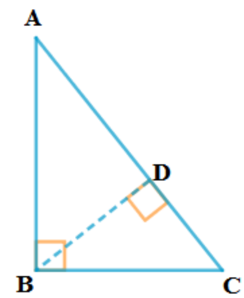
2.6. ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ:

ಪ್ರಮೇಯ 2.7 ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಶೃಂಗದಿಂದ ವಿಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವಿಭಾಗಿಸುವ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮರೂಪ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 2.8 ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 2.9 ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 2.8: ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ: $\triangle ABC$ ಯಲ್ಲಿ $\angle B = 90^0$

ಸಾಧನೀಯ: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

ರಚನೆ: $BD \perp AC$ ಎಳೆದಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: $\Delta ADB \sim \Delta ABC$ ($\because$ ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$ ($\because$ ಬಾಹುಗಳು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿವೆ)

ಅಥವಾ $AD.AC = AB^2$ ---------(1)

ಅಲ್ಲದೆ $\Delta BDC \sim \Delta ABC$ ($\because$ ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AC}$

ಅಥವಾ $CD.AC = BC^2$ ---------(2)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿಸುವುದರಿಂದ

$AD.AC + CD.AC = AB^2 + BC^2$

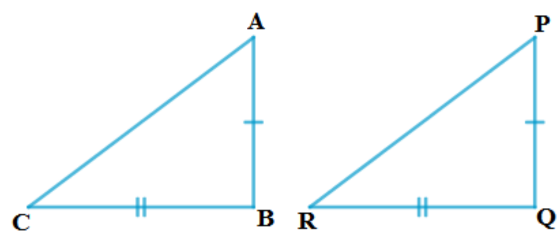
ಅಥವಾ $AC\,(AD+CD) = AB^2 + BC^2$

ಅಥವಾ $AC \times AC = AB^2 + BC^2$

$\Rightarrow AC2 = AB^2 + BC^2$

ಪ್ರಮೇಯ 2.9: ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಅತ್ಯಂತ ದೊಡ್ಡ ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳ ನಡುವೆ ಲಂಬಕೋನ ಏರ್ಪಡುತ್ತದೆ.

ದತ್ತ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AC^2 = AB^2 + BC^2$



ಸಾಧನೀಯ: $\angle B = 90^0$

ರಚನೆ: $\angle Q = 90^0$ ಮತ್ತು $PQ = AB$,

$QR = BC$ ಇರುವಂತೆ ΔPQR ನ್ನು ರಚಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:

ΔPQR ನಲ್ಲಿ,

$PR^2 = PQ^2 + QR^2$ ($\because$ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ $\angle Q = 90^0$ ಆಗಿರುವಾಗ)

$PR^2 = AB^2 + BC^2$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ) -------------- (1)

ಆದರೆ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ ($\because$ ದತ್ತ) --------------(2)

ಆದ್ದರಿಂದ $AC = PR$ ($\because$ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ) -----------(3)

$AB = PQ$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

$BC = QR$

$AC = PR$ ($\because$ (3) ರಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿದೆ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\Delta ABC \cong \Delta PQR$ ($\because$ ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ ಸಿದ್ಧಾಂತ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle B = \angle Q$ ($\because$ ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾ)

ಆದರೆ $\angle Q = 90^0$ ($\because$ ರಚನೆಯಿಂದ)

ಆದ್ದರಿಂದ $\angle B = 90^0$

ಉದಾಹರಣೆ 10: ಚಿತ್ರ 2.48 ರಲ್ಲಿ $\angle ACB = 90^0$

$CD \perp AB$ ಆದರೆ ಎಂದು $\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BD}{AD}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಪರಿಹಾರ: $\Delta ACD \sim \Delta ABC$ (∵ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

ಹಾಗಾದರೆ $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$

ಅಥವಾ $AC^2 = AD.AB$ ---------------- (1)

ಹಾಗೆಯೇ $\Delta BCD \sim \Delta BAC$ (∵ ಪ್ರಮೇಯ 2.7)

ಹಾಗಾಗಿ $\frac{BC}{BA} = \frac{BD}{BC}$

ಅಥವಾ $BC^2 = BA.BD$ ---------------(2)

ಆದ್ದರಿಂದ (1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$$\frac{BC^2}{AC^2} = \frac{BA}{AB} \times \frac{BD}{AD} = \frac{BD}{AD}$$

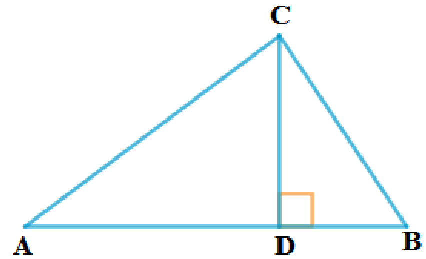


Fig 2.48

ಉದಾಹರಣೆ 11: ಒಂದು ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದ ಮೇಲೆ ಗೋಡೆಯಿಂದ 2.5m ದೂರದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ ಅದರ ತುದಿಯು ನೆಲದ ಮೇಲಿಂದ 6m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುವಂತೆ ಏಣಿಯನ್ನು ಗೋಡೆಗೆ ಒರಗಿಸಿ ಇಡಲಾಗಿದೆ. ಏಣಿಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ:

AB ಯು ಏಣಿ, CA ಯು ಗೋಡೆ ಮತ್ತು A ಕಿಟಕಿಯಾಗಿರಲಿ

ಹಾಗಾಗಿ $BC = 2.5m$ ಮತ್ತು $CA = 6m$

ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ ನಮಗೆ:

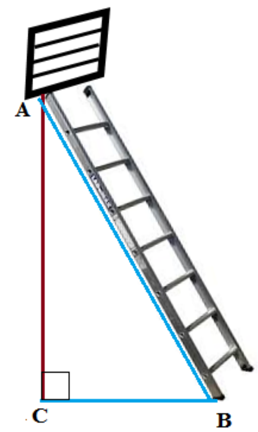
$AB^2 = BC^2 + CA^2$

$AB^2 = (2.5)^2 + 6^2$

$AB^2 = 6.25 + 36$

$AB^2 = 42.25$

ಹಾಗಾಗಿ $AB = 6.5$



ಆದ್ದರಿಂದ ಏಣಿಯ ಉದ್ದವು 6.5m ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 12: ಚಿತ್ರ 2.50 ಯಲ್ಲಿ $AD \perp BC$ ಆದರೆ $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಪರಿಹಾರ: ΔADC ಯಲ್ಲಿ, $\angle ADC = 90^0$

∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ

$AC^2 = AD^2 + CD^2$ -------(1)

ΔADB ಯಲ್ಲಿ $\angle ADB = 90^0$

∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ -------(2)

(2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

$AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$

ಅಥವಾ $AB^2 + CD^2 = BD^2 + AC^2$

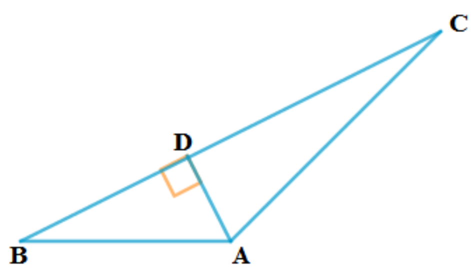


Fig 2.50

ಉದಾಹರಣೆ 13: BLಮತ್ತು CMಗಳು ABCಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳಾದರೆ$4(BL^2 + CM^2) = 5 BC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle A = 90^0$,

BL ಮತ್ತು CM ಗಳು ಅದರ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು

ΔABC ನಿಂದ,

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ (∵ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ) -----(1)

ΔABL ನಿಂದ, $BL^2 = AL^2 + AB^2$ (∵ ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ)

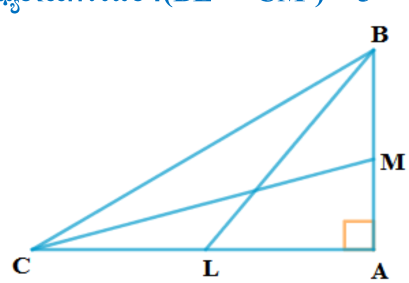


Fig 2.51

ಅಥವಾ $BL^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + AB^2$

ಅಥವಾ $4BL^2 = AC^2 + 4AB^2$ --------------------------(2)

ΔCMA ನಿಂದ

$CM2 = AC^2 + AM^2$

ಅಥವಾ $CM^2 = AC^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$ (∵ M ಇದು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು)

ಅಥವಾ $CM^2 = AC^2 + \frac{AB^2}{4}$

ಅಥವಾ $4CM^2 = 4AC^2 + AB^2$ ------------------------(3)

(2) ಮತ್ತು (3) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ನಮಗೆ

$4(BL^2 + CM^2) = 5(AC^2 + AB^2)$

ಅಂದರೆ $4(BL^2 + CM^2) = 5\ BC^2$ ------ (∵ (1) ರಿಂದ)

ಉದಾಹರಣೆ 14: ABCD ಆಯತದೊಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬಿಂದು O ಆಗಿದೆ (ಚಿತ್ರ 2.52 ನ್ನು ನೋಡಿ) $OB^2 + OD^2 = OA^2 + OC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

ಪರಿಹಾರ: AB ಯ ಮೇಲೆ P ಹಾಗೂ DC ಯ ಮೇಲೆ Q ಬಿಂದುಗಳು ಇರುವಂತೆ O ಮೂಲಕ PQ ∥ BC ರಚಿಸಿ.

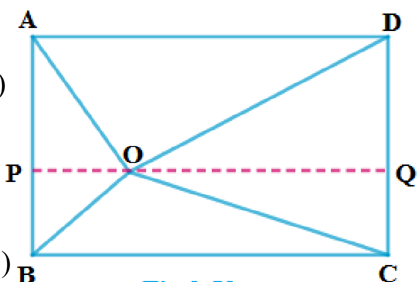


Fig 2.52

ಈಗ PQ ∥ BC

∴ $PQ \perp AB$ ಮತ್ತು $PQ \perp DC$ (∵$\angle B = 90^0$ ಮತ್ತು $\angle C = 90^0$)

ಹಾಗಾಗಿ $\angle BPQ = 90^0$ ಮತ್ತು $\angle CQP = 90^0$

∴ BPQC ಮತ್ತು APQD ಗಳೆರಡೂ ಆಯತಗಳು ಈಗ ΔOPB ನಿಂದ

$OB^2 = BP^2 + OP^2$ --- -------------------- (1)

ಹಾಗೆಯೆ ΔOQD ನಿಂದ, $OD^2 = = OQ^2 + DQ^2$ ---------------(2)

ΔOQC ನಿಂದ

$OC^2 = OQ^2 + CQ^2$ ---------------------(3)

ಮತ್ತು ΔOAP ನಿಂದ,

$OA^2 = AP^2 + OP^2$----------------------(4)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ

$OB^2 + OD^2 = BP^2 + OP^2 + OQ^2 + DQ^2$

$OB^2 + OD^2 = CQ2 + OP2 + OQ2 + AP2$ (∵ BP=CQ ಮತ್ತು DQ=AP)

$OB^2 + OD^2 = CQ^2 + OQ^2 + OP^2 + AP^2$

$OB^2 + OD^2 = OC^2 + OA^2$ (∵ (3) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ)

ಅಭ್ಯಾಸ 2.5

1. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಅಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

   i) 7cm, 24cm, 25cm
   ii) 3cm, 8cm, 6cm
   iii) 50cm, 80cm, 100cm
   iv) 130cm, 12cm, 5cm

2. ΔPQR ನಲ್ಲಿ P ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. $PM \perp QR$ ಆಗುವಂತೆ QR ಮೇಲೆ M ಒಂದು ಬಿಂದು. ಆದರೆ $PM^2 = QM.MR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
3. ಚಿತ್ರ 2.53 ರಲ್ಲಿ ΔABD ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 90^0$ $AC \perp BD$ ಆದರೆ

   i) $AB^2 = BC.BD$
   ii) $AC^2 = BC.DC$
   iii) $AD^2 = BD.CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

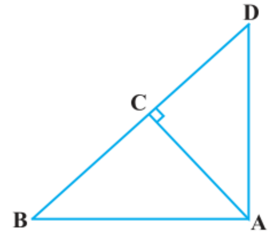


Fig. 2 .53

4. ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ C ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ $AB^2 = 2AC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
5. ΔABC ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು $AC = BC$, $AB^2 = 2AC^2$ ಆದರೆ ΔABC ಯು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
6. ΔABC ಯು ಬಾಹು 2a ಇರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7. ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
8. ಚಿತ್ರ 2.54 ರಲ್ಲಿ O ವು ΔABC ಯ ಒಳಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ

   $OD \perp BC$, $OE \perp AC$, $OF \perp AB$ ಆದರೆ
   i) $OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$
   ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

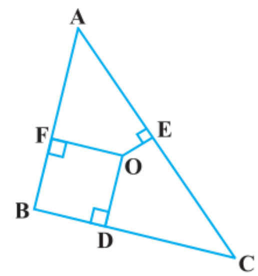


Fig. 2.54

9. 10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?
10. 24m ಉದ್ದದ ತಂತಿಯನ್ನು 18m ಎತ್ತರದ ಒಂದು ನೇರವಾದ ಕಂಬದ ತುದಿಗೆ ಕಟ್ಟಿ ಅದರ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯನ್ನು ನೆಲದ ಮೇಲಿರುವ ಗೂಟಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ತಂತಿಯು ಬಿಗಿಯಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ಕಟ್ಟಬೇಕಾದರೆ ಕಂಬದ ಬುಡದಿಂದ ಗೂಟವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದೂರದವರೆಗೆ ಕೊಂಡೊಯ್ಯಬೇಕು?
11. ವಿಮಾನವೊಂದು ಒಂದು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು ಗಂಟೆಗೆ 1000km ಜವದಿಂದ ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಮಾನವು ಅದೇ ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು ಗಂಟೆಗೆ 1200km ಜವದಿಂದ ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳ ನಂತರ ವಿಮಾನಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟು?
12. 6m ಮತ್ತು 11m ಉದ್ದದ ಎರಡು ಕಂಬಗಳು ಸಮತಟ್ಟಾದ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿವೆ. ಆ ಕಂಬಗಳ ಪಾದಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 12m ಆದರೆ ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವೇನು?
13. ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle C = 90^0$ D ಮತ್ತು E ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ CA ಮತ್ತು CB ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಆದರೆ $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
14. $DB = 3\ CD$ ಆಗುವಂತೆ ΔABCಯಲ್ಲಿ A ನಿಂದ BC ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು BC ಯನ್ನು D ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 2.55ನ್ನು ನೋಡಿ) $2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

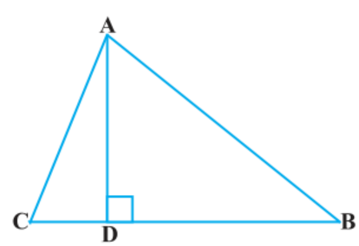


Fig. 2.55

15. $BD = \frac{1}{3}BC$ ಆಗುವಂತೆ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ D ಯು BC ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. $9AD^2 = 7AB^2$
16. ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ವರ್ಗದ ಮೂರರಷ್ಟು ಅದರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಎತ್ತರದ ನಾಲ್ಕರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
17. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಗುರ್ತಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AB = 6\sqrt{3}cm$, $AC = 12cm$ ಮತ್ತು $BC = 6cm$ ಆದರೆ B ಯು

A) 120^0 B) 60^0 C) 90^0 D) 45^0

ಪರಿಹಾರ

1. ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕೆಳಗೆ ಕೊಡಲಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಎಂದು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಅಳತೆ ಬರೆಯಿರಿ.

i) 7cm, 24cm, 25cm
ii) 3cm, 8cm, 6cm
iii) 50cm, 80cm, 100cm
iv) 130cm, 12cm, 5cm

(i) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು 7 cm, 24 cm ಮತ್ತು 25 cm.

ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಮಾಡಿದಾಗ, 49, 576, ಮತ್ತು 625.

$49 + 576 = 625$

$(7)^2 + (24)^2 = (25)^2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ ಈ ಅಳತೆಯ ಬಾಹುಗಳುಳ್ಳ ತ್ರಿಭುಜ ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

(ii) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು 3 cm, 8 cm ಮತ್ತು 6 cm.

ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಮಾಡಿದಾಗ, 9, 64, ಮತ್ತು 36.

ಇಲ್ಲಿ $9 + 36 \neq 64$

ಅಥವಾ $3^2 + 6^2 \neq 8^2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಅಲ್ಲ.

(iii) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು 50 cm, 80 cm ಮತ್ತು 100 cm.

ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಮಾಡಿದಾಗ 2500, 6400 ಮತ್ತು 10000.

ಆದರೆ, $2500 + 6400 \neq 10000$

ಅಥವಾ $50^2 + 80^2 \neq 100^2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಅಲ್ಲ.

(iv) ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು 13 cm, 12 cm ಮತ್ತು 5 cm.

ಅವುಗಳನ್ನು ವರ್ಗ ಮಾಡಿದಾಗ 169, 144, and 25.

ಇಲ್ಲಿ, $144 + 25 = 169$

ಅಥವಾ $12^2 + 5^2 = 13^2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ.

2. ΔPQR ನಲ್ಲಿ P ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ. $PM \perp QR$ ಆಗುವಂತೆ QR ಮೇಲೆ M ಒಂದು ಬಿಂದು. ಆದರೆ $PM^2 = QM.MR$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ΔPQM ನಲ್ಲಿ,

$PQ^2 = PM^2 + QM^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

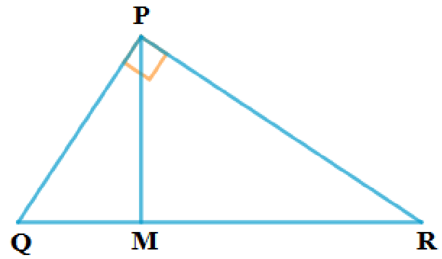
$\Rightarrow PM^2 = PQ^2 - QM^2$ --------------------**(i)**

ΔPMRನಲ್ಲಿ,

$PR^2 = PM^2 + MR^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow PM^2 = PR^2 - MR^2$ -------------------**(ii)**

(i) ಮತ್ತು **(ii)** ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,



$2PM^2 = (PQ^2 + PR^2) - (QM^2 + MR^2)$

$2PM^2 = QR^2 - QM^2 - MR^2$ $[\therefore QR^2 = PQ^2 + PR^2]$

$2PM^2 = (QM + MR)^2 - QM^2 - MR^2$

$2PM^2 = QM^2 + MR^2 + 2QM \text{ x } MR - QM^2 - MR^2$

$2PM^2 = 2QM \times MR$

$\therefore$ **$PM^2 = QM \times MR$**

3. ಚಿತ್ರ 2.53 ರಲ್ಲಿ ΔABD ಯಲ್ಲಿ $\angle A = 90^0$ $AC \perp BD$ ಆದರೆ

i) $AB^2 = BC.BD$

ii) $AC^2 = BC.DC$

iii) $AD^2 = BD.CD$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

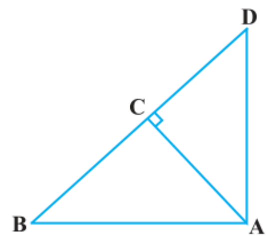


Fig. 2 .53

(i) ΔADB ಮತ್ತು ΔCAB ಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle DAB = \angle ACB = 90^0$

$\angle ABD = \angle CBA$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

$\therefore \Delta ADB \sim \Delta CAB$ [AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\Rightarrow \frac{AB}{CB} = \frac{BD}{AB}$

$\Rightarrow AB^2 = CB \times BD$

(ii) ΔACB ನಲ್ಲಿ,

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow AC^2 = AB^2 - BC^2$ --------------------**(i)**

ΔACDನಲ್ಲಿ,

$AD^2 = AC^2 + DC^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow AC^2 = AD^2 - DC^2$ -------------------**(ii)**

(i) ಮತ್ತು **(ii)** ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$2AC^2 = (AB^2 + AD^2) - (BC^2 + DC^2)$

$2AC^2 = BD^2 - BC^2 - DC^2$ $[\therefore BD^2 = AB^2 + AD^2]$

$2AC^2 = (BC + DC)^2 - BC^2 - DC^2$

$2AC^2 = BC^2 + DC^2 + 2BC \text{ x } DC - BC^2 - DC^2$

$2AC^2 = 2BC \times DC$

$\therefore$ **$AC^2 = BC \times DC$**

(iii) ΔDCA and ΔDABಗಳಲ್ಲಿ,

$\angle DCA = \angle DAB = 90°$

$\angle CDA = \angle ADB$ (ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

$\therefore \Delta DCA \sim \Delta DAB$ [AA ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{AD}$

$\Rightarrow AD^2 = BD \times CD$

4. ABC ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ C ಯು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿದೆ $AB^2 = 2AC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ΔABCಯಲ್ಲಿ,

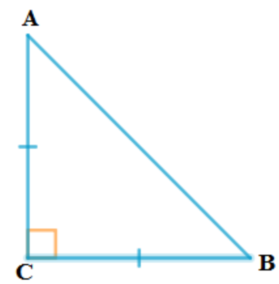
$\angle C = 90^0$ ಮತ್ತು

$AC = BC$ (ದತ್ತ)

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$AB^2 = AC^2 + AC^2$ [$AC = BC$]

$AB^2 = 2AC^2$



5. ΔABC ಯು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದ್ದು $AC = BC$, $AB^2 = 2AC^2$ ಆದರೆ ΔABC ಯು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

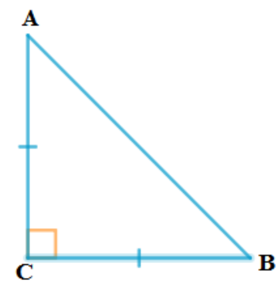
ΔABC ಯಲ್ಲಿ,

$AC = BC$ ಮತ್ತು $AB^2 = 2AC^2$

$AB^2 = AC^2 + AC^2$

$AB^2 = AC^2 + BC^2$ [$AC = BC$]

$\therefore \Delta ABC$ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ



6. ΔABC ಯು ಬಾಹು 2a ಇರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಎತ್ತರ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ABC ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

$AB = BC = CA = 2a$.

$AM \perp BC$ ಎಳೆಯಿರಿ.

ΔAMB and ΔAMC ಗಳಲ್ಲಿ,

$AB = AC$ [ದತ್ತ]

$AM = AM$ [ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ]

$\angle ADB = \angle ADC = 90°$

ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta ADB \cong \Delta ADC$ [ಲಂ.ಕ.ಬಾ.ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ]

$\Rightarrow BM = MC$ [ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾ.]

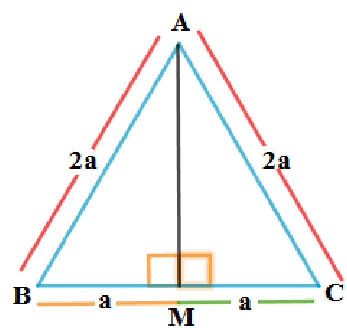
ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ΔADBಯಲ್ಲಿ,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$

$\Rightarrow AD^2 = 4a^2 - a^2$

$\Rightarrow AD^2 = 3a^2$

$\Rightarrow AD = \sqrt{3}a$



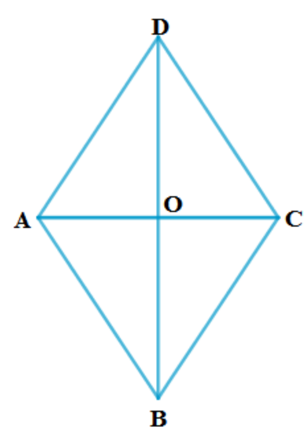
7. ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತವು ಅದರ ಕರ್ಣಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ

$\therefore$ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು O ನಲ್ಲಿ ಲಂಬವಾಗಿ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

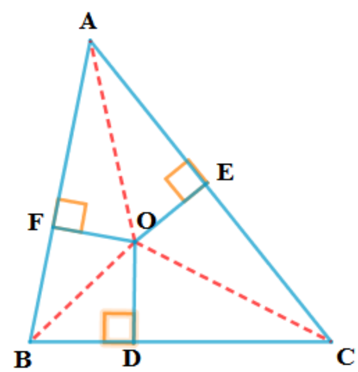
ಆದ್ದರಿಂದ, $AO = CO$ ಮತ್ತು $BO = DO$

ΔAOBಯಲ್ಲಿ,



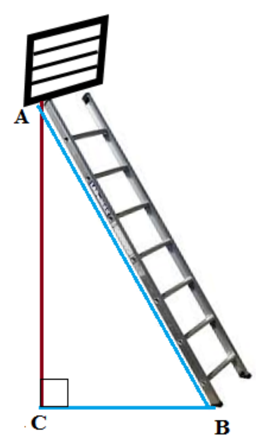
$\angle AOB = 90°$
$AB^2 = AO^2 + BO^2$ ------------ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]
$\Rightarrow AB^2 = \left(\frac{AC}{2}\right)^2 + \left(\frac{BD}{2}\right)^2$
$\Rightarrow AB^2 = \frac{AO^2}{4} + \frac{BO^2}{4}$
$\Rightarrow 4AB^2 = AC^2 + BD^2$
$AB^2 + AD^2 + DC^2 + BC^2 = AC^2 + BD^2$

8. ಚಿತ್ರ 2.54 ರಲ್ಲಿ O ವು ΔABC ಯ ಒಳಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ
$OD \perp BC$, $OE \perp AC$, $OF \perp AB$ ಆದರೆ
i) $OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$
ii) $AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



O ವು ΔABC ಯ ಒಳಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ
OA, OB ಮತ್ತು OC ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.
(i) ΔAOFಯಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,
$OA^2 = OF^2 + AF^2$
ಇದೇ ರೀತಿ, ΔBOD
$OB^2 = OD^2 + BD^2$
ಇದೇ ರೀತಿ ΔCOE
$OC^2 = OE^2 + EC^2$
ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,
$OA^2 + OB^2 + OC^2 = OF^2 + AF^2 + OD^2 + BD^2 + OE^2 + EC^2$
$OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2 = AF^2 + BD^2 + CE^2$.
(ii) $AF^2 + BD^2 + EC^2 = (OA^2 - OE^2) + (OC^2 - OD^2) + (OB^2 - OF^2)$
$\therefore AF^2 + BD^2 + CE^2 = AE^2 + CD^2 + BF^2$.

9. 10m ಎತ್ತರವಿರುವ ಏಣಿಯು ನೆಲದಿಂದ 8m ಎತ್ತರದಲ್ಲಿ ಗೋಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಿಟಕಿಯನ್ನು ಮುಟ್ಟುತ್ತದೆ ಹಾಗಾದರೆ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ ಎಷ್ಟು ದೂರದಲ್ಲಿದೆ?



ಗೋಡೆಯ ಎತ್ತರ CA = 8m, ಏಣಿಯ ಉದ್ದ AB = 10m
$\therefore$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,
$AB^2 = AC^2 + BC^2$
$10^2 = 8^2 + BC^2$
$BC^2 = 100 - 64$
$BC^2 = 36$
$BC = 6m$
ಆದ್ದರಿಂದ ಏಣಿಯ ಪಾದವು ನೆಲದಿಂದ 6ಮೀ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

10. 24m ಉದ್ದದ ತಂತಿಯನ್ನು 18m ಎತ್ತರದ ಒಂದು ನೇರವಾದ ಕಂಬದ ತುದಿಗೆ ಕಟ್ಟಿ ಅದರ ಇನ್ನೊಂದು ತುದಿಯನ್ನು ನೆಲದ ಮೇಲಿರುವ ಗೂಟಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ತಂತಿಯು ಬಿಗಿಯಾಗಿ ಇರುವಂತೆ ಕಟ್ಟಬೇಕಾದರೆ ಕಂಬದ ಬುಡದಿಂದ ಗೂಟವನ್ನು ಎಷ್ಟು ದೂರದವರೆಗೆ ಕೊಂಡೊಯ್ಯಬೇಕು?

ಕಂಬದ ಎತ್ತರ AB= 18m, ತಂತಿಯ ಉದ್ದ AC = 24m the wire.

∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

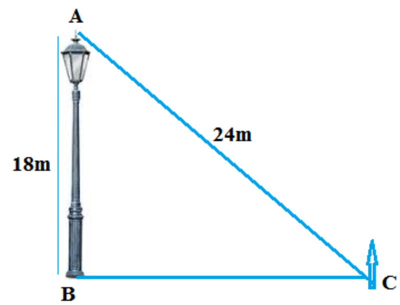
$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$24^2 = 18^2 + BC^2$

$BC^2 = 576 - 324$

$BC^2 = 252$

$BC = 6\sqrt{7}m$



ಕಂಬದ ಬುಡದಿಂದ ಗೂಟವು $6\sqrt{7}$m. ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

11. ವಿಮಾನವೊಂದು ಒಂದು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು ಗಂಟೆಗೆ 1000km ಜವದಿಂದ ಉತ್ತರದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಸಮಯದಲ್ಲಿ ಮತ್ತೊಂದು ವಿಮಾನವು ಅದೇ ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಹೊರಟು ಗಂಟೆಗೆ 1200km ಜವದಿಂದ ಪಶ್ಚಿಮದ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸುತ್ತದೆ. $1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಗಳ ನಂತರ ವಿಮಾನಗಳ ನುವಿನ ಅಂತರ ಎಷ್ಟು?

ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದ ವಿಮಾನದ ವೇಗ = 1000 km/hr

$1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ವಿಮಾನ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ = $1000 \times 1\frac{1}{2} = 1500$ km

ಪಶ್ಚಿಮಕ್ಕೆ ಚಲಿಸಿದ ವಿಮಾನದ ವೇಗ = 1200 km/hr

$1\frac{1}{2}$ ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ವಿಮಾನ ಚಲಿಸಿದ ದೂರ = 1800 km

ΔAOB ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ,

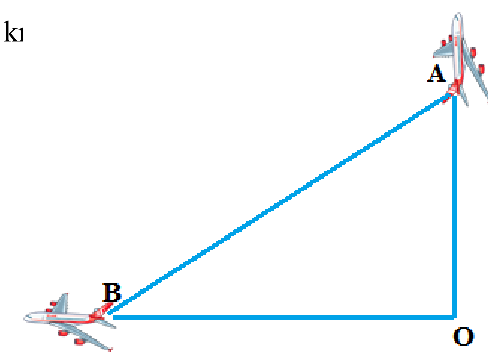
$AB^2 = AO^2 + OB^2$

$\Rightarrow AB^2 = (1500)^2 + (1800)^2$

$\Rightarrow AB = \sqrt{2250000 + 3240000}$

$\Rightarrow AB = \sqrt{5490000}$

$\Rightarrow AB = 300\sqrt{6}$ km



12. 6m ಮತ್ತು 11m ಉದ್ದದ ಎರಡು ಕಂಬಗಳು ಸಮತಟ್ಟಾದ ನೆಲದ ಮೇಲೆ ನಿಂತಿವೆ. ಆ ಕಂಬಗಳ ಪಾದಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 12m ಆದರೆ ಅವುಗಳ ತುದಿಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವೇನು?

ಕಂಬ CD= 11m ಮತ್ತು ಕಂಬ AB = 6m

∴ CP = 11 - 6 = 5 m

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಪಾದಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ BD = 12m = AP

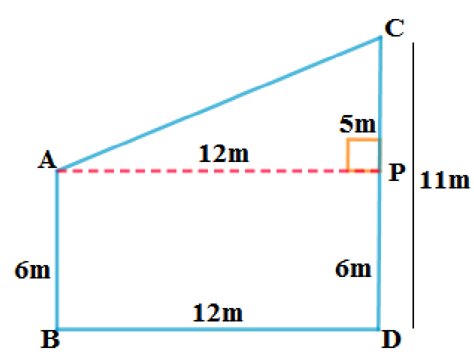
ΔAPC ಯಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$AP^2 = PC^2 + AC^2$

$(12m)^2 + (5m)^2 = (AC)^2$

$AC^2 = (144+25)m^2 = 169\ m^2$

AC = 13m



∴ ತುದಿಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 13 m.

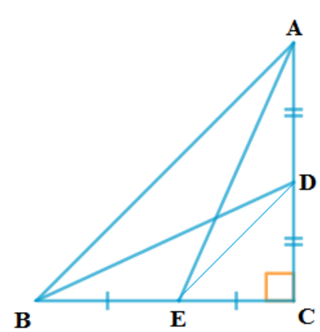
13. ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle C = 90^0$ D ಮತ್ತು E ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ CA ಮತ್ತು CB ಗಳ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುಗಳು ಆದರೆ $AE^2 + BD^2 = AB^2 + DE^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ΔACE ಯಲ್ಲಿ, $\angle ACE = 90^0$

$\therefore AC^2 + CE^2 = AE^2$ ....**(i)**

ΔBCD ಯಲ್ಲಿ, $\angle BCD = 90^0$

$\therefore BC^2 + CD^2 = BD^2$ ....**(ii)**



ಸಮೀಕರಣ **(i)** ಮತ್ತು **(ii)** ರಿಂದ,

$AC^2 + CE^2 + BC^2 + CD^2 = AE^2 + BD^2$ ...**(iii)**

ΔCDEಯಲ್ಲಿ, $\angle DCE = 90^0$

$DE^2 = CD^2 + CE^2$

ΔABC ಯಲ್ಲಿ, $\angle ACB = 90^0$

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

ಸಮೀಕರಣ **(iii)**ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$\mathbf{DE^2 + AB^2 = AE^2 + BD^2}$.

14. DB = 3 CD ಆಗುವಂತೆ ΔABCಯಲ್ಲಿ A ನಿಂದ BC ಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು BC ಯನ್ನು D ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ (ಚಿತ್ರ 2.55ನ್ನು ನೋಡಿ) $2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

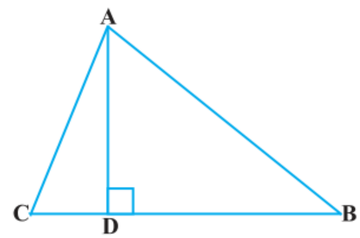


Fig. 2.55

ΔABC ಯಲ್ಲಿ,

$AD \perp BC$ and $DB = 3CD$

ADB ಮತ್ತು ADC ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ ...**(i)**

$AC^2 = AD^2 + DC^2$ ...**(ii)** [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

(ii) ರಿಂದ **(i)** ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$AB^2 - AC^2 = DB^2 - DC^2$

$AB^2 - AC^2 = 9CD^2 - CD^2$ [$\therefore BD = 3CD$]

$AB^2 - AC^2 = 8 \times \left(\frac{BC}{4}\right)^2$ [$\because BC = DB + CD = 3CD + CD = 4CD$]

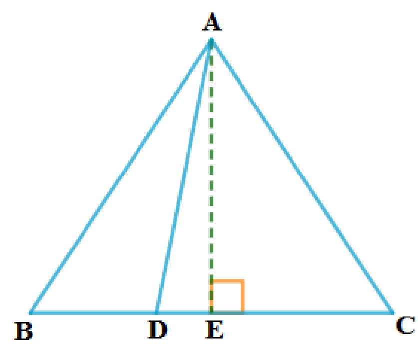
$\therefore AB^2 - AC^2 = \frac{BC^2}{2}$

$\Rightarrow 2(AB^2 - AC^2) = BC^2$

$\Rightarrow 2AB^2 - 2AC^2 = BC^2$

$\therefore 2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$.

15. $BD = \frac{1}{3}BC$ ಆಗುವಂತೆ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ D ಯು BC ಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ. $9AD^2 = 7AB^2$



ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ,

$AB = BC = AC = a$ ಆಗಿರಲಿ. $BD = \frac{BC}{3} = \frac{a}{3}$, $AE \perp BC$ ಎಳೆಯಿರಿ.

$\Rightarrow BE = EC = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$

$\Rightarrow AE^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$

$\Rightarrow AE = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

$DE = BE - BD = \frac{a}{2} - \frac{a}{3} = \frac{a}{6}$

ΔADEಯಲ್ಲಿ, $\angle AED = 90^0$

$\therefore$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$AD^2 = AE^2 + DE^2$

$AD^2 = \left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{6}\right)^2$

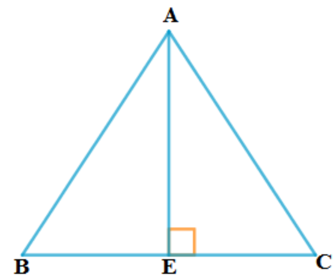
$AD^2 = \frac{3a^2}{4} + \frac{a^2}{36} = \frac{27a^2 + a^2}{36} = \frac{28a^2}{36}$

$\Rightarrow AD^2 = \frac{7a^2}{9}$

$\Rightarrow AD^2 = \frac{7}{9}AB^2$

$\Rightarrow$ **9 AD² = 7 AB²**

16. ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ವರ್ಗದ ಮೂರರಷ್ಟು ಅದರ ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಎತ್ತರದ **ನಾಲ್ಕರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**



ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯಲ್ಲಿ,

AB = BC = AC = a ಆಗಿರಲಿ. $AE \perp BC$.

$\Rightarrow BE = EC = \frac{BC}{2} = \frac{a}{2}$

ΔABE ಯಲ್ಲಿ, $\angle AEB = 90^0$

∴ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$AB^2 = AE^2 + BE^2$

$a^2 = AE^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$

$a^2 = AE^2 + \frac{a^2}{4}$

$\Rightarrow AE^2 = \frac{4a^2 - a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$

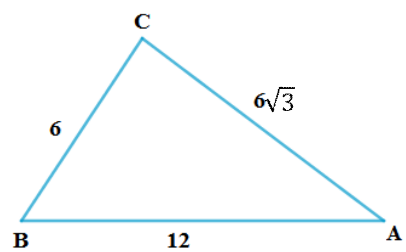
$4AE^2 = 3a^2$

$\Rightarrow 4 \times$ (ಎತ್ತರ) $= 3 \times$ (ಬಾಹು)

17. ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ ಗುರ್ತಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ $AB = 6\sqrt{3}$cm, AC = 12cm ಮತ್ತು BC = 6cm ಆದರೆ B ಯು

A) 120^0 B) 60^0 C) 90^0 D) 45^0



$AB = 6\sqrt{3}$cm, AC = 12 cm, ಮತ್ತು BC = 6 cm

$AB^2 = 108$

$AC^2 = 144$

ಮತ್ತು, $BC^2 = 36$

$AB^2 + BC^2 = AC^2$

$108 + 36 = 144$

$\therefore \angle B = 90°$

ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರ C).90^0

2.7 ಸಾರಾಂಶ

1. ಒಂದೇ ಆಕಾರವಿರುವ ಆದರೆ ಅವಶ್ಯಕವಾಗಿ ಒಂದೇ ಗಾತ್ರ ಇರಬೇಕಾಗಿರದ ಆಕೃತಿಗಳನ್ನುಸಮರೂಪ ಆಕೃತಿಗಳು ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.
2. ಎಲ್ಲಾ ಸರ್ವಸಮ ಆಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪ ಆದರೆ ಇದರ ವಿಲೋಮ ನಿಜವಲ್ಲ.
3. ಬಾಹುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಇರುವ ಎರಡು ಬಹುಭುಜಾಕೃತಿಗಳು ಸಮರೂಪ ಆಗಿರಬೇಕಾದರೆ
   i) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮ
   ii) ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮ (ಅಂದರೆ ಸಮಾನುಪಾತ)
4. ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯು ಆ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

5. ತ್ರಿಭುಜದ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಸಮಾನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ರೇಖೆಯು ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
6. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳ ಸಮವಾದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅದರಿಂದ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. (ಕೋ.ಕೋ.ಕೋ ಸಮಾರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)
7. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು ಕೋನಗಳಿಗೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳು (ಕೋ.ಕೋ(AA) ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)
8. ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳಲ್ಲಿ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಕೋನಗಳು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ ಆ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ. (ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ(sss) ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)
9. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಒಂದು ಕೋನಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು ಆ ಎರಡು ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡಿರುವ ಬಾಹುಗಳ ಅನುಪಾತ ಸಮಾನಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳು (ಬಾ.ಕೋ.ಬಾ ಸಮರೂಪತೆಯ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ)
10. ಎರಡು ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವು ಅವುಗಳ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ ವರ್ಗಗಳ ಅನುಪಾತಕ್ಕೆ ಸಮ.
11. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನ ಇರುವ ಶೃಂಗದಿಂದ ವಿಕರ್ಣಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪ ಅಲ್ಲದೆ ಅವುಗಳೂ ಪರಸ್ಪರ ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.
12. ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ವಿಕರ್ಣದ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮ (ಪೈಥಾಗೊರಸ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯ).
13. ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಬಾಹುವಿನ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗವು ಉಳಿದೆರಡು ಬಾಹುಗಳ ಮೇಲಿನ ವರ್ಗಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದರೆ, ಮೊದಲನೇ ಬಾಹುವಿಗೆ ಅಭಿಮುಖವಾಗಿರುವ ಕೋನವು ಲಂಬಕೋನವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

3 ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು : $\mathbf{ax + b = 0}$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುವ ($\mathbf{a \neq 0}$ ಮತ್ತು $\mathbf{b}$ ಒಂದು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆ, $\mathbf{x}$ – ಚರಾಕ್ಷರ) ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವುಳ್ಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಎನ್ನುವರು. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಏಕೈಕ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾ : $\mathbf{2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = \frac{-5}{2}}$

3.2 ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ

$2x + 3y = 5$; $x - 2y - 3 = 0$ ಮತ್ತು $x - 0y = 2$, ಅಂದರೆ, $x = 2$

$ax + by + c = 0$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಬಹುದಾದ, a , b ಮತ್ತು c ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿರುವ, a ಮತ್ತು b ಈ ಎರಡೂ ಸೊನ್ನೆ ಅಲ್ಲದಿರುವ ಯಾವುದೇ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಸಮೀಕರಣದ ಎರಡೂ ಬದಿಗಳನ್ನು ಸರಿದೂಗಿಸಲು x ಗೊಂದು ಬೆಲೆ, y ಗೊಂದು ಬೆಲೆ ಎಂಬಂತೆ, ಒಂದು ಜೊತೆ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರ ಎನ್ನುವರು.

ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪರಿಹಾರವೂ ಅದನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

ಈ ಎರಡು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳೂ x ಮತ್ತು y ಗಳೆಂಬ ಚರಾಕ್ಷರಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ಹೊಂದಿವೆ. ಇಂತಹ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ ಎನ್ನುವರು.

x ಮತ್ತು y ಎಂಬ ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಒಂದು ಜೋಡಿಯ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವು,

$a_1x + b_1x + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2x + c_2 = 0$

ಇಲ್ಲಿ a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 ಗಳೆಲ್ಲಾ ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಿಗೆ ಕೆಲವು ಉದಾಹರಣೆಗಳೆಂದರೆ,

(i) $2x + 3y - 7 = 0$
$9x - 2y + 8 = 0$

(ii) $5x = y$
$-7x + 2y + 3 = 0$

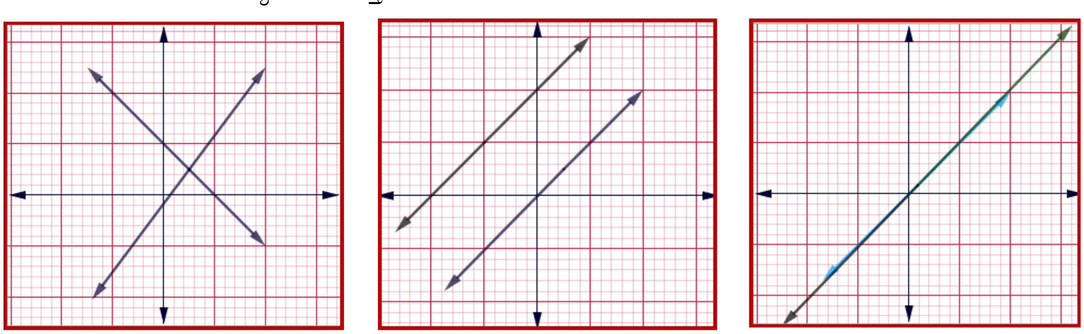
(iii) $x + y = 7$
$17 = y$

ಒಂದು ಸಮತಲದ ಮೇಲೆ ಎರಡು ಸರಳ ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಕೆಳಗಿನ ಮೂರು ಸಾಧ್ಯತೆಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಸಾಧ್ಯತೆ ಮಾತ್ರ ಇರುತ್ತದೆ

(i) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

(ii) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಅಂದರೆ ಅವುಗಳು ಸಮಾಂತರ.

(iii) ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿರುತ್ತವೆ.



ಉದಾಹರಣೆ 1: ಅಖಿಲಾ ರೂ 20ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡು ಜಾತ್ರೆಗೆ ಹೋಗುತ್ತಾಳೆ. ಅಲ್ಲಿ ಅವಳು ದೈತ್ಯಚಕ್ರದಲ್ಲಿ ಸವಾರಿ ಮಾಡಲು ಮತ್ತು ಹೂಪ್ಲಾ ಆಟವಾಡಲು ಬಯಸುತ್ತಾಳೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷಾರೂಪದಲ್ಲಿ (ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ) ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ರಚಿತವಾದ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು,

$y = \frac{1}{2}x \Rightarrow 2y = x$

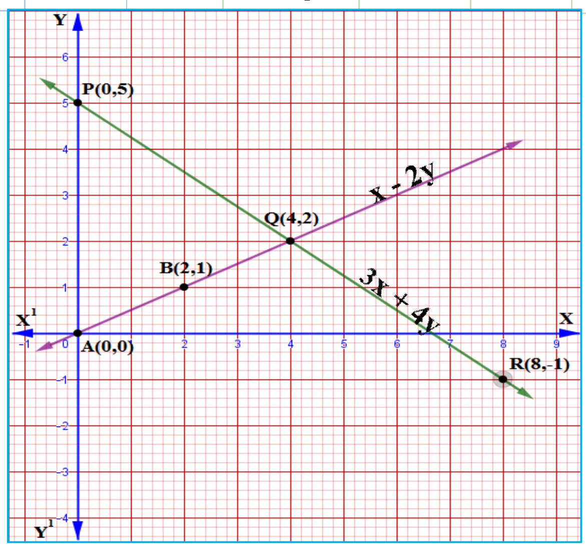
$\Rightarrow x - 2y = 0$ (1)

$3x + 4y = 20$ (2)

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ನಕ್ಷಾರೂಪದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸೋಣ. ಇದಕ್ಕೋಸ್ಕರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೂ ಕನಿಷ್ಠ 2 ಪರಿಹಾರಗಳು ಬೇಕು.

x	0	2
$y = \frac{x}{2}$	2	1

x	0	4	8
$y=\frac{20-3x}{4}$	5	2	-1



ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ನಿಖರವಾದ ಅನನ್ಯವಾದ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಈ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (4,2)

$\therefore x = 4, \quad y = 2$ ದೈತ್ಯಚಕ್ರ ಸವಾರಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 4, ಹೂಪ್ಲಾ ಆಟಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ =2

ಉದಾಹರಣೆ 2: ರೋಮೀಲಾ ಒಂದು ಲೇಖನ ಸಾಮಾಗ್ರಿಗಳ ಅಂಗಡಿಗೆ ಹೋಗಿ ರೂ 9ಕ್ಕೆ 2 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 3 ರಬ್ಬರ್‌ಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದಳು. ಅವಳ ಗೆಳತಿ ಸೋನಾಲಿಯು ರೋಮೀಲಾಳ ಬಳಿ ಇರುವ ಹೊಸ ಬಗೆಯ ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು ರಬ್ಬರ್‌ಗಳನ್ನು ನೋಡಿ ಅಂತಹುದೇ 4 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 6 ರಬ್ಬರ್‌ಗಳನ್ನು ರೂ 18 ಕ್ಕೆ ಖರೀದಿಸಿದಳು. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷಾ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ರೂ x ನಿಂದಲೂ ಒಂದು ರಬ್ಬರ್‌ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ರೂ y ಯಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸೋಣ. ಆಗ, ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಕ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

$2x + 3y = 9$ -------------(1)

$4x + 6y = 18$ -----------(2)

$(1) \Rightarrow 3y = 9 - 2x$

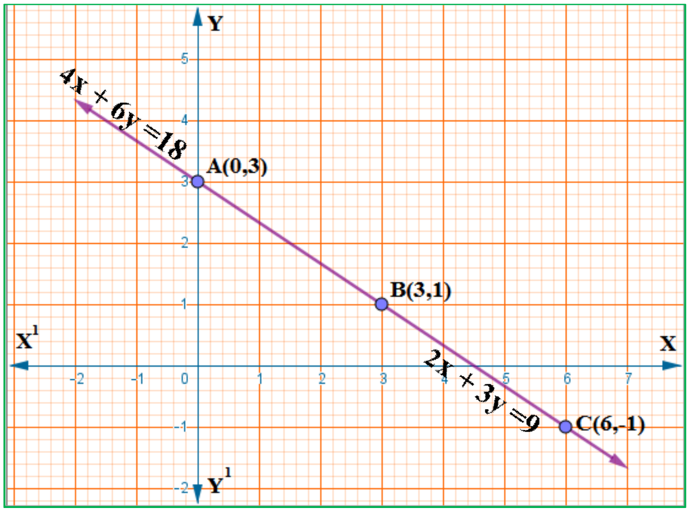
$y = \frac{9-2x}{3}$

$(2) \Rightarrow 6y = 18 - 4x$

$y = \frac{18-4x}{6}$

x	0	3	6
$y = \frac{9-2x}{3}$	3	1	-1

x	0	3	6
$y = \frac{18-4x}{6}$	3	1	-1



ಇಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 3: ಎರಡು ಹಳಿಗಳನ್ನು x + 2y - 4 = 0 ಮತ್ತು 2x + 4y - 12 = 0 ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: $x + 2y = 4$

$2x + 4y = 12$

$x + 2y = 4$

$\Longrightarrow 2y = 4 - x$

$\Longrightarrow y = \frac{4-x}{2}$

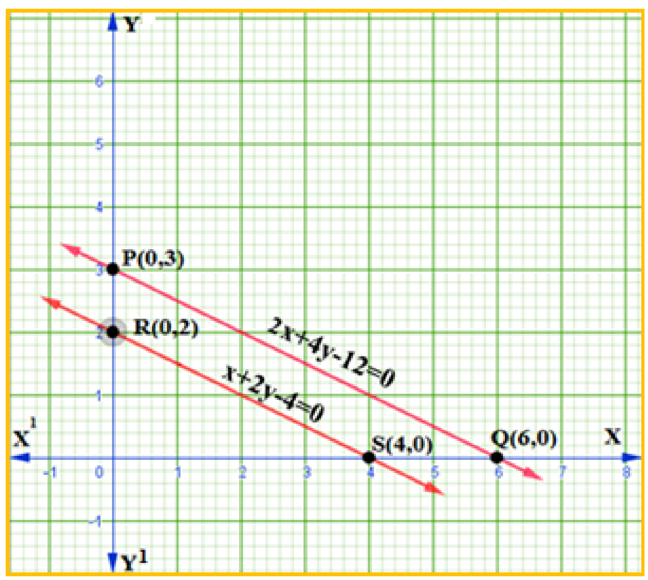
x	0	4
$\mathbf{y = \frac{4-x}{2}}$	2	0

$2x + 4y = 12$

$\Longrightarrow 4y = 12 - 2x$

$\Longrightarrow y = \frac{12-2x}{4}$

x	0	6
$\mathbf{y = \frac{12-2x}{4}}$	3	0



ಈ ಎರಡೂ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.1

1) ಅಫ್ತಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, "ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಆವತ್ತಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ". (ಈ ಸಂಗತಿಯು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?) ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.
2) ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡದ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿ 3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ 3900 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಆ ಬಳಿಕ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಇನ್ನೂ 3 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ 1300ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.
3) ಒಂದು ದಿನ 2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ 160 ಆಗಿರುವುದು ಕಂಡುಬಂತು. ಒಂದು ತಿಂಗಳ ಬಳಿಕ 4 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 2 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗಳ ಬೆಲೆಯು ರೂ 300 ಆಗಿತ್ತು. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ

1) ಅಫ್ತಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, "ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಆವತ್ತಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ". (ಈ ಸಂಗತಿಯು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?) ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಅಫ್ತಾಬ್‌ನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= x$ ವರ್ಷಗಳು

ಮಗಳ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= y$ ವರ್ಷಗಳಾಗಿರಲಿ.

7 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅಫ್ತಾಬ್‌ನ ವಯಸ್ಸು $= x - 7$ ವರ್ಷಗಳು

7 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು $= y - 7$ ವರ್ಷಗಳು. ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

$x - 7 = 7(y - 7)$
$x - 7 = 7y - 49$
$x - 7y = -49 + 7$
$x - 7y = -42$

3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅಫ್ತಾಬ್‌ನ ವಯಸ್ಸು $= x + 3$ ವರ್ಷಗಳು

3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು $= y + 3$ ವರ್ಷಗಳು. ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

$x + 3 = 3(y + 3)$
$x + 3 = 3y + 9$
$x - 3y = 9 - 3$
$x - 3y = 6$

$x - 7y = -42 \Longrightarrow 7y = x + 42 \Longrightarrow y = \frac{x+42}{7}$

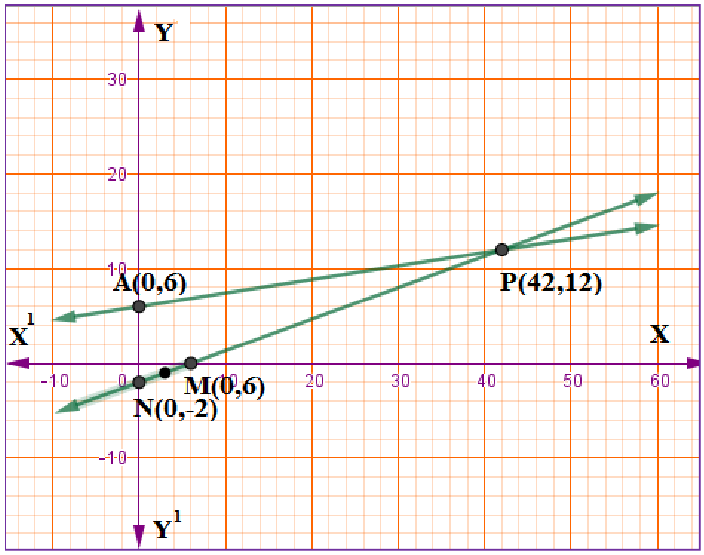
x	-7	0	7
$y = \frac{x+42}{7}$	5	6	7

$\boldsymbol{x = 0 \Longrightarrow y = \frac{0+42}{7} = \frac{42}{7} = 6}$
$\boldsymbol{x = 7 \Longrightarrow y = \frac{7+42}{7} = \frac{49}{7} = 7}$

$x - 3y = 6 \Longrightarrow 3y = x - 6 \Longrightarrow y = \frac{x-6}{3}$

x	6	3	0
$y = \frac{x-6}{3}$	0	-1	-2

$\boldsymbol{x = 6 \Longrightarrow y = \frac{6-6}{3} = \frac{0}{3} = 0}$
$\boldsymbol{x = 3 \Longrightarrow y = \frac{3-6}{3} = \frac{-3}{3} = -1}$
$\boldsymbol{x = 0 \Longrightarrow y = \frac{0-6}{3} = \frac{-6}{3} = -2}$



ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ನಿಖರವಾದ ಅನನ್ಯವಾದ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಈ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು$(42,\ 12)$

2) ಒಂದು ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡದ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿ 3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ 3900 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಆ ಬಳಿಕ ಅದೇ ರೀತಿಯ ಇನ್ನೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಇನ್ನೂ 3 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ರೂ 1300ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಬ್ಯಾಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $=x$, ಚೆಂಡುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ $=y$ ಆಗಿರಲಿ. ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$$3x + 6y = 3900$$
$$x + 3y = 1300$$
$$3x + 6y = 3900 \Longrightarrow 6y = 3900 - 3x$$
$$\Longrightarrow y = \frac{3900-3x}{6}$$

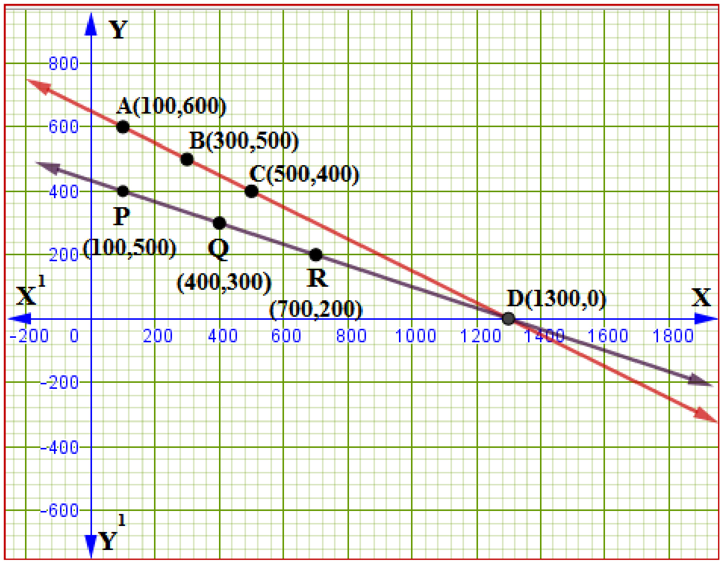
x	300	100	-100
$y = \frac{3900-3x}{6}$	500	600	700

$$x = 300 \Longrightarrow y = \frac{3900-3(300)}{6} = \frac{3900-900}{6} = \frac{3000}{6} = 500$$
$$x = 100 \Longrightarrow y = \frac{3900-3(100)}{6} = \frac{3900-300}{6} = \frac{3600}{6} = 600$$
$$x = -100 \Longrightarrow y = \frac{3900-3(-100)}{6} = \frac{3900+300}{6} = \frac{4200}{6} = 700$$

$$x + 3y = 1300 \Longrightarrow 3y = 1300 - x$$
$$\Longrightarrow y = \frac{1300-x}{3}$$

xx	400	700	1000
$y = \frac{1300-x}{3}$	300	200	100

$$x = 400 \Longrightarrow y = \frac{1300-400}{3} = \frac{900}{3} = 300$$
$$x = 700 \Longrightarrow y = \frac{1300-700}{3} = \frac{600}{3} = 200$$
$$x = 1000 \Longrightarrow y = \frac{1300-1000}{3} = \frac{300}{3} = 100$$



ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ನಿಖರವಾದ ಅನನ್ಯವಾದ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಿದೆ. ಈ ಛೇದನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು(1300, 0)

ಬ್ಯಾಟಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ 1300 , ಚೆಂಡಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ 0

3) ಒಂದು ದಿನ 2 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಯ ಬೆಲೆಯು ರೂ 160 ಆಗಿರುವುದು ಕಂಡುಬಂತು. ಒಂದು ತಿಂಗಳ ಬಳಿಕ 4 kg ಸೇಬು ಮತ್ತು 2 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿಗಳ ಬೆಲೆಯು ರೂ 300 ಆಗಿತ್ತು. ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

1 kg ಸೇಬಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ x, 1 kg ದ್ರಾಕ್ಷಿ ಬೆಲೆ = ರೂ y ಆಗಿರಲಿ. ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$2x + y = 160$

$4x + 2y = 300$

$2x + y = 160 \Longrightarrow y = 160 - 2x$

x	50	60	70
y = 160 − x	60	40	20

$\boldsymbol{x = 50 \Longrightarrow y = 160 - 2(50) = 160 - 100 = 60}$

$\boldsymbol{x = 60 \Longrightarrow y = 160 - 2(60) = 160 - 120 = 40}$

$\boldsymbol{x = 70 \Longrightarrow y = 160 - 2(70) = 160 - 140 = 20}$

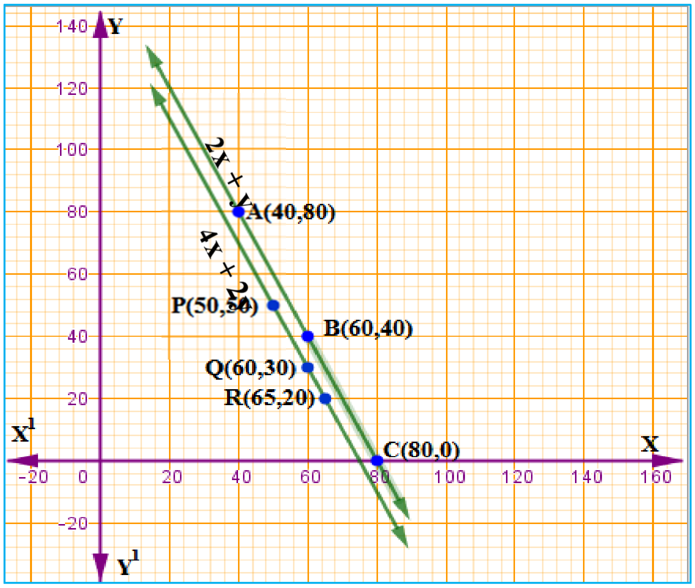
$4x + 2y = 300 \Longrightarrow 2y = 300 - 4x \Longrightarrow y = \frac{300-4x}{2}$

x	70	80	75
$y = \frac{300-4x}{2}$	10	−10	0

$\boldsymbol{x = 70 \Longrightarrow y = \frac{300-4(70)}{2} = \frac{300-280}{2} = \frac{20}{2} = 10}$

$\boldsymbol{x = 80 \Longrightarrow y = \frac{300-4(80)}{2} = \frac{300-320}{2} = \frac{-20}{2} = -10}$

$\boldsymbol{x = 75 \Longrightarrow y = \frac{300-4(75)}{2} = \frac{300-300}{2} = \frac{0}{2} = 0}$



ಈ ಎರಡೂ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ.

ನಕ್ಷೆಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರ:

ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ : ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಒಂದು ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ.

ಅವಲಂಬಿತ ಜೋಡಿ : ಒಂದು ಜೊತೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಬೆಲೆಗಳು ಸಮಾನವಾಗಿದ್ದರೆ, ಅವುಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ವಿಭಿನ್ನ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ. ಇಂತಹ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅವಲಂಬಿತ ಜೋಡಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಒಂದು ಅವಲಂಬಿತ ಜೋಡಿಯು ಯಾವಾಗಲೂ ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಅಸ್ಥಿರಜೋಡಿ: ಪರಿಹಾರ ಇಲ್ಲದೇ ಇರುವ ಒಂದು ಜೊತೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು, ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರಬಹುದು. ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ.

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$
$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಎಂಬ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ,

ಅನುಪಾತಗಳ ಹೋಲಿಕೆ	ನಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದಾಗ	ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಪರಿಹಾರ	ಸ್ಥಿರತೆ
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ	ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತದೆ	ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರವಿದೆ	ಅವಲಂಬಿತ ಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ
$\frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು	ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ	ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿ

ಉದಾಹರಣೆ 4:

1) $x + 3y = 6$ (1)

$2x - 3y = 12$ (2)

ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳು ಸ್ಥಿರವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಮೂಲಕ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಹೌದು ಎಂದಾದರೆ ನಕ್ಷಾ ಕ್ರಮದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

$x + 3y = 6 \Rightarrow 3y = 6 - x \Rightarrow y = \frac{6-x}{3}$

$$\boldsymbol{x = 0 \Rightarrow y = \frac{6-0}{3} = \frac{6}{3} = 2}$$
$$\boldsymbol{x = 6 \Rightarrow y = \frac{6-6}{3} = \frac{0}{3} = 0}$$

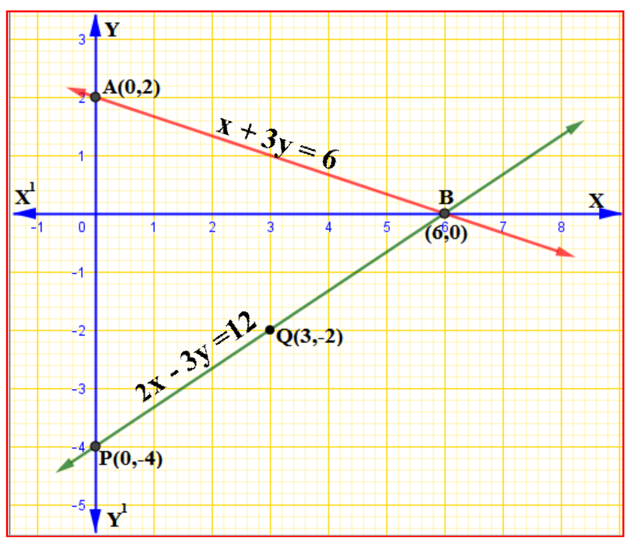
x	0	6
$y = \frac{6-x}{3}$	2	0

$2x - 3y = 12 \Rightarrow 3y = 2x - 12$

$\Rightarrow y = \frac{2x-12}{3}$

$$\boldsymbol{x = 0 \Rightarrow y = \frac{2(0)-12}{3} = \frac{-12}{3} = -4}$$
$$\boldsymbol{x = 3 \Rightarrow y = \frac{2(3)-12}{3} = \frac{-6}{3} = -2}$$

x	0	3
$y = \frac{2x-12}{3}$	-4	-2



ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ $x = 6$ ಮತ್ತು $y = 0$ ಎಂಬುದು ಪರಿಹಾರ.

ಅಂದರೆ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5: ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲವೆ? ಏಕೈಕ ಪರಿಹಾರವಿದೆಯೆ? ಅಥವಾ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆಯೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ನಕ್ಷಾ ಕ್ರಮದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$\mathbf{5x - 8y + 1 = 0} \qquad (1)$

$\mathbf{3x - \frac{24}{5}y + \frac{3}{5} = 0} \qquad (2)$

ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು $\frac{5}{3}$ ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ

$3\left(\frac{5}{3}\right)x - \frac{24}{5}\left(\frac{5}{3}\right)y + \frac{3}{5}\left(\frac{5}{3}\right) = 0$

$5x - 8x + 1 = 0$

ಆದರೆ ಇದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರ ಬೆಲೆಗೆ ಸಮಾನವಾಗಿದೆ.

ಹೀಗೆ (1) ಮತ್ತು (2) ನೇ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಡುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ (1) ಮತ್ತು (2) ನೇ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

2) **ಚಂಪಾಳು ಕೆಲವು ಪ್ಯಾಂಟ್ ಮತ್ತು ಲಂಗಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಲು ಒಂದು ಮಾರಾಟ ಮಳಿಗೆಗೆ ಹೋದಳು. ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನು ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ಖರೀದಿಸಿದಳೆಂದು ಅವಳ ಗೆಳತಿಯರು ಕೇಳಿದಾಗ ಅವಳು ಹೀಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿದಳು. 'ಖರೀದಿಸಿದಂತಹ ಲಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪ್ಯಾಂಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಇಮ್ಮಡಿಗಿಂತ ಎರಡು ಕಡಿಮೆ. ಅಲ್ಲದೆ, ಖರೀದಿಸಿದಂತಹ ಲಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯು ಪ್ಯಾಂಟುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆಯ ನಾಲ್ಕು ಪಟ್ಟಿಗಿಂತ ನಾಲ್ಕು ಕಡಿಮೆ. ಚಂಪಾ ಎಷ್ಟು ಪ್ಯಾಂಟ್ ಮತ್ತು ಎಷ್ಟು ಲಂಗಗಳನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಅವಳ ಗೆಳತಿಯರಿಗೆ ಸಹಾಯ ಮಾಡಿ.**

ಪ್ಯಾಂಟ್‌ಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – x, ಲಂಗಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ – y ಆಗಿರಲಿ

ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$y = 2x - 2 \qquad (1)$

$y = 4x - 4 \qquad (2)$

$\boldsymbol{y = 2x - 2}$

$\boldsymbol{x = 2 \Rightarrow y = 2(2) - 2 = 4 - 2 = 2}$

$\boldsymbol{x = 1 \Rightarrow y = 2(1) - 2 = 2 - 2 = 0}$

$\boldsymbol{x = 0 \Rightarrow y = 2(0) - 2 = 0 - 2 = -2}$

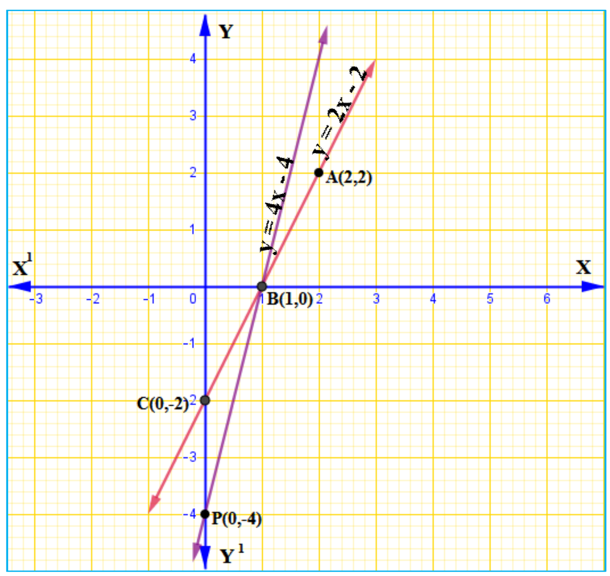
$\boldsymbol{x}$	2	1	0
$\boldsymbol{y = 2x - 2}$	2	0	−2

$\boldsymbol{y = 4x - 4}$

$\boldsymbol{x = 0 \Rightarrow y = 4(0) - 4 = 0 - 4 = -4}$

$\boldsymbol{x = 1 \Rightarrow y = 4(1) - 4 = 4 - 4 = 0}$

$\boldsymbol{x}$	0	1
$\boldsymbol{y = 4x - 4}$	−4	0



ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು (1, 0) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಪರಿಹಾರ $x = 1, \ y = 0$

ಅಂದರೆ ಅವಳು ಒಂದು ಪ್ಯಾಂಟ್‌ನ್ನು ಖರೀದಿಸಿದಳು ಮತ್ತು ಅವಳು ಲಂಗವನ್ನು ಖರೀದಿಸಲಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.2

1) ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷಾಕ್ರಮದಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡಿಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) X ತರಗತಿಯ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರು. ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ, ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) 5 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 7 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ 50. ಹಾಗೆಯೇ 7 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 5 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ 46. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಹಾಗೂ ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೆ? ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೆ? ಅಥವಾ ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆಯೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $5x - 4y + 8 = 0$
$7x + 6y - 9 = 0$

(ii) $9x + 3y + 12 = 0$
$18x + 6y + 24 = 0$

(iii) $6x - 3y + 10 = 0$
$2x - y + 9 = 0$

3) $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}$ ಮತ್ತು $\frac{c_1}{c_2}$ ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೆ? ಅಥವಾ ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $3x + 2y = 5 ; 2x - 3y = 7$
(ii) $2x - 3y = 8 ; 4x - 6y = 9$
(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7 ; 9x - 10y = 14$
(iv) $5x - 3y = 11 ; -10x + 6y = -22$
(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8 ; 2x + 3y = 12$

4) ಮುಂದೆ ನೀಡಿದವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ/ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ? ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ, ನಕ್ಷಾಕ್ರಮದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

(i) $x + y = 5, \quad 2x + 2y = 10$
(ii) $x - y = 8, \quad 3x - 3y = 16$
(iii) $2x + y - 6 = 0, \; 4x - 2y - 4 = 0$
(iv) $2x - 2y - 2 = 0, \; 4x - 3y - 5 = 0$

5) ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 4m ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಒಂದು ಹೂದೋಟದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧವು 36m. ಹೂದೋಟದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಮಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6) ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $2x + 3y - 8 = 0$ ಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ, ಹೇಗೆಂದರೆ ಉಂಟಾದಂತಹ ಜೋಡಿಗಳ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರಬೇಕು.

(i) ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು (ii) ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು (iii) ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು

7) $x - y + 1 = 0$ ಮತ್ತು $3x + 2y - 12 = 0$ ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು x – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿರಿ ಹಾಗೂ ತ್ರಿಕೋನೀಯ ವಲಯವನ್ನು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

1) **ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ನಕ್ಷಾಕ್ರಮದಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡಿಹಿಡಿಯಿರಿ.**

(i) **X ತರಗತಿಯ 10 ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳು ಗಣಿತ ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದರು. ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆಗಿಂತ, ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಯು 4 ಹೆಚ್ಚಾಗಿದ್ದರೆ, ರಸಪ್ರಶ್ನೆಯಲ್ಲಿ ಭಾಗವಹಿಸಿದ ಹುಡುಗರ ಮತ್ತು ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $= x$, ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ $= y$ ಆಗಿರಲಿ.

$x + y = 10$ (1)

$x - y = 4$ (2)

$x + y = 10 \Longrightarrow y = 10 - x$

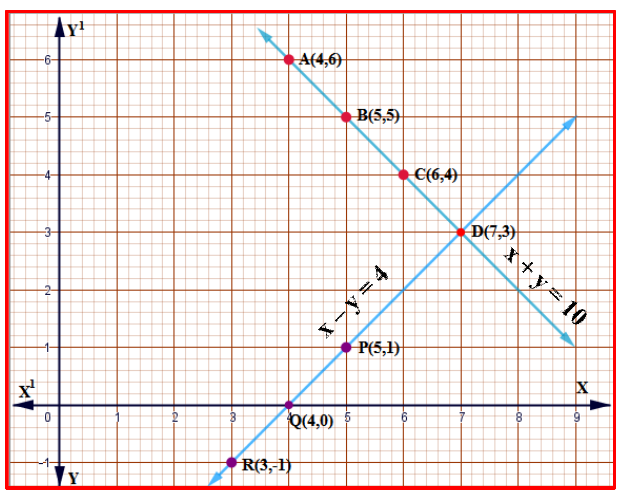
x	5	4	6
$y = 10 - x$	5	6	4

$x = 5 \Longrightarrow y = 10 - 5 = 5$
$x = 4 \Longrightarrow y = 10 - 4 = 6$
$x = 6 \Longrightarrow y = 10 - 6 = 4$

$x - y = 4 \Longrightarrow y = x - 4$

x	5	4	3
$y = x - 4$	1	0	-1

$x = 5 \Longrightarrow y = 5 - 4 = 1$
$x = 4 \Longrightarrow y = 4 - 4 = 0$
$x = 3 \Longrightarrow y = 3 - 4 = -1$



ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು (7, 3) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.
ಆದ್ದರಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಪರಿಹಾರ
$x = 7, \ y = 3$ ಹುಡುಗಿಯರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 7$, ಹುಡುಗರ ಸಂಖ್ಯೆ $= 3$

(ii) **5 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 7 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ 50. ಹಾಗೆಯೇ 7 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 5 ಪೆನ್ನುಗಳ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ 46. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಹಾಗೂ ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

1 ಪೆನ್ಸಿಲು ಬೆಲೆ $= x$, ರೂ, 1 ಪೆನ್ನು ಬೆಲೆ $= y$ ರೂ ಆಗಿರಲಿ.
ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$5x + 7y = 50$
$7x + 5y = 46$

$5x + 7y = 50 \Rightarrow 7y = 50 - 5x \Rightarrow y = \frac{50-5x}{7}$

x	3	10	−4
$y = \frac{50-5x}{7}$	5	0	10

$x = 3 \Rightarrow y = \frac{50-5(3)}{7} = \frac{50-15}{7} = \frac{35}{7} = 5$

$x = 10 \Rightarrow y = \frac{50-5(10)}{7} = \frac{50-50}{7} = \frac{0}{7} = 0$

$x = -4 \Rightarrow y = \frac{50-5(-4)}{7} = \frac{50+20}{7} = \frac{70}{7} = 10$

$7x + 5y = 46 \Rightarrow 5y = 46 - 7x \Rightarrow y = \frac{46-7x}{5}$

x	8	3	−2
$y = \frac{300-4x}{2}$	−2	5	12

$x = 8 \Rightarrow y = \frac{46-7(8)}{5} = \frac{46-56}{5} = \frac{-10}{5} = -2$

$x = 3 \Rightarrow y = \frac{46-7(3)}{5} = \frac{46-21}{5} = \frac{25}{5} = 5$

$x = -2 \Rightarrow y = \frac{46-7(-2)}{5} = \frac{46+14}{5} = \frac{60}{5} = 12$

ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳು (3, 5) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ.
ಆದ್ದರಿಂದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಪರಿಹಾರ
$x = 3, \ y = 5$ ಪೆನ್ಸಿಲ್‌ನ ಬೆಲೆ = ರೂ 3 ಪೆನ್ನಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ 5

2) $\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}, \frac{c_1}{c_2}$ **ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೆ? ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆಯೆ? ಅಥವಾ ಐಕ್ಯಗೊಂಡಿವೆಯೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

(i) $5x - 4y + 8 = 0$
$7x + 6y - 9 = 0$

(ii) $9x + 3y + 12 = 0$
$18x + 6y + 24 = 0$

(iii) $6x - 3y + 10 = 0$
$2x - y + 9 = 0$

(i) $5x - 4y + 8 = 0$
$7x + 6y - 9 = 0$ ಇವುಗಳನ್ನು $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
ಹೋಲಿಸಿದಾಗ $a_1 = 5, \ b_1 = -4, \ c_1 = 8$ ಮತ್ತು $a_2 = 7, \ b_2 = 6, \ c_2 = -9$ ಆಗುತ್ತದೆ.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{7}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-4}{6} = \frac{-2}{3} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.

(ii) $9x + 3y + 12 = 0$
$18x + 6y + 24 = 0$ ಇವುಗಳನ್ನು $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
ಹೋಲಿಸಿದಾಗ $a_1 = 9, \ b_1 = 3, \ c_1 = 12$ ಮತ್ತು $a_2 = 18, \ b_2 = 6, \ c_2 = 24$ ಆಗುತ್ತದೆ.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

(iii) $6x - 3y + 10 = 0$
$2x - y + 9 = 0$ ಇವುಗಳನ್ನು $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$
ಹೋಲಿಸಿದಾಗ $a_1 = 6, \ b_1 = -3, \ c_1 = 10$ ಮತ್ತು $a_2 = 2, \ b_2 = -1, \ c_2 = 9$ ಆಗುತ್ತದೆ.

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{6}{2} = 3, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-1} = 3, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{10}{9} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರಗಳಿಲ್ಲ.

3) $\frac{a_1}{a_2}$, $\frac{b_1}{b_2}$ **ಮತ್ತು** $\frac{c_1}{c_2}$ **ಅನುಪಾತಗಳನ್ನು ಹೋಲಿಸುವ ಮೂಲಕ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೆ? ಅಥವಾ ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆಯೆ? ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

(i) $3x + 2y = 5 ; 2x - 3y = 7$
(ii) $2x - 3y = 8 ; 4x - 6y = 9$
(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7 ; \; 9x - 10y = 14$
(iv) $5x - 3y = 11 ; -10x + 6y = -22$
(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8 ; \quad 2x + 3y = 12$

(i) $3x + 2y = 5 ;$
$2x - 3y = 7$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{-3} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.

(ii) $2x - 3y = 8 ;$
$4x - 6y = 9$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{9} \quad \therefore \frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$
∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇಪರಿಹಾರಗಳಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿಯಾಗಿವೆ.

(iii) $\frac{3}{2}x + \frac{5}{3}y = 7 ;$
$9x - 10y = 14$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{3}{2}}{9} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{6}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{\frac{5}{3}}{-10} = \frac{5}{3} \times \frac{1}{-10} = -\frac{1}{6} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$
ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.

(iv) $5x - 3y = 11,$
$-10x + 6y = -22$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{-10} = -\frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{11}{-22} = -\frac{1}{2} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$
∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಜೋಡಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ.

(v) $\frac{4}{3}x + 2y = 8 ;$
$2x + 3y = 12$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{2}{3}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$
∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಜೋಡಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ.

4) ಮುಂದೆ ನೀಡಿದವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ/ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ? ಸ್ಥಿರವಾಗಿದ್ದರೆ, ನಕ್ಷಾಕ್ರಮದಿಂದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

(i) $x + y = 5, \quad 2x + 2y = 10$
(ii) $x - y = 8, \quad 3x - 3y = 16$
(iii) $2x + y - 6 = 0, \quad 4x - 2y - 4 = 0$
(iv) $2x - 2y - 2 = 0, \quad 4x - 3y - 5 = 0$

(i) $x + y = 5,$

$2x + 2y = 10$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಈ ಜೋಡಿ ಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ.

$x + y = 5 \Longrightarrow y = 5 - x$

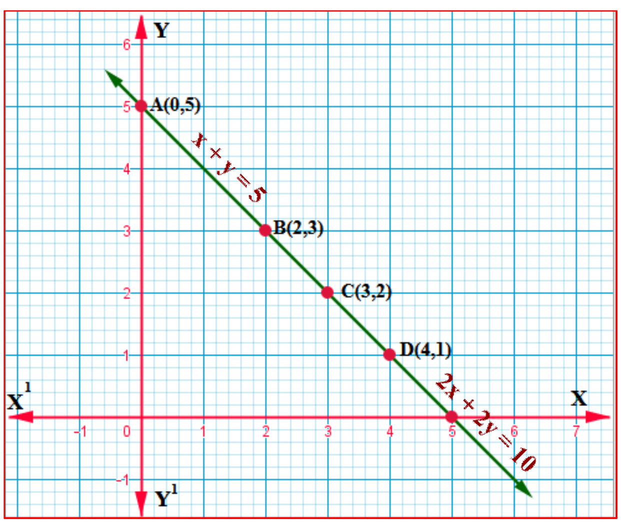
x	2	3	4
$y = 5 - x$	3	2	1

$x = 2 \Longrightarrow y = 5 - 2 = 3$
$x = 3 \Longrightarrow y = 5 - 3 = 2$
$x = 4 \Longrightarrow y = 5 - 4 = 1$

$2x + 2y = 10 \Longrightarrow 2y = 10 - 2x$
$\Longrightarrow y = \frac{10-2x}{2}$

x	2	3	4
$y = \frac{10-2x}{2}$	3	2	1

$x = 2 \Longrightarrow y = \frac{10-2(2)}{2} = \frac{10-4}{2} = 3$
$x = 3 \Longrightarrow y = \frac{10-2(3)}{2} = \frac{10-6}{2} = 2$
$x = 4 \Longrightarrow y = \frac{10-2(4)}{2} = \frac{10-8}{2} = 1$



(ii) $x - y = 8$

$3x - 3y = 16$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-1}{-3} = \frac{1}{3}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \quad \therefore \frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

∴ ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀರಣಗಳನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುತ್ತವೆ. ಮತ್ತು ಇವುಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರಗಳಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ಅಸ್ಥಿರ ಜೋಡಿಯಾಗಿವೆ.

(iii) $2x + y - 6 = 0$

$4x - 2y - 4 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} \quad \therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. $(2,2)$ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

$2x + y - 6 = 0 \Rightarrow y = 6 - 2x$

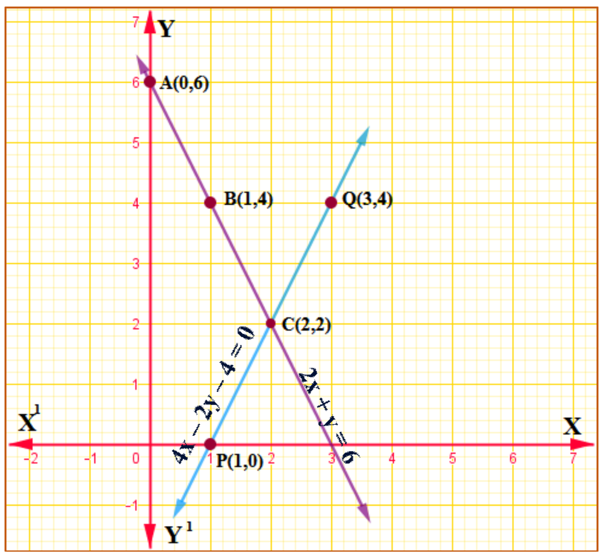
x	0	1	2
$y = 6 - 2x$	6	4	2

$x = 0 \Rightarrow y = 6 - 2(0) = 6 - 0 = 6$
$x = 1 \Rightarrow y = 6 - 2(1) = 6 - 2 = 4$
$x = 2 \Rightarrow y = 6 - 2(2) = 6 - 4 = 2$

$4x - 2y - 4 = 0 \Rightarrow 2y = 4x - 4 \Rightarrow y = \frac{4x-4}{2}$

x	1	2	3
$y = \frac{4x-4}{2}$	0	2	4

$x = 1 \Rightarrow y = \frac{4(1)-4}{2} = \frac{4-4}{2} = \frac{0}{2} = 0$
$x = 2 \Rightarrow y = \frac{4(2)-4}{2} = \frac{8-4}{2} = \frac{4}{2} = 2$
$x = 3 \Rightarrow y = \frac{4(3)-4}{2} = \frac{12-4}{2} = \frac{8}{2} = 4$



(iv) $2x - 2y - 2 = 0$
$4x - 3y - 5 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3}$ $\therefore \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. $(2,1)$ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

$2x - 2y - 2 = 0 \Rightarrow 2y = 2x - 2 \Rightarrow y = \frac{2x-2}{2}$

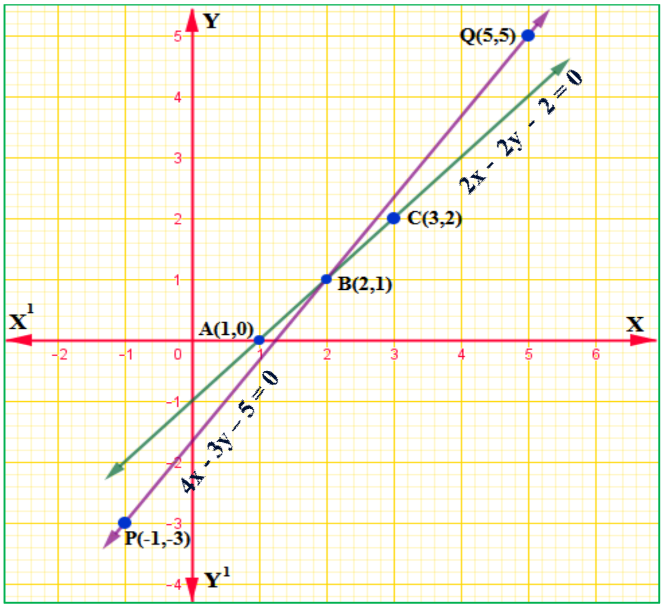
x	1	2	3
$y = \frac{2x-2}{2}$	0	1	2

$x = 1 \Rightarrow y = \frac{2(1)-2}{2} = \frac{2-2}{2} = \frac{0}{2} = 0$
$x = 2 \Rightarrow y = \frac{2(2)-2}{2} = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$
$x = 3 \Rightarrow y = \frac{2(3)-2}{2} = \frac{6-2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$4x - 3y - 5 = 0 \Rightarrow 3y = 4x - 5 \Rightarrow y = \frac{4x-5}{3}$

x	2	5	–1
$y == \frac{4x-5}{3}$	1	5	–3

$$x = 2 \Rightarrow y = \frac{4(2)-5}{3} = \frac{8-5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$
$$x = 5 \Rightarrow y = \frac{4(5)-5}{3} = \frac{20-5}{3} = \frac{15}{3} = 5$$
$$x = -1 \Rightarrow y = \frac{4(-1)-5}{3} = \frac{-4-5}{3} = -3$$



5) ಉದ್ದವು ಅಗಲಕ್ಕಿಂತ 4m ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವ ಆಯತಾಕಾರದ ಒಂದು ಹೂದೋಟದ ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧವು 36m. ಹೂದೋಟದ ಅಳತೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆಯತಾಕಾರದ ಹೂದೋಟದ ಅಗಲ $= x$, ಉದ್ದ $= y$ ಆಗಿರಲಿ.

ಉದ್ದ $y = x + 4$

ಸುತ್ತಳತೆಯ ಅರ್ಧ $\frac{2x+2y}{2} = 36 \Rightarrow x + y = 36$

$y - x = 4,$

x	0	8	16
$y = x + 4$	4	12	20

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 + 4 = 4$$
$$x = 8 \Rightarrow y = 8 + 4 = 12$$
$$x = 16 \Rightarrow y = 16 + 4 = 20$$

$x + y = 36 \Rightarrow y = 36 - x$

x	**0**	**16**	**36**
$y = 36 - x$	36	20	0

$$x = 0 \Rightarrow y = 36 - 0 = 36$$
$$x = 16 \Rightarrow y = 36 - 16 = 20$$
$$x = 36 \Rightarrow y = 36 - 36 = 0$$

ಈ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳು ಸ್ಥಿರವಾಗಿವೆ. ಮತ್ತು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತವೆ. ಇವುಗಳಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ. $(16, 20)$ ಪರಿಹಾರವಾಗಿದೆ.

ಅಗಲ $= 16\ m$, ಉದ್ದ $= 20\ m$ ಆಗಿದೆ.

6. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $2x + 3y - 8 = 0$ ಯನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ, ಹೇಗೆಂದರೆ ಉಂಟಾದಂತಹ ಜೋಡಿಗಳ ರೇಖಾಗಣಿತೀಯ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವಿಕೆಯು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರಬೇಕು.

(i) ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು (ii) ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು (iii) ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು

(i) ನೀಡಲಾದ ಸಮೀಕರಣ $2x + 3y - 8 = 0$

ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಗಳು $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡನೇ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $2x + 4y - 6 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{2} = 1\,, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

(ii) ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳು $\frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡನೇ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $4x + 6y - 8 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}\,, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}\,, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad \frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

(iii) ಐಕ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ರೇಖೆಗಳು $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡನೇ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣ $6x + 9y - 24 = 0$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}\,, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}\,, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-8}{-24} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a_1}{a_1} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

6) $x - y + 1 = 0$ ಮತ್ತು $3x + 2y - 12 = 0$ ಸಮೀಕರಣಗಳ ನಕ್ಷೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಈ ರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು X – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿರಿ ಹಾಗೂ ತ್ರಿಕೋನೀಯ ವಲಯವನ್ನು ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿರಿ.

$x - y + 1 = 0 \Longrightarrow y = x + 1$

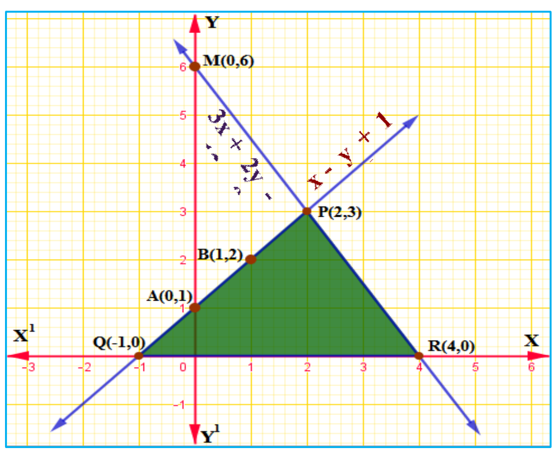
x	0	1	2
$y = x + 1$	1	2	3

$\mathbf{x = 0 \Longrightarrow y = 0 + 1 = 1}$
$\mathbf{x = 1 \Longrightarrow y = 1 + 1 = 2}$
$\mathbf{x = 2 \Longrightarrow y = 2 + 1 = 3}$

$3x + 2y - 12 = 0 \Longrightarrow 2y = 12 - 3x \Longrightarrow y = \frac{12-3x}{2}$

x	0	2	4
$y = \frac{12-3x}{2}$	6	3	0

$\mathbf{x = 0 \Longrightarrow y = \frac{12-3(0)}{2} = \frac{12-0}{2} = \frac{12}{2} = 6}$
$\mathbf{x = 2 \Longrightarrow y = \frac{12-3(2)}{2} = \frac{12-6}{2} = \frac{6}{2} = 3}$
$\mathbf{x = 4 \Longrightarrow y = \frac{12-3(4)}{2} = \frac{12-12}{2} = \frac{0}{2} = 0}$



ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(2,3)\,, (-1,0)\,, (4,0)$

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸುವ ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನಗಳು:

ಪೂರ್ಣಾಂಕವಲ್ಲದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನವು ಅನುಕೂಲಕರವಲ್ಲ.

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

ಹಂತ 1: ನಿಮಗೆ ಅನುಕೂಲಕರವಾದ ಒಂದು ಸಮೀಕರಣದಿಂದ, ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನು, y ಎಂದಿರಲಿ, ಇನ್ನೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರ ಅಂದರೆ x ನಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಹಂತ 2: y(ಅಥವಾ) ಯ ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ, ಅದನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು

ಸಾಧ್ಯವಿರುವ, ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ, ಅಂದರೆ x (ಅಥವಾ) ನಲ್ಲಿರುವ ಸಮೀಕರಣವನ್ನಾಗಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ. ಕೆಲವೊಮ್ಮೆ ಕೆಳಗಿನ ಉದಾಹರಣೆ 9 ಮತ್ತು 10 ರಲ್ಲಿರುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿಲ್ಲದ ಹೇಳಿಕೆಗಳನ್ನು ಪಡೆಯಬಹುವುದು. ಈ ಹೇಳಿಕೆ ನಿಜವೆಂದಾದರೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆಯೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು. ಹೇಳಿಕೆಯು ನಿಜವಲ್ಲವೆಂದಾದರೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿದೆ.

ಹಂತ 3: ಹಂತ 2 ರಲ್ಲಿ ದೊರೆತ x (ಅಥವಾ y) ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಹಂತ 1 ರಲ್ಲಿ ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿ ಇನ್ನೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ನಾವು ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಚರಾಕ್ಷರದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ, ಅದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದ್ದೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ವಿಧಾನವನ್ನು 'ಆದೇಶ ವಿಧಾನ' ಎನ್ನಲಾಗುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 7: ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$7x - 15y = 2 \quad (1)$

$x + 2y = 3 \quad (2)$

ಸಮೀಕರಣ (2) $\Rightarrow x + 2y = 3$

$\Rightarrow x = 3 - 2y \quad (3)$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$7(3 - 2y) - 15y = 2$

$21 - 14y - 15y = 2$

$-29y = 2 - 21$

$y = \frac{-19}{-29} = \frac{19}{29}$

y ಯ ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x = 3 - 2\left(\frac{19}{29}\right) = 3 - \frac{38}{29} = \frac{87-38}{29} = \frac{49}{29}$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪರಿಹಾರವೆಂದರೆ, $x = \frac{49}{29}$, $y = \frac{19}{29}$

ಉದಾಹರಣೆ 8: ಅಫ್ತಾಬ್ ತಮ್ಮ ಮಗಳಲ್ಲಿ ಹೇಳುತ್ತಾರೆ, "ಏಳು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ, ಆಗಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಏಳು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗಿತ್ತು. ಇನ್ನು ಮೂರು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಕೂಡಾ ಆವತ್ತಿನ ನಿನ್ನ ವಯಸ್ಸಿಗಿಂತ ನನ್ನ ವಯಸ್ಸು ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ". (ಈ ಸಂಗತಿಯು ಆಸಕ್ತಿದಾಯಕವಲ್ಲವೆ?) ಈ ಸಂದರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಮತ್ತು ರೇಖಾಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿ.

ಅಫ್ತಾಬ್‌ನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= x$ ವರ್ಷಗಳು

ಮಗಳ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು $= y$ ವರ್ಷಗಳಾಗಿರಲಿ.

7 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಅಫ್ತಾಬ್‌ನ ವಯಸ್ಸು $= x - 7$ ವರ್ಷಗಳು

7 ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು $= y - 7$ ವರ್ಷಗಳು. ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

$x - 7 = 7(y - 7) \Rightarrow x - 7y + 42 = 0 \quad (1)$

3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಅಫ್ತಾಬ್‌ನ ವಯಸ್ಸು $= x + 3$ ವರ್ಷಗಳು

3 ವರ್ಷಗಳ ನಂತರ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು $= y + 3$ ವರ್ಷಗಳು. ಮೇಲಿನ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

$x + 3 = 3(y + 3) \Rightarrow x - 3y = 6 \quad (2)$

ಸಮೀಕರಣ (2) $\Rightarrow x = 3y + 6 \quad (3)$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3y + 6 - 7y + 42 = 0$

$4y = 48,$

$y = 12$

y ಯ ಈ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x = 3(12) + 6 = 36 + 6 = 42$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಅಫ್ತಾಬ್ ಮತ್ತು ಅವರ ಮಗಳ ವಯಸ್ಸು ಕ್ರಮವಾಗಿ 42 ಮತ್ತು 12 ವರ್ಷಗಳಾಗಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:9 2 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 3 ರಬ್ಬರ್‌ಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ 9 ಮತ್ತು 4 ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತು 6 ರಬ್ಬರ್‌ಗಳ ಬೆಲೆ ರೂ 18. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪೆನ್ಸಿಲು ಮತ್ತುಪ್ರತಿಯೊಂದು ರಬ್ಬರ್‌ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಒಂದು ಪೆನ್ಸಿಲಿನ ಬೆಲೆ= ರೂ x

ಒಂದು ರಬ್ಬರ್‌ನ ಬೆಲೆ = ರೂ y ಆಗಿರಲಿ. ಮೇಲಿನ ಸಂಧರ್ಭವನ್ನು ಬೀಜಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸುವ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$2x + 3y = 9$ (1)

$4x + 6y = 18$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow 2x = 9 - 3y \Longrightarrow x = \frac{9-3y}{2}$ (3)

x ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$4\left(\frac{9-3y}{2}\right) + 6y = 18$

$18 - 6y + 6y = 18$

$18 = 18$

y ಯ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ಈ ಹೇಳಿಕೆ ನಿಜವಾಗಿದೆ. ಹಾಗಿದ್ದರೂ, y ಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಬೆಲೆ ಪರಿಹಾರವಾಗಿ ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ x ಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳೆರಡೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಪರಿಸ್ಥಿತಿ ಉಂಟಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ಕ್ಕೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

ಉದಾಹರಣೆ:10 ಎರಡು ಹಳಿಗಳನ್ನು $x + 2y - 4 = 0$ ಮತ್ತು $2x + 4y - 12 = 0$ ಎಂಬ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲಾಗಿದೆ. ಹಳಿಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಛೇದಿಸುತ್ತವೆಯೆ?

$x + 2y - 4 = 0$ (1)

$2x + 4y - 12 = 0$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow x = 4 - 2y$ (3)

x ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$2(4 - 2y) + 4y - 12 = 0$

$8 - 4y + 4y - 12 = 0$

$8 - 12 = 0$

$-4 = 0$

ಈ ಹೇಳಿಕೆ ಅಸಂಬದ್ಧವಾಗಿದೆ, ಆದ್ದರಿಂದ, ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಹಾಗಾಗಿ ಎರಡು ಹಳಿಗಳು ಒಂದನ್ನೊಂದು ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.3

1) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $x + y = 14$; $x - y = 4$

(ii) $s - t = 3$; $\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$

(iii) $3x - y = 3$; $9x - 3y = 9$

(iv) $0.2x + 0.3y = 1.3$; $0.4x + 0.5y = 2.3$

(v) $\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0$; $\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0$

(vi) $\frac{3x}{2} - \frac{5y}{2} = -2$; $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}$

2) $2x + 3y = 11$ ಮತ್ತು $2x - 4y = -24$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ $y = mx + 3$ ರಲ್ಲಿ m ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 26 ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ಎರಡು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನವು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನಕ್ಕಿಂತ 18 ಡಿಗ್ರಿ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iii) ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವೊಂದರ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿಯು 7 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು □ 3800 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಆ ಬಳಿಕ 3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 5 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಅವರು ರೂ 1750 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೆಂಡಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(iv) ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿ ಬಾಡಿಗೆಯು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ. ಮೊದಲನೆಯದು ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದು ಚಲಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬಾಡಿಗೆ. ಇವೆರಡನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆಯು 10km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 105 ಮತ್ತು 15km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 155. ಹಾಗಾದರೆ ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ನ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ಬಾಡಿಗೆ ದರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು 25km ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(v) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 2 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{9}{11}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\frac{5}{6}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(vi) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಏಳರಷ್ಟಿತ್ತು ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?

ಪರಿಹಾರ

1) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $x + y = 14$ (1)

$x - y = 4$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow x = 14 - y$ (3)

x ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$14 - y - y = 4$

$14 - 2y = 4$

$-2y = 4 - 14$

$-2y = -10$

$y = \frac{-10}{-2} = 5$ $y = 5$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 14 - y = 14 - 5 \Rightarrow x = 9$

$\therefore x = 9, \ y = 5$

(ii) $s - t = 3$ (1)

$\frac{s}{3} + \frac{t}{2} = 6$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow s = 3 + t$ (3)

s ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$\frac{3+t}{3} + \frac{t}{2} = 6$

$\frac{6+2t+3t}{6} = 6$

$6 + 5t = 36$

$5t = 36 - 6$

$t = \frac{30}{5}$

$t = 6$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$s = 3 + t$

$s = 3 + 6 \Rightarrow s = 9$

$\therefore s = 9, \ t = 6$

(iii) $3x - y = 3$ (1)

$9x - 3y = 9$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow y = 3x - 3$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$9x - 3(3x - 3) = 9$

$9x - 9x + 9 = 9$

$9 = 9$

y ಯ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ಈ ಹೇಳಿಕೆ ನಿಜವಾಗಿದೆ. ಹಾಗಿದ್ದರೂ, y ಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಬೆಲೆ ಪರಿಹಾರವಾಗಿ ಸಿಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ x ಗೆ ಒಂದು ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಪಡೆಯಲು ನಮಗೆ ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳೆರಡೂ ಸಮಾನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಈ ಪರಿಸ್ಥಿತಿ ಉಂಟಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ಕ್ಕೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

(iv) $\mathbf{0.2x + 0.3y = 1.3}$

$\mathbf{0.4x + 0.5y = 2.3}$

$0.2x + 0.3y = 1.3$ (1) $\times 10$

$0.4x + 0.5y = 2.3$ (2) $\times 10$

$2x + 3y = 13$ (3)

$4x + 5y = 23$ (4)

ಸಮೀಕರಣ (3) $\Longrightarrow 2x = 13 - 3y \Longrightarrow x = \frac{13-3y}{2}$ (5)

x ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$4\left(\frac{13-3y}{2}\right) + 5y = 23$

$26 - 6y + 5y = 23$

$26 - 23 = y$

$y = 3$, $y = 3$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (5) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = \frac{13-3(3)}{2} = \frac{13-9}{2} = \frac{4}{2} = 2$

$\therefore x = 2, \quad y = 3$

(v) $\mathbf{\sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 0}$ (1)

$\mathbf{\sqrt{3}x - \sqrt{8}y = 0}$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow \sqrt{2}x = -\sqrt{3}y \Longrightarrow x = -\frac{\sqrt{3}\,y}{\sqrt{2}}$ (3)

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$\sqrt{3}\left(-\frac{\sqrt{3}\,y}{\sqrt{2}}\right) - \sqrt{8}y = 0$

$-\frac{3y}{\sqrt{2}} - \sqrt{4 \times 2}\,y = 0$

$-\frac{3y}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}\,y = 0$

$y\left(-\frac{3}{\sqrt{2}} - 2\sqrt{2}\right) = 0$

$y = 0$, $y = 0$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = -\frac{\sqrt{3}\,(0)}{\sqrt{2}} = 0$

$\therefore x = 0, \quad y = 0$

(vi) $\mathbf{\frac{3x}{2} - \frac{5y}{2} = -2}$ (1)

$\mathbf{\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{13}{6}}$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\times 2 \Longrightarrow 3x - 5y = -4$ (3)

ಸಮೀಕರಣ (2) $\times 6 \Longrightarrow 2x + 3y = 13$ (4)

ಸಮೀಕರಣ (3) $\Longrightarrow 3x = 5y - 4 \Longrightarrow x = \frac{5y-4}{3}$ (5)

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$2\left(\frac{5y-4}{3}\right) + 3y = 13$

$\frac{10y-8+9y}{3} = 13$

$19y - 8 = 39 \quad \Rightarrow \ 19y = 39 + 8$

$19y = 47$

$y = \frac{47}{19}$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (5) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = \frac{5\left(\frac{47}{19}\right)-4}{3} = \frac{235-76}{19} \times \frac{1}{3} = \frac{159}{19} \times \frac{1}{3} = \frac{53}{19}$

2) **$2x + 3y = 11$ ಮತ್ತು $2x - 4y = -24$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಇದರಿಂದ $y = mx + 3$ ರಲ್ಲಿ m ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$2x + 3y = 11 \qquad (1)$

$2x - 4y = -24 \qquad (2)$

ಸಮೀಕರಣ $(2) \Longrightarrow 2x = 4y - 24 \Longrightarrow x = 2y - 12 \qquad (3)$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$2(2y - 12) + 3y = 11$

$4y - 24 + 3y = 11$

$7y = 11 + 24$

$7y = 35$

$y = 5$

$y = 5$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 2\text{x}5 - 12 = 10 - 12 = -2$

$\therefore x = -2, \quad y = 5$

$y = mx + 3$

$5 = m(-2) + 3$

$5 - 3 = -2m \Rightarrow -2m = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{-2} = -1$

3) **ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಆದೇಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

(i) **ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ 26 ಮತ್ತು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯು ಇನ್ನೊಂದರ ಮೂರರಷ್ಟಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಮೊದಲನೆ ಸಂಖ್ಯೆ x, ಎರಡನೇ ಸಂಖ್ಯೆ y ಆದಾಗ $y > x$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$y - x = 26 \qquad (1)$

$y = 3x \qquad (2)$

y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3x - x = 26$

$2x = 26$

$x = 13$, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$y = 3(13) = 39$

$\therefore x = 13, \quad y = 39$

(ii) **ಎರಡು ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡ ಕೋನವು ಚಿಕ್ಕ ಕೋನಕ್ಕಿಂತ 18 ಡಿಗ್ರಿ ಅಧಿಕವಾಗಿದೆ. ಅವುಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ದೊಡ್ಡ ಕೋನ x , ಚಿಕ್ಕ ಕೋನ y ಆಗಿರಲಿ. ಪರಿಪೂರಕ ಕೋನಗಳೆಂದರೆ ಅವುಗಳ ಮೊತ್ತ 180^0 ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ ಸಮೀಕರಣಗಳು

$x + y = 180^0 \qquad (1)$

$x = y + 18^0 \qquad (2)$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀರಕಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$y + 18^0 + y = 180^0$

$2y = 162^0$

$y = 81^0$ y ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 81^0 + 18^0 = 99^0$

$\therefore x = 99^0$, $y = 81^0$

(i) **ಕ್ರಿಕೆಟ್ ತಂಡವೊಂದರ ತರಬೇತುಗಾರ್ತಿಯು 7 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 6 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು □ 3800 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಆ ಬಳಿಕ 3 ಬ್ಯಾಟ್‌ಗಳು ಮತ್ತು 5 ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು ಅವರು ರೂ 1750 ಕ್ಕೆ ಕೊಳ್ಳುತ್ತಾರೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬ್ಯಾಟ್ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚೆಂಡಿನ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಬ್ಯಾಟಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ x , ಚೆಂಡಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ y ಆಗಿರಲಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

$7x + 6y = 3800$ (1)

$3x + 5y = 1750$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow 7x = 3800 - 6y \Longrightarrow x = \frac{3800-6y}{7}$ (3)

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3\left(\frac{3800-6y}{7}\right) + 5y = 1750$

$\frac{11400-18y+35y}{7} = 1750$

$11400 + 17y = 12250$

$17y = 12250 - 11400$

$17y = 850$

$y = \frac{850}{17} = 50$ $y = 50$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = \frac{3800-6(50)}{7} = \frac{3800-300}{7} = \frac{3500}{7} = 500$

$\therefore$ ಬ್ಯಾಟಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ 500 , ಚೆಂಡಿನ ಬೆಲೆ = ರೂ 50

(ii) **ಒಂದು ನಗರದಲ್ಲಿ ಟ್ಯಾಕ್ಸಿ ಬಾಡಿಗೆಯು ಎರಡು ಭಾಗಗಳಿಂದ ಕೂಡಿದೆ. ಮೊದಲನೆಯದು ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ ಮತ್ತು ಎರಡನೆಯದು ಚಲಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಬಾಡಿಗೆ. ಇವೆರಡನ್ನು ಸೇರಿಸಿ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆಯು 10km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 105 ಮತ್ತು 15km ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ರೂ 155. ಹಾಗಾದರೆ ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಕಿಲೋಮೀಟರ್‌ನ ಪ್ರಯಾಣಕ್ಕೆ ಬಾಡಿಗೆ ದರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು 25km ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆಗೆ ರೂ x, ಪ್ರತಿ ಕಿಲೋ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ಬಾಡಿಗೆ ರೂ y ಆಗಿರಲಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

$x + 10y = 105$ (1)

$x + 15y = 155$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Longrightarrow x = 105 - 10y$ (3)

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$105 - 10y + 15y = 155$

$105 + 5y = 155$

$5y = 155 - 105$

$y = \frac{50}{5} = 10$ $y = 10$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 105 - 10(10) = 105 - 100 = 5$

ನಿಗದಿತ ಬಾಡಿಗೆಗೆ ರೂ 5, ಚಲಿಸಿದ ದೂರಕ್ಕೆ ಅನುಗುಣವಾದ ಬಾಡಿಗೆ ರೂ 10

25km ದೂರವನ್ನು ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ನೀಡಬೇಕಾದ ಒಟ್ಟು ಬಾಡಿಗೆ

$x + 25y = 5 + 25(10) = 5 + 250$

$=$ ರೂ 255

(iii) **ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 2 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ, ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{9}{11}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಅದೇ ಅಂಶ ಮತ್ತು ಛೇದಗಳೆರಡಕ್ಕೂ 3ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\frac{5}{6}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{x}{y}$ ಆಗಿರಲಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

$\frac{x+2}{y+2} = \frac{9}{11} \Rightarrow 11x + 22 = 9y + 18$

$\Rightarrow 11x - 9y = 18 - 22$

$\Rightarrow 11x - 9y = -4$ (1)

$\frac{x+3}{y+3} = \frac{5}{6} \Rightarrow 6x + 18 = 5y + 15$

$\Rightarrow 6x - 5y = 15 - 18$

$\Rightarrow 6x - 5y = -3$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Rightarrow 11x = -4 + 9y \Rightarrow x = \frac{-4+9y}{11}$ (3)

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$6\left(\frac{-4+9y}{11}\right) - 5y = -3$

$\frac{-24+54y-55y}{11} = -3$

$-24 - y = -33$

$-y = -33 + 24$

$-y = -9$

$y = 9$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = \frac{-4+9(9)}{11} = \frac{-4+81}{11} = \frac{77}{11} = 7$

ಭಿನ್ನರಾಶಿಯು $\frac{x}{y} = \frac{7}{9}$

(iv) **ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರರಷ್ಟಾಗುತ್ತದೆ. ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸಿನ ಏಳರಷ್ಟಿತ್ತು ಅವರಿಬ್ಬರ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು ಎಷ್ಟು?**

ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು $= x$, ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು $= y$ ಆಗಿರಲಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯಂತೆ

ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ $x + 5 = 3(y + 5)$

$\Rightarrow x + 5 = 3y + 15 \Rightarrow x - 3y = 10$ (1)

ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ $x - 5 = 7(y - 5)$

$\Rightarrow x - 5 = 7y - 35 \Rightarrow x - 7y = -30$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) $\Rightarrow x = 10 + 3y$ (3)

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$10 + 3y - 7y = -30$

$10 - 4y = -30$

$-4y = -30 - 10$

$-4y = -40$

$y = \frac{-40}{-4} = 10$ $y = 10$ ನ್ನು ಸಮೀಕರಣ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$x = 10 + 3(10) = 10 + 30 = 40$

ಜೇಕಬ್‌ರ ವಯಸ್ಸು $= 40$, ಅವರ ಮಗನ ವಯಸ್ಸು $= 10$

3.4.2 ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ:

ಉದಾಹರಣೆ 11: ಇಬ್ಬರು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಆದಾಯಗಳ ಅನುಪಾತ 9:7 ಮತ್ತು ಅವರ ಖರ್ಚುಗಳ ಅನುಪಾತ 4:3 ಪ್ರತಿಯೊಬ್ಬರು ಕೂಡಾ ತಿಂಗಳಿಗೆ ರೂ 2000 ಉಳಿತಾಯ ಮಾಡಿದರೆ ಅವರ ಮಾಸಿಕ ಅದಾಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಇಬ್ಬರು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಆದಾಯವನ್ನು ರೂ 9x ಮತ್ತು ರೂ 7x ನಿಂದಲೂ ಖರ್ಚುಗಳನ್ನು ಕ್ರಮವಾಗಿ ರೂ 4y ಮತ್ತು ರೂ 3y ಯಿಂದಲೂ ಸೂಚಿಸೋಣ. ಆಗ ದೊರೆಯುವ ಸಮೀಕರಣಗಳೆಂದರೆ,

$9x - 4y = 2000$ (1)

$7x - 3y = 2000$ (2)

y ಯ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಮಗೊಳಿಸಬೇಕು, ಅದಕ್ಕಾಗಿ
ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 3 ರಿಂದಲೂ, ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು 4 ರಿಂದಲೂ ಗುಣಿಸಬೇಕು

$9x - 4y = 2000$ (1) x 3
$7x - 3y = 2000$ (2) x 4

27x – 12y = 6000	**(3)**
28x – 12y = 8000	**(4)**
-x = -2000	

$\Rightarrow x = 2000$
x = 2000 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,
$(1) \Rightarrow 9(2000) - 4y = 2000$ (1)
$\Rightarrow 18000 - 2000 = 4y$
$\Rightarrow 4y = 16000 \Rightarrow y = 4000$
ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಇಬ್ಬರು ವ್ಯಕ್ತಿಗಳ ಮಾಸಿಕ ಆದಾಯ = ರೂ18000 ಮತ್ತು ರೂ14000
ಮೇಲೆ ನೀಡಿದ ಉದಾಹರಣೆಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಲು ಉಪಯೋಗಿಸಿದ ವಿಧಾನವನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ಏಕೆಂದರೆ, ಒಂದು ಚರಾಕ್ಷರವನ್ನು ಮೊದಲು ವರ್ಜಿಸಿ, ಒಂದೇ ಚರಾಕ್ಷರದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಾವು ಪಡೆಯುತ್ತೇವೆ. ಮೇಲಿನ ಉದಾಹರಣೆಯಲ್ಲಿ ನಾವು y ಯನ್ನು ವರ್ಜಿಸಿದೆವು. ನಾವು x ನ್ನು ಕೂಡಾ ವರ್ಜಿಸಬಹುದಾಗಿತ್ತು. ಆ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಮಾಡಲು ಪ್ರಯತ್ನಿಸಿ.

ಉದಾಹರಣೆ 12: ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ, ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಎಲ್ಲಾ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$2x + 3y = 8$ (1)
$4x + 6y = 7$ (2)
x ನ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಮಗೊಳಿಸಬೇಕು, ಅದಕ್ಕಾಗಿ
ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು
$2x + 3y = 8$ (1) x 2
$4x + 6y = 16$ (3)
(3) ರಿಂದ (2) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

4x + 6y = 16	**(3)**
4x + 6y = 7	**(2)**
0 = 9	

ಇಲ್ಲಿ 0 =9 ಎಂಬುವುದು ಒಂದು ಅಸಂಬದ್ಧ ಹೇಳಿಕೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 13: ಎರಡಂಕೆಗಳ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಗೆ ಅದರ ಅಂಕೆಗಳನ್ನು ಪರಸ್ಪರ ಬದಲಾಯಿಸಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಇನ್ನೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ ದೊರೆಯುವ ಮೊತ್ತ 66. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಕೆಗಳಿಗಿರುವ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು 2 ಆಗಿದ್ದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇಂತಹ ಎಷ್ಟು ಸಂಖ್ಯೆಗಳಿವೆ?

ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = $10x + y$
ಅಂಕಿಗಳನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ = $10y + x$
$\therefore 10x + y + 10y + x = 66 \Rightarrow 11x + 11y = 66$
$\Rightarrow x + y = 6$ (1)
ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕಿಗಳ ವ್ಯತ್ಯಾಸ
$x - y = 2$ (2)
(1) ರಿಂದ (2) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

x + y = 6	**(1)**

$x - y = 2$	(2)
$2y = 4$	

$\Rightarrow y = 2$

$y = 2$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x + 2 = 6 \Rightarrow x = 4$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು $10x + y = 10 \times 4 + 2 = 42$

$\Rightarrow$ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳು 42 ಮತ್ತು 24

ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಆದೇಶ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.
   (i) $x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 4$
   (ii) $3x + 4y = 10$ ಮತ್ತು $2x - 2y = 2$
   (iii) $3x - 5y - 4 = 0$ ಮತ್ತು $9x = 2y + 7$
   (iv) $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$ ಮತ್ತು $x - \frac{y}{3} = 3$
2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು (ಇರುವುದಾದರೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (i) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಛೇದದಿಂದ 1 ನ್ನು ಕಳೆದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ, 1 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದಕ್ಕೆ 1 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\frac{1}{2}$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಯಾವುದು?
   (ii) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಆಗಿತ್ತು. ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ನೂರಿ ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?
   (iii) ಎರಡಂಕೆಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 9. ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಅದು ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂಭತ್ತರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (iv) ರೂ 2000 ವನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯಲು ಮೀನಾ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹೋದಳು. ಅವಳು ನಗದು ಗುಮಾಸ್ತರಲ್ಲಿ ರೂ 50 ಮತ್ತು ರೂ 100ರ ನೋಟುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೀಡುವಂತೆ ಹೇಳಿದಳು. ಮೀನಾಳಿಗೆ ಒಟ್ಟು 25 ನೋಟುಗಳು ದೊರೆತವು. ರೂ 50 ರ ಮತ್ತು ರೂ100 ರ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ನೋಟುಗಳನ್ನು ಅವಳು ಪಡೆದಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (v) ಒಂದು ಎರವಲು ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ದಿನಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕವಿರುತ್ತದೆ. ಆ ಬಳಿಕದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದಿನಕ್ಕೂ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶುಲ್ಕವಿರುತ್ತದೆ. ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಏಳು ದಿನ ತನ್ನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸರಿತಾ ರೂ 27 ನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದರೆ, ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 5 ದಿನ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸೂಸಿ ರೂ 21 ನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದಳು. ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ದಿನದ ಶುಲ್ಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.4

1. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಆದೇಶ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

(i) $x + y = 5$ ಮತ್ತು $2x - 3y = 4$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ,

$x + y = 5$ (1)

$2x - 3y = 4$ (2)

x ನ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಮಗೊಳಿಸಬೇಕು, ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಸಮೀಕರಣ (1) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು

$2x + 2y = 10$ (3)
ಸಮೀಕರಣ (3) ರಿಂದ (2) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$2x + 2y = 10$	(3)
$2x - 3y = 4$	(2)
$5y = 6$	

$\Rightarrow y = \frac{6}{5}$

$y = \frac{6}{5}$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x + \frac{6}{5} = 5 \Rightarrow 5x + 6 = 25 \Rightarrow 5x = 19$

$\Rightarrow x = \frac{19}{5}$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = \frac{19}{5}$ ಮತ್ತು $y = \frac{6}{5}$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

$x + y = 5$ (1)
$2x - 3y = 4$ (2)
$(1) \Rightarrow y = 5 - x$
$y = 5 - x$ ಎಂದು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$\Rightarrow 2x - 3(5 - x) = 4$ (3)
$\Rightarrow 2x - 15 + 3x = 4$

$\Rightarrow 5x = 19$

$\Rightarrow x = \frac{19}{5}$

$x = \frac{19}{5}$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$\frac{19}{5} + y = 5$
$\Rightarrow 19 + 5y = 25$
$\Rightarrow 5y = 25 - 19$
$\Rightarrow y = \frac{6}{5}$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = \frac{19}{5}$ ಮತ್ತು $y = \frac{6}{5}$

(ii) $3x + 4y = 10$ ಮತ್ತು $2x - 2y = 2$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ,

$3x + 4y = 10$ (1)
$2x - 2y = 2$ (2)
y ಯ ಸಹಗುಣಕಗಳನ್ನು ಸಮಗೊಳಿಸಬೇಕು, ಅದಕ್ಕಾಗಿ ಸಮೀಕರಣ (2) ನ್ನು 2 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಬೇಕು

$2x - 2y = 2$ (2) x 2
$4x - 4y = 4$ (3)
ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (3) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$3x + 4y = 10$	(1)
$4x - 4y = 4$	(3)
$7x = 14$	

$\Rightarrow x = 2$
$x = 2$ ಎಂದು (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3(2) + 4y = 10$
$6 + 4y = 10$
$4y = 10 - 6$
$4y = 4$
$y = 1$
ಆದ್ದರಿಂದ $x = 2, y = 1$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

$3x + 4y = 10$ (1)
$2x - 2y = 2$ (2)
(2) $\Rightarrow -2y = -2x + 2 \Rightarrow y = x - 1$
$y = x - 1$ ಎಂದು (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3x + 4(x - 1) = 10$
$3x + 4x - 4 = 10$
$7x = 10 + 4$
$7x = 14$
$\Rightarrow x = 2$
$x = 2$ ಎಂದು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$2(2) - 2y = 2$
$4 - 2y = 2$
$-2y = 2 - 4$
$-2y = -2 \Rightarrow y = 1$
ಆದ್ದರಿಂದ $x = 2, y = 1$

(iii) $3x - 5y - 4 = 0$ ಮತ್ತು $9x = 2y + 7$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ,

$3x - 5y - 4 = 0$
$\Rightarrow 3x - 5y = 4$ (1)
$9x = 2y + 7$
$\Rightarrow 9x - 2y = 7$ (2)
(1) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ, ,

$9x - 15y = 12$ (3)
ಸಮೀಕರಣ (3) ರಿಂದ (2) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$9x - 15y = 12$	(3)
$9x - 2y = 7$	(2)
$-13y = 5$	

$-13y = 5$
$y = -\frac{5}{13}$
$y = -\frac{5}{13}$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,
$3x - 5\left(-\frac{5}{13}\right) = 4$
$3x + \frac{25}{13} = 4$
$39x + 25 = 52$
$39x = 27$
$x = \frac{27}{39} = \frac{9}{13}$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = \frac{9}{13}$ and $y = -\frac{5}{13}$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

$3x - 5y - 4 = 0$

$\Rightarrow 3x - 5y = 4$ (1)

$9x = 2y + 7$

$\Rightarrow 9x - 2y = 7$ (2)

(1) $\Rightarrow -5y = 4 - 3x$

$5y = 3x - 4$

$y = \frac{3x-4}{5}$ (3)

$y = \frac{3x-4}{5}$ ಎಂದು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$9x - 2\left(\frac{3x-4}{5}\right) = 7$

$\Rightarrow 9x - \left(\frac{6x-8}{5}\right) = 7$

$\Rightarrow 45x - 6x + 8 = 35$

$\Rightarrow 39x = 27$

$\Rightarrow x = \frac{27}{39} = \frac{9}{13}$

$x = \frac{9}{13}$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3\left(\frac{9}{13}\right) - 5y = 4$

$\Rightarrow 27 - 65y = 52$

$\Rightarrow -65y = 52 - 27$

$\Rightarrow y = -\frac{25}{65}$

$\Rightarrow y = -\frac{5}{13}$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = \frac{9}{13}$ ಮತ್ತು $y = -\frac{5}{13}$

(iv) $\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$ ಮತ್ತು $x - \frac{y}{3} = 3$

ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ,

$\frac{x}{2} + \frac{2y}{3} = -1$

$\Rightarrow 3x + 4y = -6$ (1)

$x - \frac{y}{3} = 3$

$\Rightarrow 3x - y = 9$ (2)

(2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೇದಾಗ,

$3x + 4y = -6$	(1)
$3x - y = 9$	(2)
$+5y = -15$	

$\Rightarrow y = -3$

$y = -3$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ

$3x + 4(-3) = -6$

$\Rightarrow 3x - 12 = -6$

$\Rightarrow 3x = 6$

$\Rightarrow x = 2$
ಆದ್ದರಿಂದ $x = 2$ ಮತ್ತು $y = -3$

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

$3x + 4y = -6$ (1)
$3x - y = 9$ (2)
$(2) \Rightarrow -y = 9 - 3x$
$\Rightarrow y = 3x - 9$ (3)
$y = 3x - 9$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3x + 4(3x - 9) = -6$
$\Rightarrow 3x + 12x - 36 = -6$
$\Rightarrow 15x = 30$
$\Rightarrow x = 2$
$x = 2$ ಎಂದು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$y = 3(2) - 9$
$\Rightarrow y = 6 - 9$
$\Rightarrow y = -3$
ಆದ್ದರಿಂದ $x = 2$ ಮತ್ತು $y = -3$

3. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು (ಇರುವುದಾದರೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶಕ್ಕೆ 1ನ್ನು ಸೇರಿಸಿ, ಛೇದದಿಂದ 1 ನ್ನು ಕಳೆದು ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿದರೆ, 1 ಸಿಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದಕ್ಕೆ 1 ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದರೆ ಅದು $\frac{1}{2}$ ಎಂದಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿ ಯಾವುದು?

ಭಿನ್ನರಾಶಿ $= \frac{x}{y}$ ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ, $\frac{x+1}{y-1} - 1 = 1$

$\Rightarrow \frac{x+1}{y-1} = 2 \Rightarrow x + 1 = y - 1$
$\Rightarrow x - y = -2$ (1)
ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,
$\frac{x}{y+1} = \frac{1}{2}$
$\Rightarrow 2x = y + 1$
$\Rightarrow 2x - y = 1$ (2)
ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1)ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$x - y = -2$	(1)
$2x - y = 1$	(2)
$-x \quad = -3$	

$\Rightarrow x = 3$
$x = 3$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3 - y = -2$
$\Rightarrow -y = -2 - 3$
$\Rightarrow y = 5$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ = $\frac{3}{5}$

(ii) ಐದು ವರ್ಷಗಳ ಹಿಂದೆ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಮೂರು ಪಟ್ಟು ಆಗಿತ್ತು. ಹತ್ತು ವರ್ಷಗಳ ಬಳಿಕ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸಿನ ಎರಡು ಪಟ್ಟು ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ, ನೂರಿ ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸೆಷ್ಟು?

ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು $= x$ ಆಗಿರಲಿ ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ಈಗಿನ ವಯಸ್ಸು = y ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆಯ ಪ್ರಕಾರ,

$(x - 5) = 3(y - 5)$

$x - 3y = -10$ (1)

$(x + 10y) = 2(y + 10)$

$x - 2y = 10$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1)ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$x - 3y = -10$	(1)
$x - 2y = 10$	(2)
$- y = -20$	

$\Rightarrow y = 20$

$y = 20$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x - 60 = -10$

$x = 50$

ಆದ್ದರಿಂದ ನೂರಿಯ ವಯಸ್ಸು = 50 ಮತ್ತು ಸೋನುವಿನ ವಯಸ್ಸು = 20 ವರ್ಷಗಳು.

(iii)ಎರಡಂಕೆಯ ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯ ಅಂಕೆಗಳ ಮೊತ್ತ 9. ಇದರಲ್ಲಿರುವ ಅಂಕೆಗಳ ಕ್ರಮವನ್ನು ಅದಲು ಬದಲು ಮಾಡಿದಾಗ ಸಿಗುವ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಇಮ್ಮಡಿಗೊಳಿಸಿದರೆ, ಅದು ಮೊದಲನೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಒಂಭತ್ತರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮವಾಗುತ್ತದೆ. ಆ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಎರಡು ಅಂಕಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = xy ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + y = 9$ (1)

$2(10y + x) = 9(10x + y)$

$20y + 2x = 90x + 9y$

$88x – 11y = 0$

$\Rightarrow 8x – y = 0$ (2)

(1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$x + y = 9$	(1)
$8x – y = 0$	(2)
$9x = 9$	

$\Rightarrow x = 1$

$x = 1$ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$1 + y = 9 \Rightarrow y = 8$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆ ಸಂಖ್ಯೆ xy = 18

(iv) ರೂ 2000 ವನ್ನು ಹಿಂಪಡೆಯಲು ಮೀನಾ ಬ್ಯಾಂಕಿಗೆ ಹೋದಳು. ಅವಳು ನಗದು ಗುಮಾಸ್ತರಲ್ಲಿ ರೂ 50 ಮತ್ತು ರೂ 100ರ ನೋಟುಗಳನ್ನು ಮಾತ್ರ ನೀಡುವಂತೆ ಹೇಳಿದಳು. ಮೀನಾಳಿಗೆ ಒಟ್ಟು 25 ನೋಟುಗಳು ದೊರೆತವು. ರೂ 50 ರ ಮತ್ತು ರೂ100 ರ ಎಷ್ಟೆಷ್ಟು ನೋಟುಗಳನ್ನು ಅವಳು ಪಡೆದಳು ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

50 ರೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = x ಮತ್ತು 100 ರೂಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = y ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + y = 25$ (1)

$50x + 100y = 2000$

$\Rightarrow x + 2y = 40$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1)ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$x + 2y = 40$	**(2)**
$x + y = 25$	**(1)**
$y = 15$	

$y = 15$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x + 15 = 25 \Rightarrow x = 25 - 15$

$\Rightarrow x = 10$

ಆದ್ದರಿಂದ 50 ರೂಗಳ 10 ನೋಟ್‌ಗಳು ಹಾಗೂ 100 ರೂಗಳ 15 ನೋಟ್‌ಗಳಿವೆ.

(v) ಒಂದು ಎರವಲು ಗ್ರಂಥಾಲಯದಲ್ಲಿ ಮೊದಲ ಮೂರು ದಿನಕ್ಕೆ ಒಂದು ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕವಿರುತ್ತದೆ. ಆ ಬಳಿಕದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ದಿನಕ್ಕೂ ಒಂದು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶುಲ್ಕವಿರುತ್ತದೆ. ಪುಸ್ತಕವನ್ನು ಏಳು ದಿನ ತನ್ನಲ್ಲಿ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸರಿತಾ ರೂ 27 ನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದರೆ, ಪುಸ್ತಕವನ್ನು 5 ದಿನ ಇರಿಸಿಕೊಂಡದ್ದಕ್ಕಾಗಿ ಸೂಸಿ ರೂ 21 ನ್ನು ಪಾವತಿಸಿದಳು. ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ದಿನದ ಶುಲ್ಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಮೂರು ದಿನಗಳ ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ = ರೂ x ಮತ್ತು ಉಳಿದ ದಿನಗಳ ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶುಲ್ಕ = ರೂ y ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + 4y = 27$ (1)

$x + 2y = 21$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1)ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$x + 2y = 21$	**(2)**
$x + 4y = 27$	**(1)**
$-2y = -6$	

$\Rightarrow y = 3$

$\Rightarrow y = 3$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x + 4x3 = 27$

$\Rightarrow x + 12 = 27$

$\Rightarrow x = 27 - 12$

$\Rightarrow x = 15$

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ = Rs 15 ಮತ್ತು ಹೆಚ್ಚುವರಿ ಶುಲ್ಕ = Rs 3

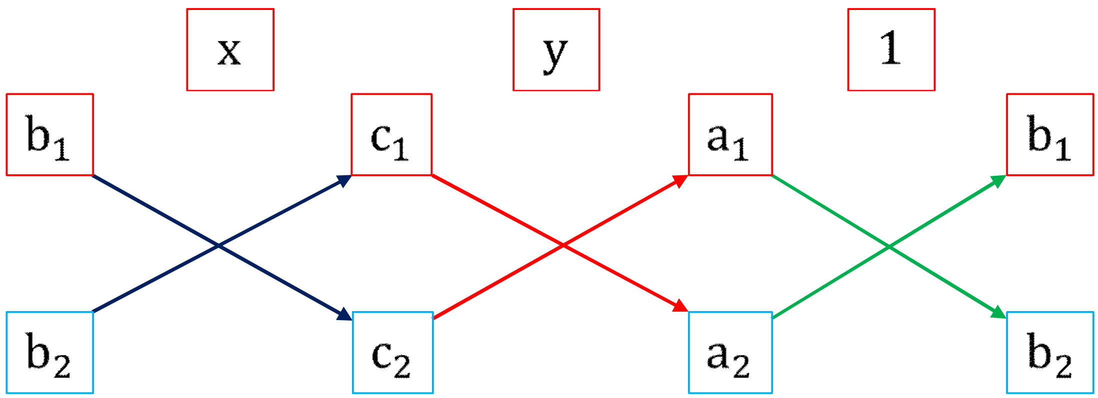
3.4.3 ಓರೆ – ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ

ಸಮೀಕರಣಗಳು:

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$
$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \qquad y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad [a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0]$$

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

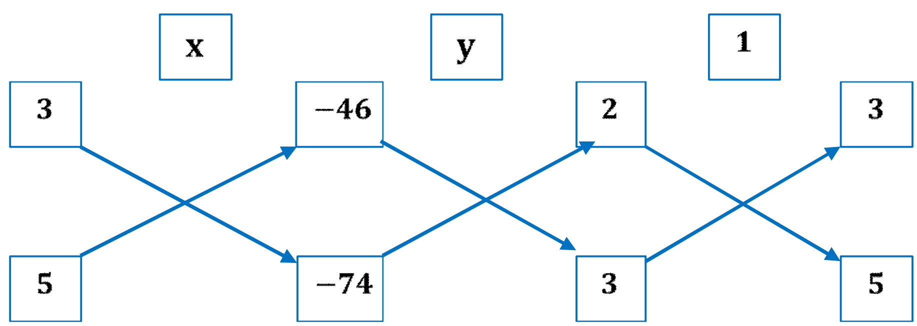


ಉದಾಹರಣೆ 14: ಬೆಂಗಳೂರು ಕೆಂಪೇಗೌಡ ಬಸ್ಸು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ, ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂಗೆ 2 ಟಿಕೇಟು ಮತ್ತು ಯಶವಂತಪುರಕ್ಕೆ 3 ಟಿಕೇಟನ್ನು ಕೊಂಡರೆ, ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ 46. ಆದರೆ ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂಗೆ 3 ಟಿಕೇಟು ಮತ್ತು ಯಶವಂತಪುರಕ್ಕೆ 5 ಟಿಕೇಟುಗಳನ್ನು ಕೊಂಡರೆ ಒಟ್ಟು ಬೆಲೆ ರೂ 74. ಬಸ್ಸು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂಗೆ ಮತ್ತು ಯಶವಂತಪುರಕ್ಕೆ ಇರುವ ಟಿಕೇಟು ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ಬೆಂಗಳೂರಿನಲ್ಲಿ ಕೆಂಪೇಗೌಡ ಬಸ್ಸು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಇರುವ ಟಿಕೇಟು ದರವು ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂಗೆ ರೂ x ಮತ್ತು ಯಶವಂತಪುರಕ್ಕೆ ರೂ y ಆಗಿರಲಿ.

ದತ್ತ ಮಾಹಿತಿಯ ಪ್ರಕಾರ, $2x + 3y = 46$, ಅಂದರೆ $2x + 3y - 46 = 0$ (1)

$3x + 5y = 74$ ಅಂದರೆ $3x + 5y - 74 = 0$ (2)



$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\frac{x}{3(-74) - 5(-46)} = \frac{y}{(-46)3 - (-74)2} = \frac{1}{2(5) - 3(3)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-222 + 230} = \frac{y}{-138 + 148} = \frac{1}{10 - 9}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{y}{10} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{8} = 1$$

$$\Rightarrow x = 8$$

$$\Rightarrow \frac{y}{10} = 1$$

$$\Rightarrow y = 10$$

ಹೀಗೆ, ಬೆಂಗಳೂರಿನಲ್ಲಿ ಕೆಂಪೇಗೌಡ ಬಸ್ಸು ನಿಲ್ದಾಣದಿಂದ ಮಲ್ಲೇಶ್ವರಂಗೆ ಟಿಕೇಟು ದರ ರೂ 8 ಮತ್ತು ಯಶವಂತಪುರಕ್ಕೆ ಟಿಕೇಟು ದರ ರೂ 10.

ಉದಾಹರಣೆ 15: p ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ, ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿರುತ್ತದೆ?

$4x + py + 8 = 0$

$2x + 2y + 2 = 0$

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 4,\ b_1 = p, c_1 = 8$ ಮತ್ತು $a_2 = 2,\ b_2 = 2, c_2 = 2$

ದತ್ತ ಜೋಡಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿರಬೇಕಾದರೆ: $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

$\Rightarrow \frac{4}{2} \neq \frac{p}{2}$

$\Rightarrow p \neq 4$

ಆದ್ದರಿಂದ, 4 ನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ p ಯ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೂ ದತ್ತ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 16: k ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ, ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

$kx + 3y - (k - 3) = 0$

$12x + ky - k = 0$

ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯೊಂದಕ್ಕೆ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರಬೇಕಾದರೆ:

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = k,\ b_1 = 3, c_1 = -(k-3)$ ಮತ್ತು $a_2 = 12,\ b_2 = k, c_2 = -k$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

$\Rightarrow \frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{-(k-3)}{-k}$

$\Rightarrow \frac{k}{12} = \frac{3}{k} \Rightarrow k^2 = 36$

$\Rightarrow k = \pm 6$

$\frac{3}{k} = \frac{-(k-3)}{-k}$

$\Rightarrow 3k = k^2 - 3k$

$\Rightarrow 6k = k^2$

$\Rightarrow (6k - k^2) = 0$

$\Rightarrow k(6 - k) = 0$

$\Rightarrow k = 0$ ಅಥವಾ $6 - k = 0 \Rightarrow k = 6$

ಆದ್ದರಿಂದ ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ $k = 6$ ಈ ಬೆಲೆಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 3.5

1. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಅಥವಾ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ? ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ? ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಇರುವುದಾದರೆ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

   (i) $x - 3y - 3 = 0$ (ii) $2x + y = 5$ $3x - 9y - 2 = 0$ $3x + 2y = 8$

   (iii) $3x - 5y = 20$ (iv) $x - 3y - 7 = 0$ $6x - 10y = 40$ $3x - 3y - 15 = 0$

2. i) a ಮತ್ತು b ಗಳ ಯಾವ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

$2x + 3y = 7 \ (a - b)$
$x + (a + b)y = 3a + b - 2$

ii) k ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ?

$3x + y = 1$
$(2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1$

3. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$8x + 5y = 9$
$3x + 2y = 4$

4. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು (ಇದ್ದರೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) ಒಂದು ವಸತಿನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಶುಲ್ಕವು ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಮೊದಲ ಭಾಗವು ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ. ಎರಡನೇ ಭಾಗವು ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಭೋಜನಶಾಲೆಯಿಂದ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದ ದಿನಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾದ ಶುಲ್ಕ. A ಎಂಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 20 ದಿನ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರಿಂದ, ಅವಳು ರೂ 1000 ವನ್ನು ವಸತಿ ನಿಲಯಕ್ಕೆ ಶುಲ್ಕವಾಗಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಯಿತು. B ಎಂಬ ಮತ್ತೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 26 ದಿನ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡು ರೂ 1180 ನ್ನು ವಸತಿ ನಿಲಯಕ್ಕೆ ಶುಲ್ಕವಾಗಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಯಿತು. ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ದಿನದ ಆಹಾರದ ಶುಲ್ಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ii) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು $\frac{1}{3}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದಕ್ಕೆ 8ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು $\frac{1}{4}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

iii)ಯಶ್ ಎಂಬಾತನು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರಿಯುತ್ತರಕ್ಕೂ 3 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೂ ಒಂದು ಅಂಕವನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡು, 40 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದನು. ಒಂದು ವೇಳೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 4 ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 2 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಯಶ್‌ಗೆ 50 ಅಂಕಗಳು ಸಿಗುತ್ತಿತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿದ್ದುವು?

iv) ಹೆದ್ದಾರಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ಸ್ಥಳಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 100km. ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರು A ಯಿಂದಲೂ ಇನ್ನೊಂದು ಕಾರು B ಯಿಂದಲೂ ಹೊರಡುತ್ತವೆ. ಕಾರುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳು 5 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. A ಕಾರು B ಯ ಕಡೆಗೆ, B ಕಾರು A ಯ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಅವುಗಳು ಸಂಧಿಸಲು ಒಂದು ಗಂಟೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಕಾರುಗಳ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

v) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಉದ್ದವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 67 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

1. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಅಥವಾ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ? ಯಾವುದಕ್ಕೆ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ? ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರ ಇರುವುದಾದರೆ ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) $\boldsymbol{x - 3y - 3 = 0}$

$\boldsymbol{3x - 9y - 2 = 0}$

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 1,\ b_1 = -3,\ c_1 = -3$ ಮತ್ತು $a_2 = 3,\ b_2 = -9,\ c_2 = -2$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ. ಅವುಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಛೇದಿಸುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅವುಗಳಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವಿರುವುದಿಲ್ಲ.

(ii) **$2x + y = 5 \Rightarrow 2x + y - 5 = 0$**

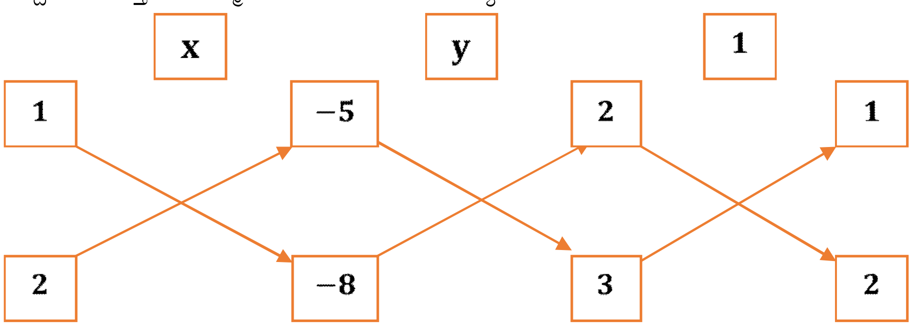
$3x + 2y = 8 \Rightarrow 3x + 2y - 8 = 0$

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 2$, $b_1 = 1$, $c_1 = -5$ ಮತ್ತು $a_2 = 3$, $b_2 = 2$, $c_2 = -8$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-8} = \frac{5}{8}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.



$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{1(-8) - 2(-5)} = \frac{y}{(-5)3 - (-8)2} = \frac{1}{2(2) - 3(1)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-8+10} = \frac{y}{-15+16} = \frac{1}{4-3}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{1}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{1} \Rightarrow x = 2$$

$$\frac{y}{1} = \frac{1}{1}$$

$\Rightarrow y = 1$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = 2$ ಮತ್ತು $y = 1$

iii) $3x - 5y = 20 \Rightarrow 3x - 5y - 20 = 0$

$6x - 10y = 40 \Rightarrow 6x - 10y - 40 = 0$

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 3$, $b_1 = -5$, $c_1 = -20$ ಮತ್ತು $a_2 = 6$, $b_2 = -10$, $c_2 = -40$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-20}{-40} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಪರಸ್ಪರ ಐಕ್ಯವಾಗಿವೆ. ಹಾಗೂ ಅವುಗಳಿಗೆ ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳಿವೆ.

(iv) **$x - 3y - 7 = 0$**

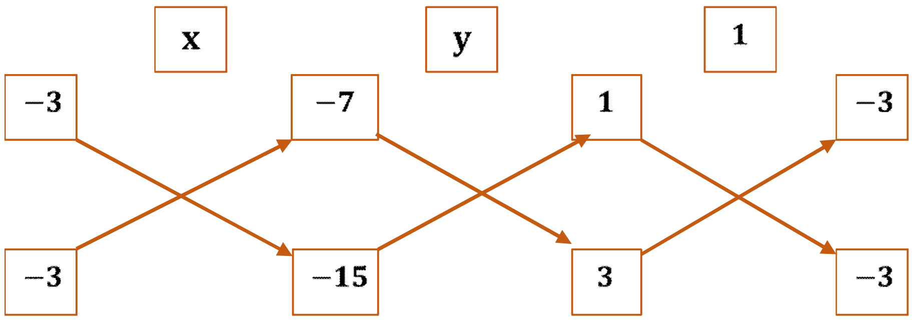
$3x - 3y - 15 = 0$

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 1, b_1 = -3, c_1 = -7$ ಮತ್ತು $a_2 = 3, b_2 = -3, c_2 = -15$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{3}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-3} = 1$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-7}{-15} = \frac{7}{15}$

$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ಆದ್ದರಿಂದ ದತ್ತ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಗೆ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವಿದೆ.



$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$\Rightarrow \frac{x}{(-3)(-15)-(-3)(-7)} = \frac{y}{(-7)3-(-15)1} = \frac{1}{1(-3)-3(-3)}$

$\Rightarrow \frac{x}{45-21} = \frac{y}{-21+15} = \frac{1}{-3+9}$

$\Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{y}{-6} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6x = 24 \Rightarrow x = 4$

$\frac{y}{-6} = \frac{1}{6}$

$\Rightarrow 6y = -6 \Rightarrow y = -1$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = 4$ ಮತ್ತು $y = -1$

2. i) a ಮತ್ತು b ಗಳ ಯಾವ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ?

$2x + 3y = 7 \Rightarrow 2x + 3y - 7 = 0$

$(a - b)x + (a + b)y = 3a + b - 2 \Rightarrow x + (a + b)y - (3a + b - 2) = 0$

ದತ್ತ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದರೆ,

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ಆಗಿರಬೇಕು

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = -7$ ಮತ್ತು $a_2 = (a - b), b_2 = (a + b), c_2 = -(3a + b - 2)$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{(a-b)}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{3}{(a+b)}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-7}{-(3a+b-2)} = \frac{7}{(3a+b-2)}$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{2}{(a-b)} = \frac{3}{(a+b)} \Rightarrow 2(a + b) = 3(a - b)$

$\Rightarrow 2a + 2b = 3a - 3b$

$\Rightarrow a = 5b$ (1)

$\frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{3}{(a+b)} = \frac{7}{(3a+b-2)}$

$\Rightarrow 3(3a + b - 2) = 7(a+b)$
$\Rightarrow 9a + 3b – 6 = 7a + 7b$
$\Rightarrow 2a - 4b = 6 \Rightarrow a – 2b = 3$ (2)
(1) ಮತ್ತು (2)
(2)$\Rightarrow 5b – 2b = 3 \Rightarrow 3b = 3$
$\Rightarrow b = 1 [\because a = 5b]$
$a = 5b \Rightarrow a = 5x1 \Rightarrow a = 5$
ಆದ್ದರಿಂದ $a = 5$ ಮತ್ತು $b = 1$ಆಗಿದ್ದಾಗ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಪರಿಮಿತ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತವೆ.

ii) k ಯ ಯಾವ ಬೆಲೆಗೆ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ?

$3x + y = 1 \Rightarrow 3x + y – 1= 0$
$(2k - 1)x + (k - 1)y = 2k + 1 \Rightarrow (2k - 1)x + (k - 1)y - (2k + 1) = 0$
ದತ್ತ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರದಿದ್ದರೆ,
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ಆಗಿರಬೇಕು
ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 3$, $b_1 = 1$, $c_1 = -1$ ಮತ್ತು $a_2 = (2k - 1)$, $b_2 = (k - 1)$, $c_2 = -(2k +1)$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{(2k-1)}$; $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{(k-1)}$; $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-1}{-(2k+1)} = \frac{1}{(2k+1)}$
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow \frac{3}{(2k-1)} = \frac{1}{(k-1)}$
$\Rightarrow 3(k – 1) = (2k – 1)$
$\Rightarrow 3k – 3 = 2k – 1$
$\Rightarrow k = 2$
ಆದ್ದರಿಂದ $k = 2$ ಆದಾಗ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಯಾವುದೇ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ.

3. ಕೆಳಗಿನ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಆದೇಶ ವಿಧಾನ ಮತ್ತು ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನಗಳಿಂದ ಬಿಡಿಸಿರಿ.

$8x + 5y = 9$ (1)
$3x + 2y = 4$ (2)

ಆದೇಶ ವಿಧಾನ:

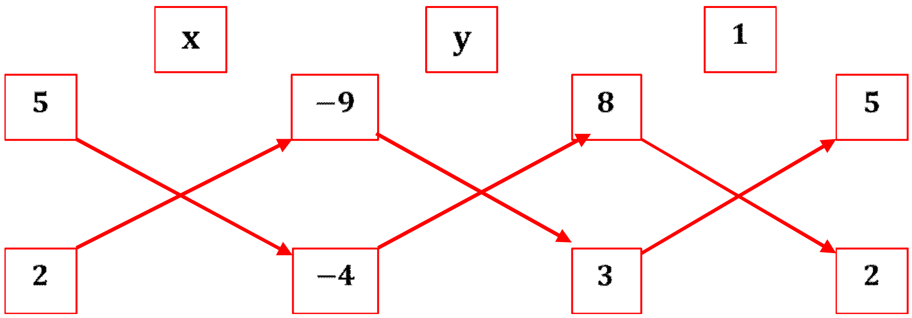
$8x + 5y = 9 \Rightarrow 5y = 9 – 8x \Rightarrow y = \frac{9 - 8x}{5}$
ಸಮೀಕರಣ (2) $\Rightarrow 3x + 2y = 4 \Rightarrow 3x + 2\left(\frac{9 - 8x}{5}\right) = 4$
$\Rightarrow 3x + \frac{18 - 16x}{5} = 4$ 5ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ
$15x + 18 – 16x = 20$
$\Rightarrow -x = 20 – 18$
$\Rightarrow - x = 2$
$\Rightarrow x = -2$
$x = -2$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (2)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,
$3(-2) + 2y = 4 \Rightarrow -6 + 2y = 4$
$\Rightarrow 2y = 4 + 6$
$\Rightarrow 2y = 10$
$\Rightarrow y = 5$
ಆದ್ದರಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳು: $x = -2$ ಮತ್ತು $y = 5$

ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ:

$8x + 5y = 9 \Rightarrow 8x + 5y - 9 = 0$ (1)

$3x + 2y = 4 \Rightarrow 3x + 2y - 4 = 0$ (2)

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 8$, $b_1 = 5$, $c_1 = -9$ ಮತ್ತು $a_2 = 3$, $b_2 = 2$, $c_2 = -4$



$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{(5)(-4)-(2)(-9)} = \frac{y}{(-9)3-(-4)8} = \frac{1}{8(2)-3(5)}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-20+18} = \frac{y}{-27+32} = \frac{1}{16-15}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-2} = \frac{y}{5} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x}{-2} = 1 \Rightarrow x = -2$$

$$\frac{y}{5} = 1 \Rightarrow y = 5$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳು: $x = -2$ ಮತ್ತು $y = 5$

4. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಲಾದ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ ಮತ್ತು ಯಾವುದಾದರೊಂದು ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನದಿಂದ ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು (ಇದ್ದರೆ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) **ಒಂದು ವಸತಿನಿಲಯದಲ್ಲಿ ಒಟ್ಟು ಶುಲ್ಕವು ಎರಡು ಭಾಗಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಮೊದಲ ಬಾಗವು ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ. ಎರಡನೇ ಭಾಗವು ಒಂದು ತಿಂಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಭೋಜನಶಾಲೆಯಿಂದ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದ ದಿನಗಳಿಗೆ ಅನುಸಾರವಾದ ಶುಲ್ಕ. A ಎಂಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 20 ದಿನ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡಿದ್ದರಿಂದ, ಅವಳು ರೂ 1000 ವನ್ನು ವಸತಿ ನಿಲಯಕ್ಕೆ ಶುಲ್ಕವಾಗಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಯಿತು. B ಎಂಬ ಮತ್ತೊಬ್ಬ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿ 26 ದಿನ ಆಹಾರವನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡು ರೂ 1180 ನ್ನು ವಸತಿ ನಿಲಯಕ್ಕೆ ಶುಲ್ಕವಾಗಿ ಪಾವತಿಸಬೇಕಾಯಿತು. ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ದಿನದ ಆಹಾರದ ಶುಲ್ಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ**

ವಸತಿ ನಿಲಯದ ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ = x ದೈನಂದಿನ ಆಹಾರದ ಶುಲ್ಕ = y ಆಗಿರಲಿ.

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$x + 20y = 1000$ (1)

$x + 26y = 1180$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$x + 26y = 1180$	(2)
$x + 20y = 1000$	(1)
$6y = 180$	

$\Rightarrow y = 30$

y = 30 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$x + 20 \times 30 = 1000$

$x = 1000 - 600$

$x = 400$

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಗದಿತ ಶುಲ್ಕ = 400ರೂ ಹಾಗೂ ದೈನಂದಿನ ಆಹಾರ ಶುಲ್ಕ = 30 ರೂ

ii) ಒಂದು ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಅಂಶದಿಂದ 1ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ ಅದು $\frac{1}{3}$ ಆಗುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯ ಛೇದಕ್ಕೆ 8ನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಅದು $\frac{1}{4}$ ಆಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಆ ಭಿನ್ನರಾಶಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದತ್ತ ಭಿನ್ನರಾಶಿ = $\frac{x}{y}$ ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{x-1}{y} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 3x - y = 3$ (1)

$\frac{x}{y+8} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 4x - y = 8$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$4x - y = 8$	(2)
$3x - y = 3$	(1)
$x \quad = 5$	

x = 5 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$15 - y = 3$

$y = 12$

ಆದ್ದರಿಂದ ಭಿನ್ನರಾಶಿ = $\frac{5}{12}$

iii) ಯಶ್ ಎಂಬಾತನು ಒಂದು ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರಿಯುತ್ತರಕ್ಕೂ 3 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಪಡೆದುಕೊಂಡು ಮತ್ತು ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೂ ಒಂದು ಅಂಕವನ್ನು ಕಳೆದುಕೊಂಡು, 40 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಗಳಿಸಿದನು. ಒಂದು ವೇಳೆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸರಿ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 4 ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಕ್ಕೆ 2 ಅಂಕಗಳನ್ನು ಕಳೆದರೆ, ಯಶ್‌ಗೆ 50 ಅಂಕಗಳು ಸಿಗುತ್ತಿತ್ತು. ಹಾಗಾದರೆ, ಪರೀಕ್ಷೆಯಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿದ್ದುವು?

ಪರೀಕ್ಷೆಯ ಸರಿ ಉತ್ತರ = x ಮತ್ತು ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳು = y ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$3x - y = 40$ (1)

$4x - 2y = 50$

$\Rightarrow 2x - y = 25$

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$2x - y = 25$	(2)
$3x - y = 40$	(1)
$-x \quad = -15$	

$\Rightarrow x = 15$

$x = 15$

ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3(15) - y = 40$

$\Rightarrow -y = 40 - 45$

$\Rightarrow -y = -5 \Rightarrow y = 5$
ಆದ್ದರಿಂದ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಗಳು = 15
ತಪ್ಪು ಉತ್ತರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 5
ಒಟ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 20

iv) ಹೆದ್ದಾರಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ A ಮತ್ತು B ಎಂಬ ಎರಡು ಸ್ಥಳಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 100km. ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಾರು A ಯಿಂದಲೂ ಇನ್ನೊಂದು ಕಾರು B ಯಿಂದಲೂ ಹೊರಡುತ್ತವೆ. ಕಾರುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ, ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದರೆ ಅವುಗಳು 5 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. A ಕಾರು B ಯ ಕಡೆಗೆ, B ಕಾರು A ಯ ಕಡೆಗೆ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಅವುಗಳು ಸಂಧಿಸಲು ಒಂದು ಗಂಟೆ ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ಕಾರುಗಳ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

A ಕಾರಿನ ಜವ = x km/h ಮತ್ತು ಕಾರಿನ ಜವ y km/h ಆಗಿರಲಿ
ಎರಡೂ ಕಾರುಗಳು ಒಂದೇ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದಾಗ ಜವ = (x - y) km/h
ಎರಡೂ ಕಾರುಗಳು ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಿದಾಗ ಜವ = $(u + v)$ km/h
ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$5(x - y) = 100$
$\Rightarrow x - y = 20$ (1)
$1(x + y) = 100$
$\Rightarrow x + y = 100$ (2)
ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$x - y = 20$	(2)
$x + y = 100$	(1)
$2x = 120$	

$\Rightarrow x = 60$
x = 60 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$60 - y = 20$
$\Rightarrow -y = -40$
$\Rightarrow y = 40$
ಆದ್ದರಿಂದ ಕಾರಿನ ಜವ = 60 km/h ಮತ್ತು 40 km/h

v) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದವನ್ನು 5 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಗೊಳಿಸಿ, ಅಗಲವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 9 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತದೆ. ಉದ್ದವನ್ನು 3 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಮತ್ತು ಅಗಲವನ್ನು 2 ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಿಸಿದರೆ, ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 67 ಚದರ ಮಾನಗಳಷ್ಟು ಹೆಚ್ಚಾಗುತ್ತದೆ. ಆಯತದ ಉದ್ದ, ಅಗಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಆಯತದ ಉದ್ದ ಮತ್ತು ಅಗಲಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ x ಮತ್ತು y ಆಗಿರಲಿ
ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= xy$
ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,
$(x - 5)(y + 3) = xy - 9$
$\Rightarrow xy + 3x - 5y - 15 = xy - 9$
$\Rightarrow 3x - 5y = 6$ (1)
$(x + 3)(y + 2) = xy + 67$
$\Rightarrow xy + 2x + 3y + 6 = xy + 67$
$\Rightarrow 2x + 3y = 61$ (2)
$3x - 5y = 6 \Rightarrow 3x = 6 + 5y$
$\Rightarrow x = \frac{6 + 5y}{3}$

x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು (2)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$2\left(\frac{6+5y}{3}\right) + 3y = 61$

$\Rightarrow \frac{12+10y}{3} + 3y = 61$ 3ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$\Rightarrow 12 + 10y + 9y = 183$

$\Rightarrow 19y = 183-12$

$\Rightarrow 19y = 171$

$\Rightarrow y = 9$

y = 9 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3x - 5(9) = 6$

$\Rightarrow 3x - 45 = 6$

$\Rightarrow 3x = 51$

$\Rightarrow x = 17$

ಆದ್ದರಿಂದ ಆಯತದ ಉದ್ದ = 17 ಮೂಲ ಮಾನಗಳು ಮತ್ತು ಅಗಲ = 9 ಮೂಲಮಾನಗಳು

3.5 ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನಾಗಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಬಹುದಾದ ಸಮೀಕರಣಗಳು:

ಉದಾಹರಣೆ 17: ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13$

$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2$

ಪರಿಹಾರ :

$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 13 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{x}\right) + 3\left(\frac{1}{y}\right) = 13$ (1)

$\frac{5}{x} - \frac{4}{y} = -2 \Rightarrow 5\left(\frac{1}{x}\right) - 4\left(\frac{1}{y}\right) = -2$ (2)

$\frac{1}{x} = p$ ಮತ್ತು $\frac{1}{y} = q$ ಆಗಿರಲಿ

(1) $\Rightarrow 2p + 3q = 13$ (3)

(2) $\Rightarrow 5p - 4q = -2$ (4)

(3) $\Rightarrow 2p + 3q = 13$

$\Rightarrow 3q = 13 - 2p$

$\Rightarrow q = \frac{13-2p}{3}$

ಸಮೀಕರಣ (4)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$5p - 4\left(\frac{13-2p}{3}\right) = -2$

$\Rightarrow 5p - \left(\frac{52-8p}{3}\right) = -2$ 3ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$\Rightarrow 15p - 52 + 8p = -6$

$\Rightarrow 23p = 46$

$\Rightarrow p = 2$

p = 2 ಎಂದು (3)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$2(2) + 3q = 13$

$\Rightarrow 4 + 3q = 13$

$\Rightarrow 3q = 9$

$\Rightarrow q = 3$

⇒ p ಮತ್ತು q ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$\frac{1}{x} = p \Rightarrow \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{y} = q \Rightarrow \frac{1}{y} = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

ಉದಾಹರಣೆ 18: ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯಾಗಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸಿ, ಬಿಡಿಸಿ.

$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$

$\frac{6}{x-1} + \frac{3}{y-2} = 1$

ಪರಿಹಾರ:

$\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2 \Rightarrow 5\left(\frac{1}{x-1}\right) + \frac{1}{y-2} = 2$

$\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1 \Rightarrow 6\left(\frac{1}{x-1}\right) - 3\left(\frac{1}{y-2}\right) = 1$

$\frac{1}{x-1} = p\ ; \frac{1}{y-2} = q$ ಆಗಿರಲಿ.

$5p + q = 2$ (1)

$6p - 3q = 1$ (2)

(1) $\Rightarrow q = 2 - 5p$

ಸಮೀಕರಣ (2)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$6p - 3(2 - 5p) = 1$

$\Rightarrow 6p - 6 + 15p = 1$

$\Rightarrow 21p = 7$

$\Rightarrow p = \frac{1}{3}$

$p = \frac{1}{3}$ ಎಂದು (1)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$5\left(\frac{1}{3}\right) + q = 2$

$\Rightarrow q = 2 - \frac{5}{3} \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{x-1} = p \Rightarrow \frac{1}{x-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 = x - 1 \Rightarrow x = 4$

$\frac{1}{y-2} = q \Rightarrow \frac{1}{y-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 = y - 2 \Rightarrow y = 5$

ಉದಾಹರಣೆ 19: ಒಂದು ದೋಣಿಯು 10 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 44 km ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 30 km ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ. 13 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ಅದು ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 55 km ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 40 km ಕ್ರಮಿಸಬಲ್ಲುದು. ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವ ಮತ್ತು ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವಗಳನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ x km/h ಮತ್ತು ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವ y km/h ಎಂದಿರಲಿ.

ಆಗ ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ = (x + y) km/h ಮತ್ತು

ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯ ಜವ = (x - y) km/h

ಕಾಲ = $\frac{\text{ದೂರ}}{\text{ಜವ}}$

ಮೊದಲನೇ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ 30 km ಕ್ರಮಿಸಿದಾಗ, ಅದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ಸಮಯವು T_1 ಗಂಟೆಗಳು ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ $T_1 = \frac{30}{x - y}$

ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 44 km ಕ್ರಮಿಸಲು ಅದು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ಕಾಲ

T_2 ಗಂಟೆಗಳು ಆಗಿರಲಿ ಆಗ $T_2 = \frac{44}{x+y}$

ತೆಗೆದು ಕೊಂಡ ಒಟ್ಟು ಕಾಲ $(T_1 + T_2) \Rightarrow \frac{30}{x-y} + \frac{44}{x+y} = 10$ (1)

ಎರಡನೇ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ದೋಣಿಯು 3 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 40 km ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು 55 km ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುವುದು. ಆಗ ದೊರೆಯುವ ಸಮೀಕರಣವು,

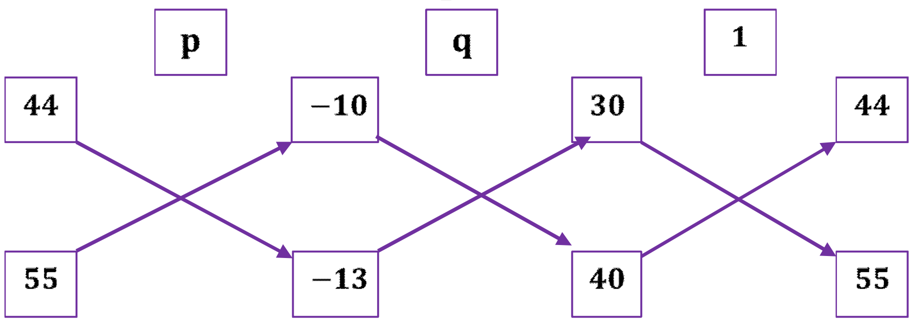
$\frac{40}{x-y} + \frac{55}{x+y} = 13$ (2)

$\frac{1}{x-y} = p$; $\frac{1}{x+y} = q$ ಆಗಿರಲಿ,

(1) $\Rightarrow 30p + 44q = 10 \Rightarrow 30P + 44q - 10 = 0$ (3)

(2) $\Rightarrow 40p + 55q = 13 \Rightarrow 40p + 55q - 13 = 0$ (4)

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 30,\ b_1 = 44,\ c_1 = -10$ ಮತ್ತು $a_2 = 40,\ b_2 = 55,\ c_2 = -13$



$$\frac{p}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{q}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{(44)(-13)-(55)(-10)} = \frac{q}{(-10)40-(-13)30} = \frac{1}{30(55)-40(44)}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{-572+550} = \frac{q}{-400+390} = \frac{1}{1650-1760}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{-22} = \frac{q}{-10} = \frac{1}{-110}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{-22} = \frac{1}{-110}$$

$$p = \frac{-22}{-110} \Rightarrow p = \frac{1}{5}$$

$$\frac{q}{-10} = \frac{1}{-110}$$

$$\Rightarrow q = \frac{-11}{-110} \Rightarrow q = \frac{1}{11}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x-y} = p \Rightarrow \frac{1}{x-y} = \frac{1}{5} \Rightarrow x - y = 5$$

$$\frac{1}{x+y} = q \Rightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{1}{11} \Rightarrow x + y = 11$$

ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$2x = 16 \Rightarrow x = 8$

$8 - y = 5 \Rightarrow y = 3$

ಆದ್ದರಿಂದ ದೋಣಿಯ ಜವ = 8ಕಿ.ಮೀ/ಗಂ ಮತ್ತು ನೀರಿನ ಜವ = 3ಕಿ.ಮೀ./ಗಂ

ಅಭ್ಯಾಸ 3.6

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನಾಗಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 2$; $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{13}{6}$

(ii) $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2$; $\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$

(iii) $\frac{4}{x} + 3y = 14$; $\frac{3}{x} - 4y = 23$

(iv) $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2$; $\frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$

(v) $\frac{7x-2y}{xy} = 5$; $\frac{8x+7y}{xy} = 15$

(vi) $6x + 3y = 6xy$; $2x + 4y = 5xy$

(vii) $\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4$; $\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$

(viii) $\frac{1}{3x+y} + \frac{2}{3x-y} = \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = \frac{-1}{8}$

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ರೀತು ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 20 km ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 4 km ಸಂಚರಿಸುವಳು. ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಅವಳು ಸಂಚರಿಸುವ ಜವ ಮತ್ತು ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(ii) ಇಬ್ಬರು ಮಹಿಳೆಯರು, 5 ಪುರುಷರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಕಸೂತಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಮೂರು ಮಹಿಳೆಯರು ಮತ್ತು 6 ಪುರುಷರು ಇದನ್ನು 3 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಲ್ಲರು. ಒಬ್ಬ ಮಹಿಳೆ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಹಾಗೂ ಒಬ್ಬ ಪುರುಷ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

(iii) ರೂಹಿಯು 300 km ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ತನ್ನ ಮನೆಯ ಕಡೆಗಿನ ಪ್ರಯಾಣದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ದೂರವನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲಿಯೂ, ಉಳಿದ ದೂರವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೂ ಕ್ರಮಿಸುವಳು. 60 km ನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲೂ, ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ಅವಳು 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತಲುಪುವಳು. 100 km ನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲೂ, ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ಅವಳಿಗೆ ತಲುಪಲು 10 ನಿಮಿಷ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಬಸ್ಸು ಮತ್ತು ರೈಲುಗಳ ಜವಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

1. ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನಾಗಿ ಸಂಕ್ಷೇಪಿಸುವ ಮೂಲಕ ಬಿಡಿಸಿ.

(i) $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 2$; $\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{13}{6}$

$\frac{1}{x} = p$ ಮತ್ತು $\frac{1}{y} = q$ ಆಗಿರಲಿ

$\frac{1}{2x} + \frac{1}{3y} = 2 \Rightarrow \frac{p}{2} + \frac{q}{3} = 2 \Rightarrow 3p + 2q - 12 = 0$ (1)

$\frac{1}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{13}{6} \Rightarrow \frac{p}{3} + \frac{q}{2} = \frac{13}{6} \Rightarrow 2p + 3q - 13 = 0$ (2)

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 3$, $b_1 = 2$, $c_1 = -12$ ಮತ್ತು $a_2 = 2$, $b_2 = 3$, $c_2 = -13$

$$\frac{p}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{q}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

$$\Rightarrow \frac{p}{(2)(-13)-(3)(-12)} = \frac{q}{(-12)2-(-13)3} = \frac{1}{3(3)-2(2)}$$

$\Rightarrow \frac{p}{-26+36} = \frac{q}{-24+39} = \frac{1}{9-4}$

$\Rightarrow \frac{p}{10} = \frac{q}{15} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow \frac{p}{10} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5p = 10 \Rightarrow p = 2$

$\frac{q}{15} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5q = 15 \Rightarrow q = 3$

$\frac{1}{x} = p \Rightarrow \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{1}{y} = q \Rightarrow \frac{1}{y} = 3 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

(ii) $\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2;$ $\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1$

$\frac{1}{\sqrt{x}} = p$ ಮತ್ತು $\frac{1}{\sqrt{y}} = q$ ಆಗಿರಲಿ

$\frac{2}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{y}} = 2 \Rightarrow 2p + 3q = 2 \Rightarrow 2p + 3q - 2 = 0$ (1)

$\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{9}{\sqrt{y}} = -1 \Rightarrow 4p - 9q = -1 \Rightarrow 4p - 9q + 1 = 0$ (2)

ಇಲ್ಲಿ $a_1 = 2, b_1 = 3, c_1 = -2$ ಮತ್ತು $a_2 = 4, b_2 = -9, c_2 = 1$

$\frac{p}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{q}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

$\Rightarrow \frac{p}{(3)(1)-(-9)(-2)} = \frac{q}{(-2)4-(1)2} = \frac{1}{2(-9)-4(3)}$

$\Rightarrow \frac{p}{3-18} = \frac{q}{-8-2} = \frac{1}{-18-12}$

$\Rightarrow \frac{p}{-15} = \frac{q}{-10} = \frac{1}{-30}$

$\Rightarrow \frac{p}{-15} = \frac{1}{-30} \Rightarrow -30p = -15 \Rightarrow p = \frac{1}{2}$

$\frac{q}{-10} = \frac{1}{-30} \Rightarrow -30q = -10 \Rightarrow q = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{\sqrt{x}} = p \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$ ಮತ್ತು

$\frac{1}{\sqrt{y}} = q \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \sqrt{y} = 3 \Rightarrow y = 9$

(iii) $\frac{4}{x} + 3y = 14;$ $\frac{3}{x} - 4y = 23$

$\frac{1}{x} = p$ ಆಗಿರಲಿ,

$4p + 3y = 14$ (1) x 3

$3p - 4y = 23$ (2) x 4

$12p + 9y = 42$ (3)

$12p - 16y = 92$ (4)

ಸಮೀಕರಣ (4) ರಿಂದ (3) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$-25y = 50 \Rightarrow y = -2$

$y = 2$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$4p + 3(-2) = 14$

$\Rightarrow 4p = 20$

$\Rightarrow p = 5$

$\frac{1}{x} = p \Rightarrow \frac{1}{x} = 5 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$

ಆದ್ದರಿಂದ $x = \frac{1}{5}$ ಮತ್ತು $y = -2$

(iv) $\frac{5}{x-1} + \frac{1}{y-2} = 2; \quad \frac{6}{x-1} - \frac{3}{y-2} = 1$

$\frac{1}{x-1} = p$; $\frac{1}{y-2} = q$ ಆಗಿರಲಿ

$5p + q = 2$ (1)

$6p - 3q = 1$ (2)

$(1)x3 = 15p + 3q = 6$ (3)

(2) ಮತ್ತು (3) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$6p - 3q = 1$

$15p + 3q = 6$

$21p = 7$

$\Rightarrow p = \frac{1}{3}$

(1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$\frac{5}{3} + q = 2 \Rightarrow q = 2 - \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{x-1} = p \Rightarrow \frac{1}{x-1} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 = x - 1 \Rightarrow x = 4$

$\frac{1}{y-2} = q \Rightarrow \frac{1}{y-2} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3 = y-2 \Rightarrow y = 5$

(v) $\frac{7x-2y}{xy} = 5; \quad \frac{8x+7y}{xy} = 15$

$\frac{7x}{xy} - \frac{2y}{xy} = 5; \quad \frac{8x}{xy} + \frac{7y}{xy} = 15$

$\Rightarrow \frac{7}{y} - \frac{2}{x} = 5; \quad \frac{8}{y} + \frac{7}{x} = 15$

$\frac{1}{y} = p$; $\frac{1}{x} = q$ ಆಗಿರಲಿ,

$7p - 2q = 5$ (1)

$8p + 7q = 15$ (2)

$(1) \Rightarrow 7p = 5 + 2q \Rightarrow p = \frac{5 + 2q}{7}$

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$8\left(\frac{5+2q}{7}\right) + 7q = 15$

$\frac{40 + 16q}{7} + 7q = 15$ 7 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$40 + 16q + 49q = 105$

$65q = 65 \Rightarrow q = 1$

$q = 1$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$7p - 2(1) = 5$

$\Rightarrow 7p = 7 \Rightarrow p = 1$

$\frac{1}{y} = p \Rightarrow \frac{1}{y} = 1 \Rightarrow y = 1$

$\frac{1}{x} = q \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$

(vi) $6x + 3y = 6xy$; $2x + 4y = 5xy$

$6x + 3y = 6xy$; $2x + 4y = 5xy$

ಎರಡೂ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು xy ನಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ,

$\frac{6x}{xy} + \frac{3y}{xy} = \frac{6xy}{xy}$; $\frac{2x}{xy} + \frac{4y}{xy} = \frac{5xy}{xy}$

$\Rightarrow \frac{6}{y} + \frac{3}{x} = 6$; $\frac{2}{y} + \frac{4}{x} = 5$

$\frac{1}{y} = p$; $\frac{1}{x} = q$ ಆಗಿರಲಿ,

$6p + 3q = 6$ (1)

$2p + 4q = 5$ (2)

(2) ನ್ನು 3 ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$6p + 12q = 15$ (3)

(3) ರಿಂದ (1) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ,

$6p + 12q = 15$
$6p + 3q = 6$
$9q = 9$

$\Rightarrow q = 1$

q= 1 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$2p + 4(1) = 5 \Rightarrow 2p = 1$

$\Rightarrow p = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{y} = p \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2$

$\frac{1}{x} = q \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$

(vii) $\frac{10}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 4$; $\frac{15}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -2$

$\frac{1}{x+y} = p$; $\frac{1}{x-y} = q$ ಆಗಿರಲಿ

$10p + 2q = 4$ (1)

$15p - 5q = -2$ (2)

(1) $\Rightarrow 5p + q = 2$ (3)

(3) $\Rightarrow q = 2 – 5p$ (4)

(4) ನ್ನು (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$15p - 5(2-5p) = -2$

$\Rightarrow 15p – 10 + 25p = -2$

$\Rightarrow 40p = 8$

$\Rightarrow p = \frac{8}{40} \Rightarrow \frac{1}{5}$

$p = \frac{1}{5}$ ಎಂದು (3)ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$5\left(\frac{1}{5}\right) + q = 2 \Rightarrow 1 + q = 2$

$\Rightarrow q = 1$

$\frac{1}{x+y} = p \Rightarrow \frac{1}{x+y} = \frac{1}{5}$

$\Rightarrow x + y = 5$ (5)

$\frac{1}{x-y} = q \Rightarrow \frac{1}{x-y} = 1$

$\Rightarrow x – y = 1$ (6)

(5) ಮತ್ತು (6) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

x + y = 5
x – y = 1
2x = 6

$\Rightarrow x = 3$

x = 3 ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (5) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3 + y = 5$

$\Rightarrow y = 5 - 3$

$\Rightarrow y = 2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳು x = 3, y = 2

(viii) $\frac{1}{3x+y} + \frac{1}{3x-y} = \frac{3}{4}$; $\frac{1}{2(3x+y)} - \frac{1}{2(3x-y)} = \frac{-1}{8}$

$\frac{1}{3x+y} = p$; $\frac{1}{3x-y} = q$ ಆಗಿರಲಿ

$P + q = \frac{3}{4} \Rightarrow \mathbf{4p + 4q = 3}$ (1)

$\frac{p}{2} - \frac{q}{2} = \frac{-1}{8} \Rightarrow \mathbf{4p - 4q = -1}$ (2)

ಸಮೀಕರಣ(1) ರಿಂದ (2) ನ್ನು ಕಳೆದಾಗ

4p + 4q = 3
4p – 4q = -1
8q = 4

$\Rightarrow q = \frac{4}{8}$

$\Rightarrow q = \frac{1}{2}$

$q = \frac{1}{2}$ ಎಂದು ಸಮೀಕರಣ (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$4p + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \Rightarrow 4p + 2 = 3 \Rightarrow 4p = 1$

$\Rightarrow p = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{3x+y} = p \Rightarrow \frac{1}{3x+y} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \mathbf{3x + y = 4}$ **(3)**

$\frac{1}{3x-y} = q \Rightarrow \frac{1}{3x-y} = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \mathbf{3x - y = 2}$ **(4)**

(3) ಮತ್ತು (4) ನ್ನು ಕೂಡಿಸಿದಾಗ,

3x + y = 4
3x – y = 2
6x = 6

$\Rightarrow x = 1$

x = 1ಎಂದು ಸಮೀಕರನ (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$3(1) + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 3$

$\Rightarrow y = 1$

ಆದ್ದರಿಂದ ಪರಿಹಾರಗಳು x = 1, y = 1

2. ಕೆಳಗಿನ ಸಮಸ್ಯೆಗಳಿಗೆ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಅವುಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) ರೀತು ಪ್ರವಾಹದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 20 km ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ 2 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ 4 km ಸಂಚರಿಸುವಳು. ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ಅವಳು ಸಂಚರಿಸುವ ಜವ ಮತ್ತು ಹರಿಯುವ ನೀರಿನ ಜವಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ರೀತುವಿನ ಜವ = x km/h ಪ್ರವಾಹದ ಜವ = y km/h ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರವಾಹ ವಿರುದ್ಧ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ರೀತುವಿನ ಜವ = $(x - y)$ km/h

ಪ್ರವಾಹ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿ ರೀತುವಿನ ಜವ = $(x + y)$ km/h

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$2(x + y) = 20$

$\Rightarrow x + y = 10$ (1)

$2(x - y) = 4$

$\Rightarrow x - y = 2$ (2)

ಸಮೀಕರಣ (1) ಮತ್ತು (2) ನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$x + y = 10$
$x - y = \quad 2$
$2x \quad = 12$

$\Rightarrow x = 6$

$x = 6$ ಎಂದು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$6 + y = 10 \Rightarrow y = 10 – 6$

$\Rightarrow y = 4$

ಆದ್ದರಿಂದ ನಿಶ್ಚಲ ನೀರಿನಲ್ಲಿ ರೀತುವಿನ ಜವ = 6 km/h ಮತ್ತು ಪ್ರವಾಹದ ಜವ = 4 km/h.

(ii) ಇಬ್ಬರು ಮಹಿಳೆಯರು, 5 ಪುರುಷರು ಒಟ್ಟಿಗೆ ಒಂದು ಕಸೂತಿ ಕಾರ್ಯವನ್ನು 4 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಮುಗಿಸಬಲ್ಲರು. ಮೂರು ಮಹಿಳೆಯರು ಮತ್ತು 6 ಪುರುಷರು ಇದನ್ನು 3 ದಿನಗಳಲ್ಲಿ ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಬಲ್ಲರು. ಒಬ್ಬ ಮಹಿಳೆ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ? ಹಾಗೂ ಒಬ್ಬ ಪುರುಷ ಮಾತ್ರ ಈ ಕೆಲಸವನ್ನು ಪೂರ್ಣ ಮಾಡಿದರೆ ಎಷ್ಟು ದಿನಗಳು ಬೇಕಾಗುತ್ತವೆ?

ಕಸೂತಿ ಕಾರ್ಯಕ್ಕೆ ಮಹಿಳೆಯರು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ದಿನಗಳು = x ಮತ್ತು ಪುರುಷರು ತೆಗೆದುಕೊಂಡ ದಿನಗಳು = y

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಬ್ಬ ಮಹಿಳೆ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ $= \frac{1}{x}$

ಒಬ್ಬ ಪುರುಷ ಒಂದು ದಿನದಲ್ಲಿ ಮಾಡುವ ಕೆಲಸ $= \frac{1}{y}$

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$; $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{3}$

$\frac{1}{x} = p$; $\frac{1}{y} = q$ ಆಗಿರಲಿ

$2p + 5q = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow 8p + 20q = 1$ (1)

$3p + 6q = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 9p + 18q = 1$ (2)

$(1) \Rightarrow 8p = 1 - 20q$

$\Rightarrow p = \frac{1 - 20q}{8}$

ಸಮೀಕರಣ (2) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$9\left(\frac{1 - 20q}{8}\right) + 18q = 1$

$\Rightarrow \frac{9 - 180q}{8} + 18q = 1$

$\Rightarrow 9 - 180q + 144q = 8$ 8ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$\Rightarrow -36q = -1$

$\Rightarrow q = \frac{1}{36}$

$q = \frac{1}{36}$ ಎಂದು (1) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$8p + 20\left(\frac{1}{36}\right) = 1 \Rightarrow 8p + \frac{20}{36} = 1 \Rightarrow 8p + \frac{5}{9} = 1$

$\Rightarrow 72p + 5 = 9$

$\Rightarrow 72p = 4 \Rightarrow p = \frac{4}{72}$

$\Rightarrow p = \frac{1}{18}$

$\frac{1}{x} = p \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{18}$

$\Rightarrow \mathbf{x = 18}$

$\frac{1}{y} = q \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{36}$

$\Rightarrow y = 36$

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಬ್ಬ ಮಹಿಳೆ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 18 ಒಬ್ಬ ಪುರುಷ ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುವ ದಿನಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 36

(iii) ರೂಹಿಯು 300 km ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ತನ್ನ ಮನೆಯ ಕಡೆಗಿನ ಪ್ರಯಾಣದಲ್ಲಿ ಸ್ವಲ್ಪ ದೂರವನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲಿಯೂ, ಉಳಿದ ದೂರವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲಿಯೂ ಕ್ರಮಿಸುವಳು. 60 km ನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲೂ, ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ಅವಳು 4 ಗಂಟೆಗಳಲ್ಲಿ ತಲುಪುವಳು. 100 km ನ್ನು ರೈಲಿನಲ್ಲೂ, ಉಳಿದ ಭಾಗವನ್ನು ಬಸ್ಸಿನಲ್ಲೂ ಪ್ರಯಾಣಿಸಿದರೆ ಅವಳಿಗೆ ತಲುಪಲು 10 ನಿಮಿಷ ಹೆಚ್ಚು ಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ. ಬಸ್ಸು ಮತ್ತು ರೈಲುಗಳ ಜವಗಳನ್ನು ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ರೈಲಿನ ಜವ = x km/h ಮತ್ತು ಬಸ್ಸಿನ ಜವ y km/h ಆಗಿರಲಿ

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\frac{60}{x} + \frac{240}{y} = 4$ (1)

$\frac{100}{x} + \frac{200}{y} = \frac{25}{6}$ (2)

$\frac{1}{x} = p$ ಮತ್ತು $\frac{1}{y} = q$ ಆಗಿರಲಿ

$60p + 240q = 4$

$\Rightarrow 15p + 60q = 1$ (3)

$100p + 200q = \frac{25}{6}$

$\Rightarrow 600p + 1200q = 25$

$\Rightarrow 24p + 48q = 1$ (4)

(3) $\Rightarrow 15p = 1 - 60q$

$P = \frac{1 - 60q}{15}$

(4) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$24\left(\frac{1 - 60q}{15}\right) + 48q = 1$

$\Rightarrow \frac{24 - 1440q}{15} + 48q = 1$ 15ರಿಂದ ಗುಣಿಸಿದಾಗ,

$24 - 1440q + 720q = 15$

$-720q = -9 \Rightarrow \mathbf{q} = \mathbf{\frac{1}{80}}$

$q = \frac{1}{80}$ ಎಂದು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$15p + 60\left(\frac{1}{80}\right) = 1$

$15p + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow 15p = 1 - \frac{3}{4}$

$\Rightarrow 15p = \frac{1}{4} \Rightarrow \mathbf{p = \frac{1}{60}}$

$\frac{1}{x} = p \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{60} \Rightarrow \mathbf{x = 60}$

$\frac{1}{y} = q \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{80} \Rightarrow y = 80$

ಆದ್ದರಿಂದ ರೈಲಿನ ಜವ = 60 km/h ಮತ್ತು ಬಸ್ಸಿನ ಜವ = 80 km/h.

ಸಾರಾಂಶ

1. ಎರಡು ಸಮಾನ ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ಎರಡು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿ ಎನ್ನುತ್ತೇವೆ. ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯ ಅತ್ಯಂತ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪವು.

   $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

2. ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು,

   (i) ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನದಿಂದ (ii) ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನದಿಂದ, ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು ಮತ್ತು ಬಿಡಿಸಬಹುದು.

3. **ನಕ್ಷಾ ವಿಧಾನ:**

   ಎರಡು ಚರಾಕ್ಷರಗಳಿರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯನ್ನು ನಕ್ಷೆಯ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಎರಡು ಸರಳರೇಖೆಗಳ ಮೂಲಕ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದು.

   (i) ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಿದರೆ, ಆ ಬಿಂದುವು ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳ ಅನನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ನೀಡುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   (ii) ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಐಕ್ಯಗೊಂಡರೆ ಅಲ್ಲಿ ಅಪರಿಮಿತ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಪರಿಹಾರಗಳಿರುತ್ತವೆ – ಸರಳರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಿಂದುವೂ ಒಂದು ಪರಿಹಾರವಾಗುತ್ತದೆ. ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅವಲಂಬಿತವಾಗಿರುತ್ತದೆ (ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ).

   (iii) ರೇಖೆಗಳು ಸಮಾಂತರವಾದರೆ, ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರವಿಲ್ಲ. ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣದಲ್ಲಿ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

4. ಬೀಜಗಣಿತೀಯ ವಿಧಾನಗಳು: ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಗೆ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು, ಕೆಳಗಿನ ವಿಧಾನಗಳನ್ನು ನಾವು ಚರ್ಚಿಸಿದ್ದೇವೆ.

   (i) ಆದೇಶ ವಿಧಾನ

   (ii) ವರ್ಜಿಸುವ ವಿಧಾನ

   (iii) ಓರೆ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಧಾನ

5. $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ಎಂಬ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯೊಂದನ್ನು ನೀಡಿದರೆ, ಕೆಳಗಿನ ಪರಿಸ್ಥಿತಿಗಳು ಉಂಟಾಗಬಹುದು.

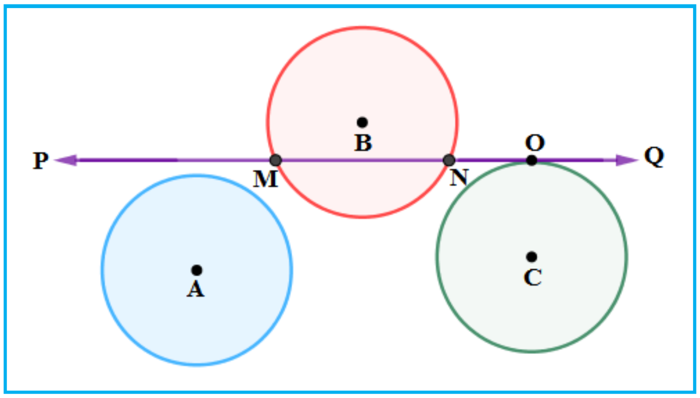
   $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ, ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ, ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

   $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ ಇಂತಹ ಪ್ರಕರಣಗಳಲ್ಲಿ, ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯು ಅವಲಂಬಿತ ಮತ್ತು ಸ್ಥಿರವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

6. ಆರಂಭದಲ್ಲಿ ರೇಖಾತ್ಮಕವಲ್ಲದಿದ್ದರೂ ಕೂಡಾ ಆ ಬಳಿಕ ಎರಡು ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಗಣಿತೀಯವಾಗಿ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಬಹುದಾದ ಅನೇಕ ಸಂದರ್ಭಗಳಿವೆ. ಆಗ ಅವುಗಳನ್ನು ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಜೋಡಿಯಾಗುವಂತೆ ಸಂಕ್ಷೇಪಗೊಳಿಸುತ್ತೇವೆ.

4 ವೃತ್ತಗಳು



ಛೇದಕವಲ್ಲದ ರೇಖೆ: ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತದೊಂದಿಗೆ ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದಿಲ್ಲ. A ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ PQ ಒಂದು ಛೇದಕವಲ್ಲದ ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ.

ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆ: ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತದೊಂದಿಗೆ ಎರಡು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ. B ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ PQ ರೇಖೆಯು ಒಂದು ಛೇದಕವಾಗಿದೆ. ಅದು ವೃತ್ತದೊಂದಿಗೆ M ಮತ್ತು N ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

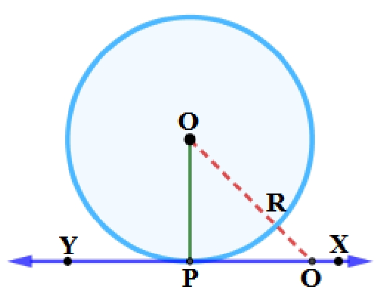
ಸ್ಪರ್ಶಕ ರೇಖೆ: ರೇಖೆಯು ವೃತ್ತದೊಂದಿಗೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.ಅ ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ PQ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ. ಅದು ವೃತ್ತವನ್ನು O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ.

4.2 ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕ

ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವಿರುತ್ತದೆ. ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕ್ಕಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 4.1

ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.



ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಮತ್ತು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ XY ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $OP \perp XY$

ರಚನೆ: P ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ, XY ಮೇಲೆ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದು Q ಆಗಿರಲಿ OQ ಸೇರಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ: Q ಸ್ಪರ್ಶಕ XY ಮೇಲೆ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು P ಯನ್ನು ಹೊರತು ಪಡಿಸಿ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ Q ವೃತ್ತದ ಹೊರಭಾಗದಲ್ಲಿರಬೇಕು.

[∵ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕವು, ವೃತ್ತದೊಂದಿಗೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದು ವನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.]

OQ ವೃತ್ತವನ್ನು R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

$\therefore OP = OR$ [∵ ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು]

ಈಗ, $OQ = OR + RQ$

$\Rightarrow OQ > OR$

$\Rightarrow OQ > OP$ [$\because OP = OR$]

ಆದ್ದರಿಂದ, OP ಯು O ನಿಂದ XY ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆಳೆದ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವಾಗಿದೆ.

$\therefore OP \perp XY$ [∵ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ರೇಖೆಗಿರುವ ಕನಿಷ್ಠ ದೂರವು ಆ ರೇಖೆಗೆಳೆದ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.]

1. ಮೇಲಿನ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ, ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದೆಂದು ತೀರ್ಮಾನಿಸಬಹುದು.
2. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ರೇಖೆಯನ್ನು ಕೆಲವು ಸಲ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನ ವೃತ್ತದ 'ಲಂಬಕ' ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 4.1

1. ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?
2. ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ:

i) ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕವೊಂದು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ___________

ii) ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯೇ ____________

iii) ಒಂದು ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಗರಿಷ್ಟ ಸಂಖ್ಯೆ ____________

iv) ಒಂದು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ವೃತ್ತ ಹೊಂದಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವೇ ____________

3. 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕ PQ. ಇದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ದಿಂದ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. OQ = 12 cm ಆದರೆ PQ ಉದ್ದವು

a) 12 cm b) 13 cm c) 8.5 cm d) 119 cm

4. ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತೊಂದು ರೇಖೆಯು ಛೇದಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

1. **ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?**

   ಉತ್ತರ: **ಅಪರಿಮಿತ**

2. **ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬಿರಿ:**

   i) ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಕವೊಂದು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ____________

ಉತ್ತರ: **ಒಂದು**

ii) **ವೃತ್ತವನ್ನು ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವ ರೇಖೆಯೇ ____________**

ಉತ್ತರ: **ಛೇದಕ**

iii) **ಒಂದು ವೃತ್ತವು ಹೊಂದಿರಬಹುದಾದ ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಗರಿಷ್ಠ ಸಂಖ್ಯೆ ____________**

ಉತ್ತರ: **ಎರಡು**

iv) **ಒಂದು ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತು ಒಂದು ವೃತ್ತ ಹೊಂದಿರುವ ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಿಂದುವೇ ____________**

ಉತ್ತರ: **ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು**

3. 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕ PQ. ಇದು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ದಿಂದ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯನ್ನು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತದೆ. OQ = 12 cm ಆದರೆ PQ ಉದ್ದವು

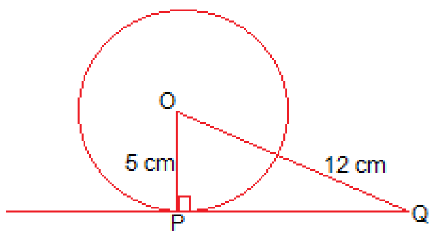
a) 12 cm b) 13 cm c) 8.5 cm d) $\sqrt{119}$ cm

ಉತ್ತರ:

ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ರೇಖೆಯು ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$\Rightarrow OP \perp PQ$

ΔOPQ ನಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,



$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$\Rightarrow (12)^2 = 5^2 + PQ^2$

$\Rightarrow PQ^2 = 144 - 25$

$\Rightarrow PQ^2 = 119$

$\Rightarrow PQ = \sqrt{119}$ cm

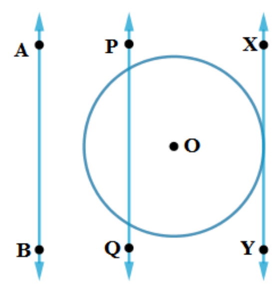
(d) $\sqrt{119}$ cm

4. ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಕೊಟ್ಟಿರುವ ರೇಖೆಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ರೇಖೆಯು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮತ್ತೊಂದು ರೇಖೆಯು ಛೇದಕವಾಗಿರುವಂತೆ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

AB – ಒಂದು ರೇಖೆ

PQ – ಒಂದು ಛೇದಕ

XY – ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ



4.3 ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿಗೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ:

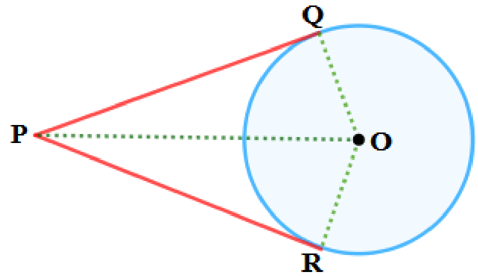
ಪ್ರಕರಣ1: ವೃತ್ತದ ಒಳಗಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ಎಳೆಯಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಪ್ರಕರಣ2: ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದೇ ಒಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಮಾತ್ರ ಎಳೆಯಬಹುದು.

ಪ್ರಕರಣ3: ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ನಿರ್ದಿಷ್ಟವಾಗಿ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಬಹುದು.

ಪ್ರಮೇಯ 4.2 **ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಉದ್ದವು ಸಮನಾಗಿರುತ್ತದೆ.**

ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ P ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು. PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು P ನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.
OP, OQ, OR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.



ಸಾಧನೀಯ: PQ = PR

ಸಾಧನೆ: ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ OQP ಮತ್ತು ORP ಗಳಲ್ಲಿ,

OQ = OR (ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

OP = OP (ಸಾಮಾನ್ಯ ಬಾಹು)

ಆದ್ದರಿಂದ, $\Delta OQP \cong \Delta ORP$ (ಲಂ.ವಿ.ಬಾ)

ಇದರಿಂದ, PQ = PR (ಸ.ತ್ರಿ.ಅ.ಬಾ.)

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ, ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾವು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತವನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸಿದರೆ, ಜ್ಯಾವು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ದ್ವಿಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: ದತ್ತ: \`O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ C_1 ಮತ್ತು C_2 ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳು.

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತ C_1 ದ ಜ್ಯಾ AB ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತ C_2 ವನ್ನು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: AP = BP

ರಚನೆ: OP ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.

AB ಯು C_2 ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು OP ಯು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.

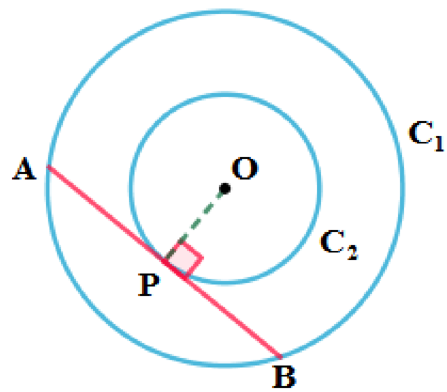


Fig 4.8

ಆದ್ದರಿಂದ $OP \perp AB$ [ಪ್ರಮೇಯ 4.1 ರಿಂದ,]

ಈಗ AB ಯು C_1 ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು $OP \perp AB$ ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಗೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾ ವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ OP ಯು ಜ್ಯಾ AB ಯನ್ನು ದ್ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಅಂದರೆ, AP = BP

ಉದಾಹರಣೆ 2: \`O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು T ಯಿಂದ TP ಮತ್ತು TQ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. $\angle PTQ = 2\angle OPQ$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ. T ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು. TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು P ಮತ್ತು Q ಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

ಸಾಧನೀಯ: $\angle PTQ = 2\angle OPQ$

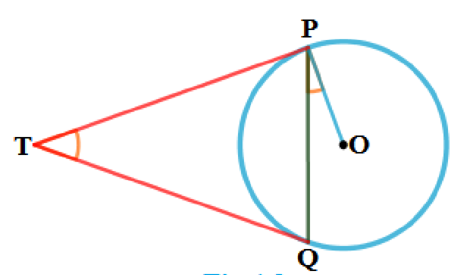


Fig 4.9

$\angle PTQ = \theta$ ಆಗಿರಲಿ. (1)

TP = TQ [$\because$ ಪ್ರಮೇಯ 4.2 ರಿಂದ]

ಆದ್ದರಿಂದ TPQ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

$\angle TPQ = \angle TQP = \frac{1}{2}[180 - \theta]$

$\Rightarrow \angle TPQ = \angle TQP = 90^0 - \frac{1}{2}\theta$ (2)

$\angle OPT = 90^0$ (3)

$\angle OPQ = \angle OPT - \angle TPQ$

$\Rightarrow \angle OPQ = 90^0 - \left(90^0 - \frac{1}{2}\theta\right)$ [$\because$ (2)ಮತ್ತು (3) ರಿಂದ]

$\Rightarrow \angle OPQ = \frac{1}{2}\,\theta$

$\Rightarrow \angle PTQ = 2\angle OPQ$ [$\because$ (1) ರಿಂದ]

ಉದಾಹರಣೆ 3: 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಜ್ಯಾ PQ ಉದ್ದವು 8 cm ಆಗಿದೆ. P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿನ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು T ಬಿಂದುವನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತವೆ. (ಚಿತ್ರ 4.10 ನೋಡಿ). TP ಯ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

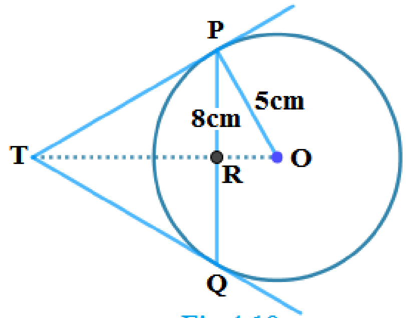


Fig 4.10

ಪರಿಹಾರ: OT ಸೇರಿಸಿ. ಅದು PQ ರೇಖೆಯನ್ನು ಬಿಂದು R ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ. Δ TPQ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು TO ರೇಖೆಯು $\angle PTQ$ ದ ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಯಾಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $OT \perp PQ$ ಮತ್ತು ಆದ್ದರಿಂದ OT ರೇಖೆಯು PQ ಅನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

ಇದರಿಂದ, PR = RQ = 4 cm.

$\therefore RO = \sqrt{5^2 - 4^2}$

$\Rightarrow RO = \sqrt{25 - 16}$

$\Rightarrow RO = \sqrt{9}$

$\Rightarrow RO = 3cm$

$\angle OPR + \angle TPR = 90^0$ (1) [$\because \Delta PRO$ ನಲ್ಲಿ $\angle PRO = 90^0$]

$\angle PTR + \angle TPR = 90^0$ (2) [$\because \Delta PTR$ ನಲ್ಲಿ $\angle PRT = 90^0$]

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ,

$\angle OPR = \angle PTR$ (3)

$\therefore$ ΔPRO ಮತ್ತು ΔPTR ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮರೂಪಿಗಳಾಗಿವೆ [ಕೋ–ಕೋ ನಿರ್ಧಾರಕ ಗುಣ]

$\Rightarrow \frac{PT}{OP} = \frac{PR}{OR} \Rightarrow \frac{PT}{5} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow PT = \frac{4x5}{3} = \frac{20}{3}$

ಅಭ್ಯಾಸ 4.2

ಪ್ರಶ್ನೆ 1 ರಿಂದ 3 ರವರೆಗೆ ಸರಿಯಾದ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಆರಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

1. ಒಂದು ಬಿಂದು Q ದಿಂದ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 24 cm ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದು ನಡುವಿನ ದೂರ 25 cm ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು

   A) 7 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 24.5 cm

2. ಚಿತ್ರ 4.11 ರಲ್ಲಿ, $\angle POQ$ ಆಗಿರುವಂತೆ, O ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle PTQ$ ದ ಅಳತೆಯು

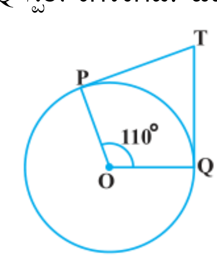


Fig 4.11

   A) 60 B) 70 C) 80 D) 90

3. `O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾದ PA ಮತ್ತು PB ಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80^0 ಆದರೆ $\angle POA$ ದ ಅಳತೆಯು

   A) 50^0 B) 60^0 C) 70^0 D) 80^0

4. ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

5. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
6. ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 5 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 4 cm ಇದೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7. ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 5 cm ಮತ್ತು 3 cm ಆಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
8. ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 4.12 ನೋಡಿ). $AB + CD = AD + BC$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

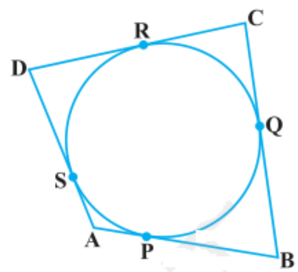


Fig 4.12

9. ಚಿತ್ರ 4.13 ರಲ್ಲಿ, `O' ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ XY ಮತ್ತು X^1Y^1 ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು C ನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ AB ಯು XY ಅನ್ನು A ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು X^1Y^1 ಅನ್ನು B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle AOB = 90^0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

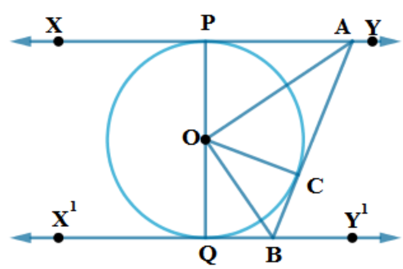


Fig 4.13

10. ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ಹಾಗೂ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
12. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು D ಯು BC ಬಾಹುವನ್ನು BD ಮತ್ತು DC ಯ ಉದ್ದ ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವು ΔABC ದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತಗೊಳಿಸಲು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. [ಚಿತ್ರ 4.14 ನೋಡಿ]. AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

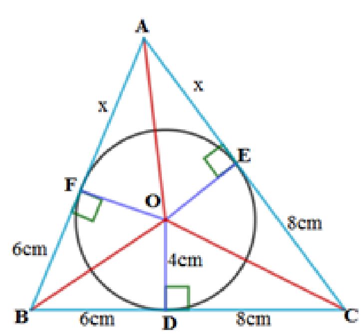


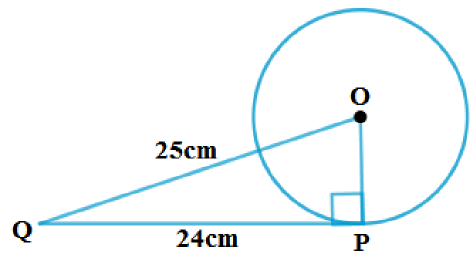
Fig 4.14

13. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ, ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಪ್ರಶ್ನೆ 1 ರಿಂದ 3 ರವರೆಗೆ ಸರಿಯಾದ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಆರಿಸಿ ಮತ್ತು ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿರಿ.

1. **ಒಂದು ಬಿಂದು Q ದಿಂದ, ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 24 cm ಮತ್ತು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ ಹಾಗೂ Q ಬಿಂದು ನಡುವಿನ ದೂರ 25 cm ಆದರೆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು**



$\therefore OP \perp PQ$

ಮತ್ತು ΔOPQ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ.

$OQ = 25$ cm ಮತ್ತು $PQ = 24$ cm

ΔOPQ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ,

$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$

$\Rightarrow (25)^2 = OP^2 + (24)^2$

$\Rightarrow OP^2 = 625 - 576$

$\Rightarrow OP^2 = 49$

$\Rightarrow OP = 7$ cm

ಉತ್ತರ: (A) 7 cm.

A) 7 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 24.5 cm

2. **ಚಿತ್ರ 4.11 ರಲ್ಲಿ, $\angle POQ$ ಆಗಿರುವಂತೆ, O ಕೇಂದ್ರವುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle PTQ$ ದ ಅಳತೆಯು**

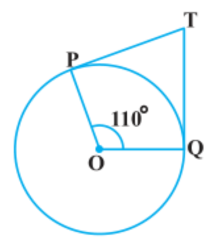


Fig 4.11

OP ಮತ್ತು OQ ಗಳು TP ಮತ್ತು TQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$\therefore OP \perp TP$ ಮತ್ತು, $OQ \perp TQ$

$\angle OPT = \angle OQT = 90°$

ಚತುರ್ಭುಜ POQTಯಲ್ಲಿ,

$\angle PTQ + \angle OPT + \angle POQ + \angle OQT = 360°$

$\Rightarrow \angle PTQ + 90° + 110° + 90° = 360°$

$\Rightarrow \angle PTQ = 70°$

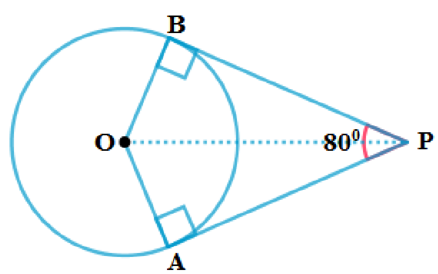
$\Rightarrow$ಉತ್ತರ (B) 70°.

A) 60 B) 70 C) 80 D) 90

3. **`O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾದ PA ಮತ್ತು PB ಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 80^0 ಆದರೆ $\angle POA$ ದ ಅಳತೆಯು**

OA ಮತ್ತು OB ಗಳು BP ಮತ್ತು BQ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು.

$\therefore OA \perp PA$ ಮತ್ತು $OB \perp PB$



$\angle OBP = \angle OAP = 90°$

ಚತುರ್ಭುಜಗಳ AOBPಯಲ್ಲಿ,

$\angle AOB + \angle OBP + \angle OAP + \angle APB = 360°$

$\Rightarrow \angle AOB + 90° + 90° + 80° = 360°$

$\Rightarrow \angle AOB = 100°$

ಈಗ, ΔOPB ಮತ್ತು ΔOPAಗಳಲ್ಲಿ,

$AP = BP$ ($\because$ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

$OA = OB$ ($\because$ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

$OP = OP$ ($\because$ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

$\therefore \Delta OPB \cong \Delta OPA$ ($\because$ಬಾ.ಬಾ.ಬಾ.ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ)

$\Rightarrow \angle POB = \angle POA$

$\angle AOB = \angle POB + \angle POA$

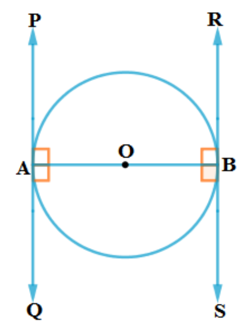
$\Rightarrow 2\angle POA = \angle AOB$

$\Rightarrow \angle POA = 50°$

$\Rightarrow$ ಉತ್ತರ **(A) 50°**

A) 50^0 B) 60^0 C) 70^0 D) 80^0

4. ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸದ ಅಂತ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಸಮಾಂತರವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



AB ವ್ಯಾಸ. PQ ಮತ್ತು RS ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ A ಮತ್ತು B ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು.

OA ಮತ್ತು OB ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$\therefore OA \perp RS$ ಮತ್ತು $OB \perp PQ$

$\angle OAR = \angle OAS = \angle OBP = \angle OBQ = 90°$

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ,

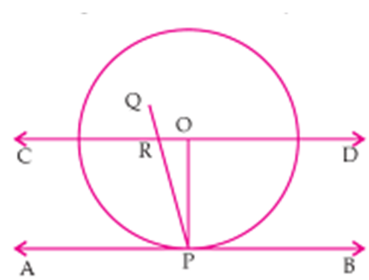
$\angle OBR = \angle OAQ$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\angle OBS = \angle OAP$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು)

$\Rightarrow PQ \parallel RS$

5. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

AB ಯು O ಕೇಂದ್ರವಾಗುಳ್ಳ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕ.



ಸಾಧನೀಯ: P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಲಂಬವು O ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ.

P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಲಂಬ ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ O ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗದೇ ಇದ್ದಲ್ಲಿ, ಇನ್ನೊಂದು ಬಿಂದು Q ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗಲಿ.

QP ಮತ್ತು OP ಸೇರಿಸಿ.

OP ಯು AB ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದು P ಯಿಂದ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯ.

ಆದ್ದರಿಂದ $OP \perp AB \Rightarrow \angle OPA = 90^0$

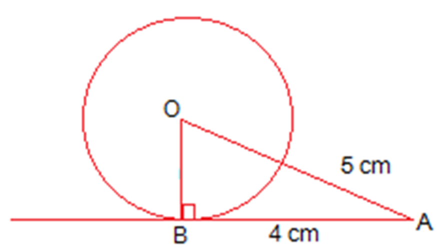
ಆದರೆ $\angle RPA = 90°$ ($PQ \perp AB$)

$\Rightarrow$ ಇದು Pಬಿಂದು Q ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಐಕ್ಯವಾದರೆ ಮಾತ್ರ ಸಾಧ್ಯ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಲಂಬವು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುತ್ತದೆ

6. ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 5 cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವ A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು 4 cm ಇದೆ. ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

AB ಯು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.



$\therefore OB \perp AB$

$OA = 5cm$ and $AB = 4$ cm (ದತ್ತ)

ΔABO ನಲ್ಲಿ,

$OA^2 = AB^2 + BO^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow 5^2 = 4^2 + BO^2$

$\Rightarrow BO^2 = 25 - 16$

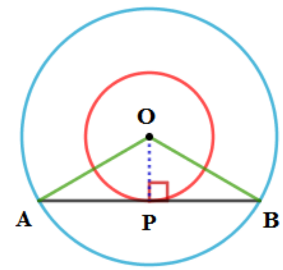
$\Rightarrow BO^2 = 9$

$\Rightarrow BO = 3$

$\therefore$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ 3 cm.

7. ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರಿಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು 5 cm ಮತ್ತು 3 cm ಆಗಿವೆ. ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 5ಸೆಂ.ಮೀ ಮತ್ತು 3ಸೆಂ.ಮೀ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳುಳ್ಳ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ.



AB ಯು 5ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಜ್ಯಾ 3ಸೆಂ.ಮೀ.ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತವನ್ನು P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ.

∴ AB ಯು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ P ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

$\Rightarrow OP \perp AB$

ಆದ್ದರಿಂದ $AP = PB$ [ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಜ್ಯಾಕ್ಕೆಳೆದ ಲಂಬವು ಜ್ಯಾವನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ]

$OA^2 = AP^2 + OP^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow 5^2 = AP^2 + 3^2$

$\Rightarrow AP^2 = 25 - 9$

$\Rightarrow AP = 4,$

$AB = 2AP = 2 \times 4 = 8$ cm

∴ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವು 8 cm.

8. **ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 4.12 ನೋಡಿ). AB + CD = AD + BC ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**

ಚಿತ್ರದಿಂದ,

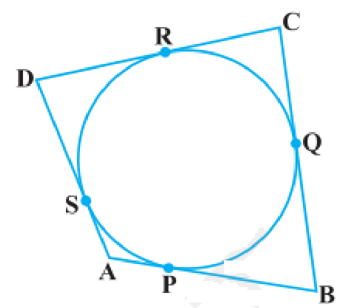


Fig 4.12

DR = DS (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು D ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು) (1)

AP = AS (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು A ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು) (2)

BP = BQ (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು B ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು) (3)

CR = CQ (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು C ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು) (4)

(1) + (2) + (3) + (4)

DR + AP + BP + CR = DS + AS + BQ + CQ

⇒ (BP + AP) + (DR + CR) = (DS + AS) + (CQ + BQ)

⇒AB + CD = AD + BC

9. **ಚಿತ್ರ 4.13 ರಲ್ಲಿ, `O' ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ XY ಮತ್ತು X^1Y^1 ಸಮಾಂತರ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ ಮತ್ತು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು C ನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ಮತ್ತೊಂದು ಸ್ಪರ್ಶಕ AB ಯು XY ಅನ್ನು A ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಮತ್ತು X^1Y^1 ಅನ್ನು B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $\angle AOB = 90^0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.**

AB ಸ್ಪರ್ಶಕವು ವೃತ್ತವನ್ನು C ನಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸಲಿ. OC ಸೇರಿಸಿದೆ.

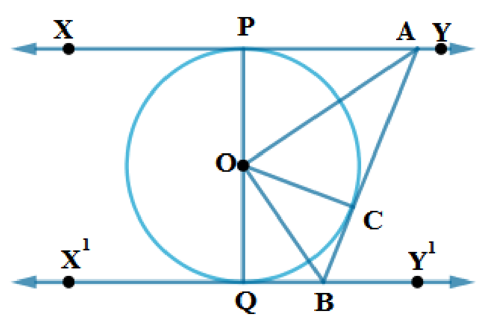


Fig 4.13

ΔOPA ಮತ್ತು ΔOCA ಗಳಲ್ಲಿ,

OP = OC (∵ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು)

AP = AC (∵A ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

AO = AO (∵ಉಭಯ ಸಾಮಾನ್ಯ)

∴ ΔOPA ≅ ΔOCA (SSS ಸ್ವಯಂ ಸಿದ್ಧ)

$\Rightarrow \angle POA = \angle COA$ (1)

ಇದೇ ರೀತಿ,

ΔOQB ≅ ΔOCB

$\angle QOB = \angle COB$ (2)

POQ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ. ∴ $\angle POQ = 180^0$

$\Rightarrow \angle POA + \angle COA + \angle COB + \angle QOB = 180^\circ$

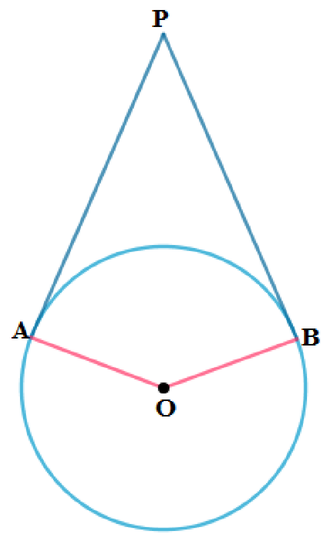
(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ

$2\angle COA + 2\angle COB = 180^\circ$

$\Rightarrow \angle COA + \angle COB = 90^\circ$

$\Rightarrow \angle AOB = 90^\circ$

10. ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ ಹಾಗೂ ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: O ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ.. P ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು. PA ಮತ್ತು PB ಗಳು P ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು. OAಮತ್ತು OB ಸೇರಿಸಿದೆ

ಸಾಧನೀಯ: $\angle APB + \angle BOA = 180^\circ$

ಸಾಧನೆ: $OA \perp PA$

[ಸ್ಪರ್ಶಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಸ್ಪರ್ಶಕಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ]

$\therefore \angle OAP = 90^\circ$

ಇದೇ ರೀತಿ, $OB \perp PB$ $\therefore \angle OBP = 90^\circ$

ಚತುರ್ಭುಜ OAPBಯಲ್ಲಿ,

$\angle OAP + \angle APB + \angle PBO + \angle BOA = 360^\circ$

[ಚತುರ್ಭುಜದ ಒಳಕೋನಗಳ ಮೊತ್ತ 360^0]

$\Rightarrow 90^\circ + \angle APB + 90^\circ + \angle BOA = 360^\circ$

$\Rightarrow \angle APB + \angle BOA = 180^\circ$

$\therefore$ ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕ

ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರಕ್ಕೆ ಸೇರಿಸುವಂತೆ ಎಳೆದ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

11. ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ದತ್ತ: ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ. O ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತವು ABCD ಯಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ.

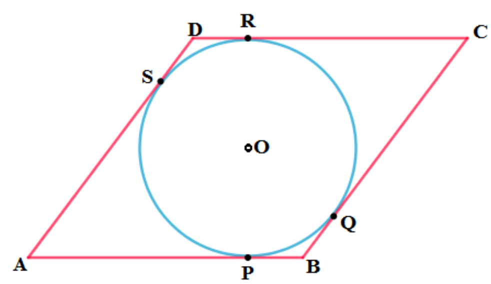
ಸಾಧನೀಯ: $AB = BC = CD = DA$

ಸಾಧನೆ: ABCD ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜ.

$\therefore AB = CD$ (1)

$\therefore BC = AD$ (2)

ಚಿತ್ರದಿಂದ,



$DR = DS$ (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು D ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

$AP = AS$ (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು A ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

$BP = BQ$ (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು B ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

$CR = CQ$ (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು C ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

ಇವುಗಳನ್ನು ಕೂಡಿದಾಗ,

$DR + CR + BP + AP = DS + CQ + BQ + AS$

$\Rightarrow (BP + AP) + (DR + CR) = (DS + AS) + (CQ + BQ)$

$\Rightarrow AB + CD = AD + BC$ (3)

(1) ಮತ್ತು (2)ನ್ನು (3) ರಲ್ಲಿ ಆದೇಶಿಸಿದಾಗ,

$2AB = 2BC$

$\Rightarrow AB = BC$ (4)

ಸಮೀಕರಣ (1), (2) ಮತ್ತು (4) ರಿಂದ,

$AB = BC = CD = DA$

$\therefore$ ABCD ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿ.

12. ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದು D ಯು BC ಬಾಹುವನ್ನು BD ಮತ್ತು DC ಯ ಉದ್ದ ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 6 cm ಇರುವಂತೆ 4 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವು ΔABC ದಲ್ಲಿ ಆವೃತ್ತಗೊಳಿಸಲು ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಲಾಗಿದೆ. [ಚಿತ್ರ 4.14 ನೋಡಿ]. AB ಮತ್ತು AC ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ,

CF = CD = 6cm (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು C ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

BE = BD = 8cm (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು B ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

AE = AF = x (ಬಾಹ್ಯಬಿಂದು A ಯಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು)

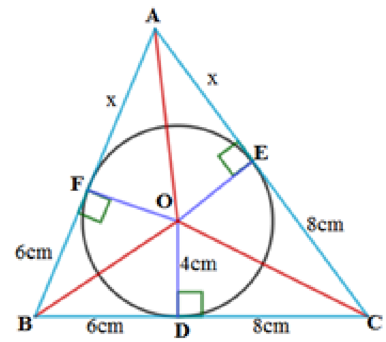


Fig 4.14

$\Rightarrow a = AB = AE + EB = x + 8$

$b = BC = BD + DC = 8 + 6 = 14$

$c = CA = CF + FA = 6 + x$

$S = \frac{AB+BC+CA}{2} = \frac{x+8+14+6+x}{2} = \frac{2x+28}{2}$

$\Rightarrow$ **S = 14 + x**

ΔABCವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$= \sqrt{14+x\,[14+x-(x+8)](14+x-14)[14+x-(6+x)]}$

$= \sqrt{(14+x)\,[14+x-x-8](14+x-14)[14+x-6-x]}$

$= \sqrt{(14+x)\,(6)(x)(8)}$

$= \sqrt{(14+x)\,48x}\ \ cm^2$ (1)

ಹಾಗೆಯೇ, ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ΔOCBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ+ ΔOBAಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ+ ΔOACಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{1}{2}xBCxOD + \frac{1}{2}xABxOE + \frac{1}{2}xACxOF$

$= \frac{1}{2}x14x4 + \frac{1}{2}x(8+x)4 + \frac{1}{2}x(6+x)4$

$= 28 + 16 + 2x + 12 + 2x$

$= (56 + 4x)cm^2$ (2)

(1) ಮತ್ತು (2) ರಿಂದ,

$\sqrt{(14+x)\,48x} = 56 + 4x$

$48x\,(14 + x) = (56 + 4x)^2$ [ಎರಡು ಬದಿ ವರ್ಗ ಮಾಡಿದಾಗ]

$\Rightarrow 48x = \frac{[4(14+x)]^2}{14+x}$

$\Rightarrow 48x = 16\,(14 + x)$

$\Rightarrow 48x = 224 + 16x$

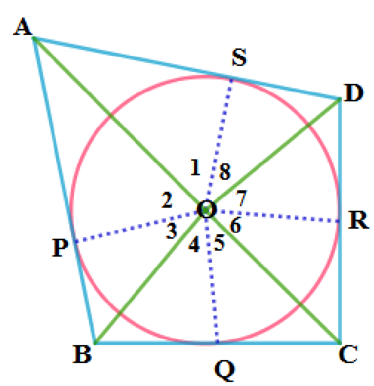
$\Rightarrow 32x = 224$

$\Rightarrow x = 7$ cm

ಆದ್ದರಿಂದ, AB = x + 8 = 7 + 8 = 15 cm

CA = 6 + x = 6 + 7 = 13 cm

13. ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ, ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.



ದತ್ತ: ABCD ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾದ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ O.

ವೃತ್ತವು ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು P,Q,R ಮತ್ತು S ಗಳಲ್ಲಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಾಧನೀಯ: $\angle AOB + \angle COD = 180^0$

ಮತ್ತು $\angle AOD + \angle BOC = 180^0$

ರಚನೆ: OP, OQ, OR ಮತ್ತು OS ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದೆ.

ಸಾಧನೆ: ಬಾಹ್ಯಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆಳೆದ ರೇಖೆಗಳು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಸಮವಾದ ಕೋನಗಳನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

$\Rightarrow \angle 1 = \angle 2; \angle 3 = \angle 4; \angle 5 = \angle 6; \angle 7 = \angle 8$

ಆದರೆ,

$\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 + \angle 7 + \angle 8 = 360^o$

$(\angle 1 + \angle 2) + (\angle 3 + \angle 4) + (\angle 5 + \angle 6) + (\angle 7 + \angle 8) = 360^o$

$\Rightarrow 2(\angle 2 + \angle 3) + 2(\angle 6 + \angle 7) = 360^o$

$\Rightarrow (\angle 2 + \angle 3) + 2(\angle 6 + \angle 7) = 180^o$

$\Rightarrow \angle AOB + \angle COD = 180^0$

ಇದೇ ರೀತಿ $\angle AOD + \angle BOC = 180^0$

ಆದ್ದರಿಂದ ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದಲ್ಲಿ ವೃತ್ತವು ಅಂತಸ್ಥವಾದಾಗ, ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಕೋನಗಳು ಪರಿಪೂರಕಗಳಾಗಿರುತ್ತದೆ.

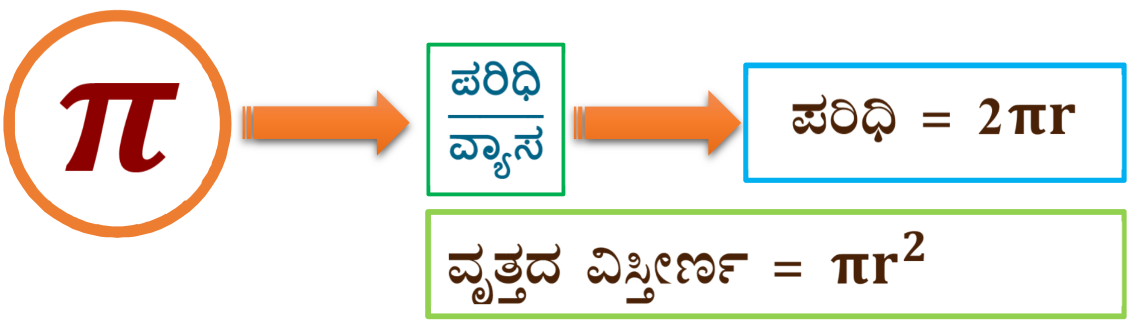
ಸಾರಾಂಶ:

1. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕದ ಅರ್ಥ.
2. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸ್ಪರ್ಶಕವು ಸ್ಪರ್ಶ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಎಳೆದ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಲಂಬವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
3. ಒಂದು ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎಳೆದ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳು ಸಮವಾಗಿರುತ್ತವೆ.

5 ವೃತ್ತಗಳಿಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಒಂದು ಪುನರಾವಲೋಕನ.

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಲೂ ಒಂದು ಸುತ್ತು ಹಾಕಲು ಚಲಿಸಿದ ದೂರವನ್ನು ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಅಥವಾ ಪರಿಧಿ ಎನ್ನುವರು. ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯು ಅದರ ವ್ಯಾಸದೊಂದಿಗೆ ಸ್ಥಿರವಾದ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಸ್ಥಿರಾಂಕವನ್ನು ಗ್ರೀಕ್ ಅಕ್ಷರ π ನಿಂದ (ಫೈ ಎಂದು ಓದಿ) ಸೂಚಿಸುತ್ತಾರೆ.



ಉದಾಹರಣೆ 1: ಒಂದು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ಸುತ್ತಲೂ ಬೇಲಿ ಹಾಕಲು ಪ್ರತಿ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 24 ರಂತೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ ರೂ 5280. ಹೊಲವನ್ನು ಉಳಲು ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 0.50 ರಂತೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ($\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ).

ಪರಿಹಾರ: ಬೇಲಿಯ ಉದ್ದ (ಮೀಟರ್‌ದಲ್ಲಿ) = $\frac{\text{ಒಟ್ಟು ವೆಚ್ಚ}}{\text{ದರ}} = \frac{5280}{24} = 220$ ಮೀ.

ಆದ್ದರಿಂದ, ಹೊಲದ ಪರಿಧಿ = 220 m.

ಆದ್ದರಿಂದ, `r' ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೊಲದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾದರೆ

$2\pi r = 220$

ಅಥವಾ $2 \times \frac{22}{7} \times r = 220$

$\Rightarrow r = \frac{220 \times 7}{2 \times 22} = 35m$

ಆದ್ದರಿಂದ, ಹೊಲದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \times 35^2 = (22 \times 5 \times 35)m^2$

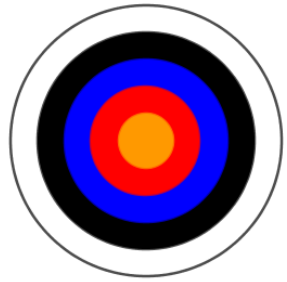
ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ 0.50 ರಂತೆ ತಗಲುವ ವೆಚ್ಚ = $(22 \times 5 \times 35) \times 0.5 =$ ರೂ 1925

ಅಭ್ಯಾಸ 5.1

π ಬೆಲೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ತನಕ, $\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ.

1. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 19 cm ಮತ್ತು 9 cm ಇದೆ. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 6 cm ಆಗಿವೆ. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಬಂಗಾರ, ಕೆಂಪು, ನೀಲಿ, ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಎಂಬ ಐದು ಅಂಕ ಗಳಿಕೆಯ ವಲಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬಾಣದ ಗುರಿಫಲಕವನ್ನು ಚಿತ್ರ 5.3 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬಂಗಾರ ವಲಯದ ವ್ಯಾಸವು 21 cm ಆಗಿದ್ದು ನಂತರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಲಯಗಳು 10.5 cm ಅಗಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.ಈ ಐದು ಅಂಕಗಳಿಕೆಯ ವಲಯಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



4. ಕಾರಿನ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸ 80 cm ಇದೆ. ಕಾರು ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 60 km ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವಾಗ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರವು 10 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಂಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಸುತ್ತುತ್ತದೆ?

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಗುರುತು ಹಾಕಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ: ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಾಂಖ್ಯಿಕವಾಗಿ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು

A) 2 ಮಾನಗಳು B) π ಮಾನಗಳು C) 4 ಮಾನಗಳು D) 7 ಮಾನಗಳು

ಪರಿಹಾರ:

[π ಬೆಲೆಯನ್ನು ನೀಡುವ ತನಕ, $\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ.]

1. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 19 cm ಮತ್ತು 9 cm ಇದೆ. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವೃತ್ತ ಪರಿಧಿಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = R ಆಗಿರಲಿ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ಪರಿಧಿ $C = 2\pi R$

19 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $= 2\pi \times 19 = 38\pi$ cm

9 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $= 2\pi \times 9 = 18\pi$ cm

ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಪರಿಧಿಗಳ ಮೊತ್ತ $= 38\pi + 18\pi = 56\pi$ cm

$\Rightarrow 2\pi R = 56\pi$ cm [ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow 2R = 56$ cm

$\Rightarrow R = 28$ cm

2. ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 8 cm ಮತ್ತು 6 cm ಆಗಿವೆ. ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ಮೊತ್ತಕ್ಕೆ ಸಮನಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಪೇಕ್ಷಿತ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = R.

ಆದ್ದರಿಂದ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $R = \pi R^2$

8 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi \times 8^2 = 64\pi\ cm^2$

6 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi \times 6^2 = 36\pi\ cm^2$

ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಮೊತ್ತ $= 64\pi\ cm^2 + 36\pi\ cm^2 = 100\pi\ cm^2$

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

$\pi R^2 = 100\pi\ cm^2$

$\Rightarrow R^2 = 100 cm^2$

$\Rightarrow R^2 = 100\ cm^2$

$\Rightarrow R = 10$ cm

3. ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಬಂಗಾರ, ಕೆಂಪು, ನೀಲಿ, ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು ಬಿಳಿ ಎಂಬ ಐದು ಅಂಕ ಗಳಿಕೆಯ ವಲಯಗಳನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರುವ ಬಾಣದ ಗುರಿಫಲಕವನ್ನು ಚಿತ್ರ 5.3 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಲಾಗಿದೆ. ಬಂಗಾರ ವಲಯದ ವ್ಯಾಸವು 21

cm ಆಗಿದ್ದು ನಂತರದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವಲಯಗಳು 10.5 cm ಅಗಲಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿವೆ.ಈ ಐದು ಅಂಕಗಳಿಕೆಯ ವಲಯಗಳ ಪ್ರತಿಯೊಂದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಂಗಾರ ಬಣ್ಣದ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ = 21 cm				
1ನೇ ವೃತ್ತ	2ನೇ ವೃತ್ತ	3ನೇ ವೃತ್ತ	4ನೇ ವೃತ್ತ	5ನೇ ವೃತ್ತ
$\mathbf{r_1 = 10.5}$ **cm**	$r_2 = 21$ cm	$r_3 = 31.5$	$r_4 = 42$	$r_5 = 52.5$
$\mathbf{A_1 = \pi r_1^2}$	$A_2 = \pi r_2^2$	$A_3 = \pi r_3^2$	$A_4 = \pi r_4^2$	$A_5 = \pi r_5^2$
$\mathbf{\pi (10.5)^2}$	$\pi(21)^2$	$\pi(31.5)^2$	$\pi(42)^2$	$\pi(52.5)^2$
346.5 cm^2	1386 cm^2	3118.5 cm^2	5544 cm^2	8662.5 cm^2

ಬಂಗಾರ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r_1^2 = \pi (10.5)^2 = 346.5$ cm^2

ಕೆಂಪು ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = [2ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – 1ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]

$= 1386 - 346.5$ cm^2 $= 1039.5$ cm^2

ನೀಲಿ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = [3ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ– 2ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]

$= 3118.5 - 1386$ cm^2 $= 1732.5$ cm^2

ಕಪ್ಪು ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = [4ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ– 3ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]

$= 5544 - 3118.5$ cm^2 $= 2425.5$ cm^2

ಬಿಳಿ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = [5ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ– 4ನೇ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]

$= 8662.5 - 5544$ cm^2 $= 3118.5$ cm^2

4. ಕಾರಿನ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸ 80 cm ಇದೆ. ಕಾರು ಪ್ರತಿ ಗಂಟೆಗೆ 60 km ಜವದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುವಾಗ ಪ್ರತಿ ಚಕ್ರವು 10 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಎಷ್ಟು ಸಂಪೂರ್ಣ ಸುತ್ತುಗಳನ್ನು ಸುತ್ತುತ್ತದೆ?

ಕಾರಿನ ಚಕ್ರದ ವ್ಯಾಸ = 80 cm

ಚಕ್ರದ ಪರಿಧಿ $C = 2\pi r = 2r \times \pi = 80\,\pi$ cm

10 ನಿಮಿಷಗಳಲ್ಲಿ ಕಾರು ಚಲಿಸಿದ ದೂರ $= (66 \times 1000 \times 100 \times 10)/60 = 110000$ cm

ಚಕ್ರ ಸುತ್ತಿದ ಸುತ್ತುಗಳು $= \dfrac{\text{ಚಲಿಸಿದ ದೂರ}}{C} = \dfrac{110000}{80\,\pi} = \dfrac{110000 \times 7}{80 \times 22} = 4375$

5. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಉತ್ತರಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಗುರುತು ಹಾಕಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಆಯ್ಕೆಯನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ: ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಸಾಂಖ್ಯಿಕವಾಗಿ ಸಮನಾಗಿದ್ದರೆ ಆ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು

A) 2 ಮಾನಗಳು B) π ಮಾನಗಳು C) 4 ಮಾನಗಳು D) 7 ಮಾನಗಳು

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = r

∴ ಸುತ್ತಳತೆ = ಪರಿಧಿ $= 2\pi r$

∴ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2$

ಪ್ರಶ್ನೆ ಪ್ರಕಾರ,

ಸುತ್ತಳತೆ = ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

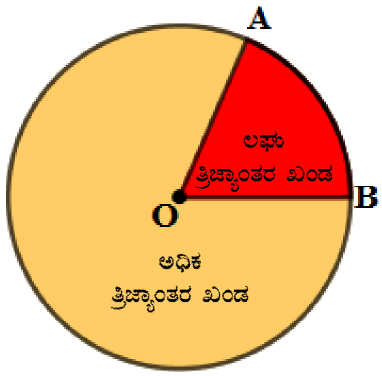
$2\pi r = \pi r^2$

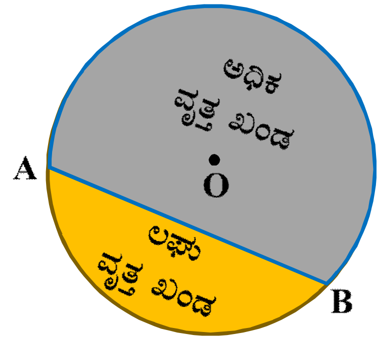
$\Rightarrow 2 = r$

ಆದ್ದರಿಂದ **A) 2 ಮಾನಗಳು**

5.3 ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಮತ್ತು ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳು:

ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಎರಡು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಭಾಗವನ್ನು 'ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ' ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತೇವೆ ಮತ್ತು ಒಂದು ಜ್ಯಾ ಹಾಗೂ ಅದರ ಅನುರೂಪ ಕಂಸದಿಂದ ಆವೃತ್ತವಾದ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಭಾಗವನ್ನು 'ವೃತ್ತಖಂಡ' ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ.





ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಲೆಕ್ಕಿಸಲು ಕೆಲವು ಸಂಬಂಧ (ಸೂತ್ರ):

ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯ r ಇರುವ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡವು OAPB ಆಗಿರಲಿ (ಚಿತ್ರ 5.6 ನೋಡಿ).
$\angle AOB$ ಯ ಅಳತೆಯು θ ಡಿಗ್ರಿಯಾಗಿರಲಿ.

ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು 360^0 ಆದಾಗ

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2

ಆದ್ದರಿಂದ, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು 1 ಡಿಗ್ರಿ ಆದಾಗ

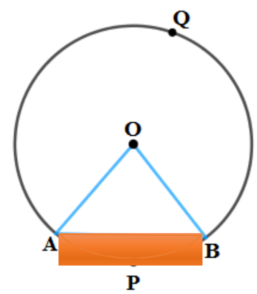
ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\pi r^2}{360}$

ಆದ್ದರಿಂದ, ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಉಂಟಾದ ಕೋನವು θ ಆದಾಗ

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\pi r^2}{360} \text{ x } \theta \Rightarrow \frac{\theta}{360} \text{ x } \pi r^2$

θ ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360} \text{ x } \pi r^2$

θ ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದ = $\frac{\theta}{360} \text{ x } 2\pi r$



APB ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ → **OAPB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ΔOAB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**

OAQB ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ → **πr^2 - OAPB ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**

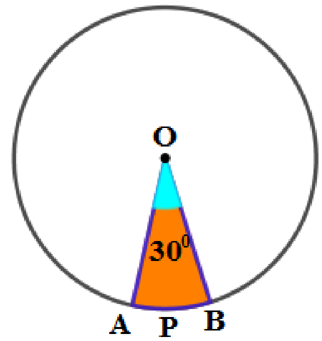
AQB ಅಧಿಕ ವೃತ್ತ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ → **πr^2 - APB ಲಘು ವೃತ್ತ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**

ಉದಾಹರಣೆ 2: ತ್ರಿಜ್ಯ 4 cm ಮತ್ತು ಕೋನವು 30^0 ಇರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಹಾಗೆಯೇ ಅನುರೂಪವಾದ ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

ಪರಿಹಾರ: OAPB ಯು ದತ್ತ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡವಾಗಿದೆ.

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360} \text{ x } \pi r^2$

$\Rightarrow \frac{30}{360} \text{ x } 3.14 \text{ x } 4 \text{ x } 4 = \frac{12.56}{3} \approx 4.19 \text{ cm}^2$



ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= πr^2 - OAPB ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= (3.14 x 16 - 4.19) cm^2

$\approx$ 46.1 cm^2

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{360-\theta}{360}$ x πr^2

= $\frac{360-30}{360}$ x 3.14 x 4 x 4

= 46.05 $\approx$ 46.1 cm^2

ಉದಾಹರಣೆ 3: ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 21 cm ಮತ್ತು $\angle$AOB = 120^0 ಆದರೆ ಚಿತ್ರ 5.9 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದ AYB ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π= $\frac{22}{7}$ ಎಂದು ಬಳಸಿ)

ಪರಿಹಾರ:

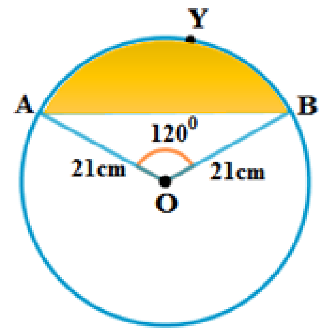


Fig 5.9

ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= OAYB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ΔOAB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ (1)

ಈಗ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\theta}{360}$ x πr^2

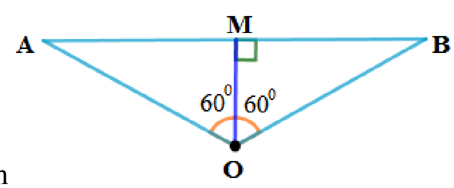
= $\frac{120}{360}$ x $\frac{22}{7}$ x 21 x 21

= 462cm^2 (2)

ΔOAB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು

ಚಿತ್ರ 5.10 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿದಂತೆ OM$\perp$AB ಎಳೆಯಿರಿ.

OA = OB



ಆದ್ದರಿಂದ, ಲಂ.ವಿ.ಬಾ. ಸರ್ವಸಮತೆ ಪ್ರಕಾರ $\Delta AMO \cong \Delta BMO$

$\therefore$AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು M ಮತ್ತು $\angle$AOM = $\angle$BOM = 60^0

$\angle$OAM ನಲ್ಲಿ, $\frac{OM}{OA}$ = $Cos60^0 \Rightarrow \frac{OM}{21} = \frac{1}{2} \Rightarrow OM = \frac{21}{2}$ cm

$\angle$OAM ನಲ್ಲಿ, $\frac{AM}{OA}$ = $Sin60^0 \Rightarrow \frac{AM}{21} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AM = \frac{21\sqrt{3}}{2}$ cm

$\Rightarrow AB = 2AM \Rightarrow 21\sqrt{3}$cm

$\therefore$ ΔOAB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ x AB x OM

= $\frac{1}{2}$ x $21\sqrt{3}$ x $\frac{21}{2} = \frac{441\sqrt{3}}{4}cm^2$ (3)

ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 462 - $\frac{441\sqrt{3}}{4}$ = $\frac{462x4-441\sqrt{3}}{4}$ = $\frac{21}{4}(88 - 21\sqrt{3})cm^2$

ಅಭ್ಯಾಸ 5.2

[π ಗೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಡದೆ ಇದ್ದಲ್ಲಿ, π = $\frac{22}{7}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ]

1. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6 cm, ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು 60^0 ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. ಪರಿಧಿಯು 22 cm ಇರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
3. ಒಂದು ಗಡಿಯಾರದಲ್ಲಿ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳಿನ ಉದ್ದವು 14 cm ಆಗಿದೆ. ಐದು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಅದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. 10 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಜ್ಯಾವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ 1) ಲಘುವೃತ್ತಖಂಡ 2) ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ಬಳಸಿ).
5. 21 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60^0 ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. 1) ಕಂಸದ ಉದ್ದ 2) ಕಂಸದಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ. 3) ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6. 15 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಜ್ಯಾವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60^0 ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ಲಘು ವೃತ್ತ ಖಂಡ ಮತ್ತು ಅಧಿಕ ವೃತ್ತಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಹಾಗೂ $\sqrt{3}$ = 1.73 ಎಂದು ಬಳಸಿ).
7. 12 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜ್ಯಾವು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 120^0 ಕೋನವನ್ನುಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಹಾಗೂ $\sqrt{3}$ = 1.73 ಎಂದು ಬಳಸಿ).
8. 15 m ಬಾಹುವಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಒಂದು ಹುಲ್ಲಿನ ಮೈದಾನದ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಗೂಟಕ್ಕೆ ಕುದುರೆಯೊಂದನ್ನು 5 m ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗದಿಂದ ಕಟ್ಟಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 5.11 ನ್ನು ನೋಡಿ)
   i) ಕುದುರೆಯು ಹುಲ್ಲನ್ನು ಮೇಯಬಹುದಾದ ಮೈದಾನದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ,
   ii) 5 m ಹಗ್ಗದ ಬದಲಾಗಿ 10 m ಹಗ್ಗ ಉಪಯೋಗಿಸಿದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಮೇಯಬಹುದಾದ ಮೈದಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Fig. 12.11

9. 35mm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪದಕವನ್ನು ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯಿಂದ ಮಾಡಿದೆ. ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯ 5 ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಮನಾದ 10 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳಾಗಿ ಚಿತ್ರ 5.12ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ.
   i) ಬೇಕಾಗುವ ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ,
   ii) ಪದಕದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Fig 5.12

10. ಒಂದು ಕೊಡೆಯು ಸಮ ಅಂತರದಲ್ಲಿ 8 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 5.13 ನ್ನು ನೋಡಿ). ಕೊಡೆಯು 45 cmತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಚಪ್ಪಟೆಯಾದ ವೃತ್ತ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ, ಎರಡು ಅನುಕ್ರಮ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Fig 5.13

11. ಒಂದು ಕಾರಿಗೆ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಅತಿಕ್ರಮಿಸದಂತಿರುವ ಎರಡು ಗಾಜೊರೆಸುವ ಉಪಕರಣಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಾಜೊರೆಸುವ ಉಪಕರಣವು 25 cm ಉದ್ದದ ಬ್ಲೇಡನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಇದು 115^0 ಕೋನದಲ್ಲಿ ಒರೆಸುತ್ತದೆ. ಬ್ಲೇಡ್‌ಗಳು ಒಂದು ಬಾರಿ ಜಾರಿದಾಗ ಸ್ವಚ್ಛಗೊಳಿಸುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
12. ನೀರಿನ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಬಂಡೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಎಚ್ಚರಿಸಲು ಒಂದು ದೀಪಸ್ತಂಭವು 80^0 ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದಲ್ಲಿ 16.5 km ದೂರಕ್ಕೆ ಕೆಂಪು ಬೆಳಕನ್ನು ಹರಡುತ್ತದೆ. ಹಡಗುಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಸುವ ಈ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
13. ಚಿತ್ರ 5.14 ರಲ್ಲಿ. ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಒಂದು ದುಂಡು ಮೇಜಿನ ಹೊದಿಕೆಯು ಆರು ಸಮವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಹೊದಿಕೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯವು 28 cm ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 0.35 ರ ದರದಂತೆ ವಿನ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ಖರ್ಚೆಷ್ಟು? ($\sqrt{3}$ = 1.7 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

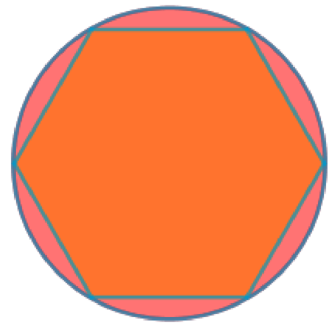


Fig 5.14

14.

15. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಗುರುತು ಹಾಕಿ:
R ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ p (ಡಿಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ) ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು,
A) $\frac{P}{180}$ x $2\pi r$ B) $\frac{P}{180}$ x $2\pi r^2$ C) $\frac{P}{360}$ x $2\pi R$ D) $\frac{P}{720}$ x $2\pi R^2$

ಪರಿಹಾರ

[π ಗೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಡದೆ ಇದ್ದಲ್ಲಿ, $\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ]

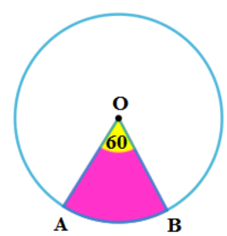
1. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 6 cm, ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನವು 60^0 ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕೋನ θ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

ಕೋನ 60^0 ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{60}{360^\circ} \times \pi r^2 \, cm^2$

$= \frac{1}{6} \times 6x6 \text{ x } \frac{22}{7}$

$= \frac{132}{7} \, cm^2$



2. ಪರಿಧಿಯು 22 cm ಇರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವೃತ್ತದ ಚತುರ್ಥಕ ಭಾಗ = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನ 90^0

ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ $C = 2\pi r = 22$ cm

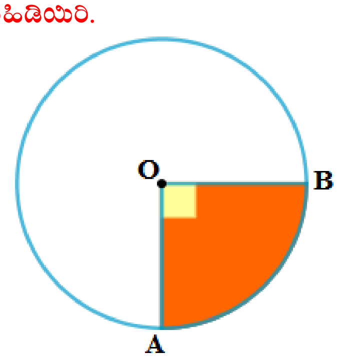
ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{22}{2\pi} cm = \frac{22x\,7}{2\,x\,22} = \frac{7}{2}$ cm

ಕೋನ θ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$

90° ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{90}{360^\circ} \times \pi r^2$

$= \frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \text{ x } \frac{7}{2} \text{ x } \frac{7}{2}$

$= \frac{77}{8} \, cm^2$



3. ಒಂದು ಗಡಿಯಾರದಲ್ಲಿ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳಿನ ಉದ್ದವು 14 cm ಆಗಿದೆ. ಐದು ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಅದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಗಡಿಯಾರದ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು ಅದರ ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ.

∴ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ (r) = 14 cm

ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು 1 ಗಂಟೆಯಲ್ಲಿ ಸುತ್ತುವ ಕೋನ $= 360°$

∴ ನಿಮಿಷದ ಮುಳ್ಳು 5ನಿಮಿಷದಲ್ಲಿ ಸುತ್ತುವ ಕೋನ $= \frac{360°}{60} \times 5 = 30°$

ಕೋನ θ ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\theta}{360°} \times \pi r^2$

∴ಕೋನ 30^0 ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{30}{360°} \times \frac{22}{7}$ x 14 x 14

$= \frac{1}{12} \times \frac{22}{7}$ x 14 x 14

$= \frac{1}{3} \times 22$ x 7

$= \frac{154}{3}$ cm^2

4. 10 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿನ ಒಂದು ಜ್ಯಾವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ ಲಂಬಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ 1) ಲಘುವೃತ್ತಖಂಡ 2) ಅಧಿಕ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 10 cm

ಅಧಿಕ ವೃತ್ತಖಂಡವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ = 360° - 90° = 270°

ಅಧಿಕ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{270}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

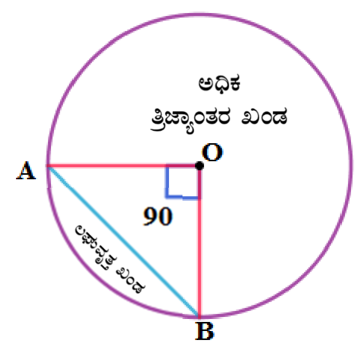
$= \frac{3}{4} \times$ 3.14 x10 x 10 = 75 x 3.14 cm^2

= 235.5 cm^2

ಲಂಬಕೋನ ΔAOB ಯಲ್ಲಿ OA = 10 cm, OB = 10 cm

ΔAOBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times OA \times OB$

$= 1/2 \times 10 \times 10 = 50$ cm^2 (1)



ಲಘುವೃತ್ತಖಂಡವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ = 90°

ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{90}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{1}{4} \times$ 3.14 x10 x 10 = 25 x 3.14 cm^2

$= 25 \times 3.14$ cm^2 = 78.5 cm^2 (2)

ಲಘು ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = (2) – (1)

= 78.5 cm^2 - 50 cm^2 = 28.5 cm^2

5. 21 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಕಂಸವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60^0 ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ.

1) ಕಂಸದ ಉದ್ದ

2) ಕಂಸದಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ.

3) ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

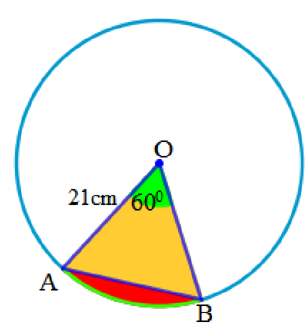
ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 21 cm

(1) ಕಂಸದ ಉದ್ದ AB $= \frac{\theta}{360°} \times 2\pi r$

$= \frac{60}{360°} \times 2$ x $\frac{22}{7}$ x 21

$= \frac{1}{6} \times 2$ x 22 x 3 = 22

∴ಕಂಸದ ಉದ್ದ AB 22 cm.



(2) AB ವೃತ್ತ ಕಂಸವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ = 60°

60° ಕೋನವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{60}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{60}{360°}$ x $\frac{22}{7}$ x 21x21 cm^2

$= \frac{1}{6}$ x 22x 3 x21 cm^2

$= \frac{1}{2}$ x 22x21 cm^2

= 11x21 cm^2

= 231 cm^2

∴ 60° ಕೋನವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ 231 cm^2

(3) ಸಮಬಾಹು ΔAOBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ x (OA)^2 $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ x (21)^2

$= \frac{441\sqrt{3}}{4}$ cm^2

ಅನುರೂಪ ಜ್ಯಾವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ತಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನ – ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ΔAOBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(231 \;\; - \frac{441\sqrt{3}}{4}\right)$**cm^2**

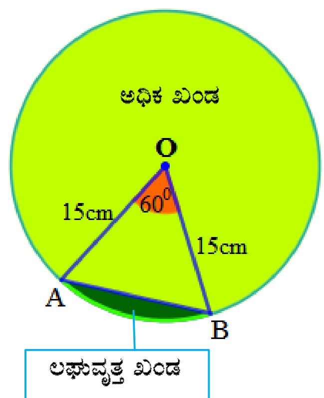
6. 15 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಒಂದು ಜ್ಯಾವು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 60^0 ಕೋನವನ್ನುಂಟು ಮಾಡುತ್ತದೆ. ಜ್ಯಾದಿಂದ ಉಂಟಾದ ಲಘು ವೃತ್ತ ಖಂಡ ಮತ್ತು ಅಧಿಕ ವೃತ್ತಖಂಡ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಹಾಗೂ $\sqrt{3}$ = 1.73 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 15 cm

ΔAOB ಯಲ್ಲಿ ∠AOB ಮತ್ತು

∠A = ∠B = 60^0 [∵ OA = OB = 15cm]

∴ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ AOB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ



$= \frac{\sqrt{3}}{4}$ x (OA)^2 $= \frac{\sqrt{3}}{4}$ x (15)^2

$= \frac{225\sqrt{3}}{4}$ cm^2 $= \frac{225\text{x } 1.73}{4}$ cm^2

= 97.3 cm^2

AB ವೃತ್ತ ಕಂಸವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ = 60°

60° ಕೋನವು ಉಂಟುಮಾಡುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{60}{360°} \times \pi$ r^2 cm^2

$= \frac{60}{360°}$ x (3.14)x 15x15 cm^2

$= \frac{1}{2}$ x 3.14 x 5x15 cm^2

= 1.57 x 75 cm^2

= 117.75 cm^2

ಲಘು ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ΔAOBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 117.75 - 97.3

= 20.4 cm^2

ಅಧಿಕ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಲಘು ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

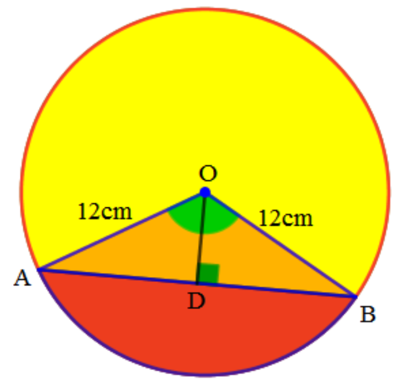
= π r^2 - 20.4 cm^2

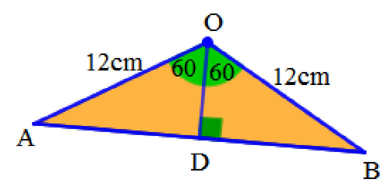
= 3.14 x 15x15 - 20.4

= 3.14 x 225 – 20.4 = 706.5 – 20.4

= 686.1cm^2

7. 12 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಜ್ಯಾವು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ 120^0 ಕೋನವನ್ನುಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ. ಉಂಟಾದ ಅನುರೂಪ ವೃತ್ತ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಹಾಗೂ $\sqrt{3}$ = 1.73 ಎಂದು ಬಳಸಿ).





ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ r = 12 cm

AB ⊥ OD ಎಳೆಯಿರಿ.

⇒ OD ಯು AB ಯನ್ನು ಅರ್ಧಿಸುತ್ತದೆ.

$\Rightarrow \angle A = 180° - (90° + 60°) = 30°$

$\cos 30° = \frac{AD}{OA}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AD}{12} \Rightarrow AD = 6\sqrt{3}$ cm

$\Rightarrow AB = 2 \times AD = 12\sqrt{3}$ cm

$\sin 30° = \frac{OD}{OA}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{OD}{12} \Rightarrow OD = 6$ cm

ΔAOBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times AB \times OD$

$= \frac{1}{2}$ x $12\sqrt{3}$ x 6 cm^2

$= 36\sqrt{3}$ cm $= 36 \times 1.73$

= 62.28 cm^2

ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನ = 120°

∴ ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{120°}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{120°}{360°}$ x 3.14 x 12 x 12 cm^2

$= \frac{1}{3}$ x 3.14 x 12 x 12 cm^2

= 3.14 x 4 x 12 cm^2

= 3.14 x 48 cm^2

= 150.72 cm^2

∴ ಲಘುವೃತ್ತ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಲಘು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ΔAOBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 150.72 cm^2 - 62.28 cm^2

= 88.44 cm^2

8. 15 m ಬಾಹುವಿರುವ ಚೌಕಾಕಾರದ ಒಂದು ಹುಲ್ಲಿನ ಮೈದಾನದ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಗೂಟಕ್ಕೆ ಕುದುರೆಯೊಂದನ್ನು 5 m ಉದ್ದದ ಹಗ್ಗದಿಂದ ಕಟ್ಟಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 5.11 ನ್ನು ನೋಡಿ)

(i) ಕುದುರೆಯು ಹುಲ್ಲನ್ನು ಮೇಯಬಹುದಾದ ಮೈದಾನದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ,

(ii) 5 m ಹಗ್ಗದ ಬದಲಾಗಿ 10 m ಹಗ್ಗ ಉಪಯೋಗಿಸಿದಲ್ಲಿ ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಮೇಯಬಹುದಾದ ಮೈದಾನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

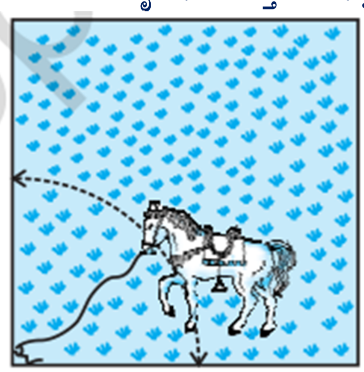


Fig. 12.11

ಮೈದಾನದ ಬಾಹು(ಬದಿ)ಯ ಉದ್ದ = 15 m

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ(ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದ) r = 5 m

ಕುದುರೆಯನ್ನು ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ ಕಟ್ಟಿರುವುದರಿಂದ ಅದು ವೃತ್ತದ ಚತುರ್ಥಭಾಗವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಮೇಯುತ್ತದೆ.

ಅದು ಮೇಯುವ ಭಾಗದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 5 m.

(i) ಕುದುರೆಯು ಮೇಯುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3.14 \times 5^2}{4} = \frac{78.5}{4}$

= 19.625 m^2

(ii) ಹಗ್ಗದ ಉದ್ದವನ್ನು 10m ಮಾಡಿದಾಗ ಕುದುರೆಯು

ಮೇಯುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $= \frac{\pi r^2}{4} = \frac{3.14 \times 10^2}{4} = \frac{314}{4}$

= 78.5 m^2

ಹೆಚ್ಚಾಗಿ ಮೇಯಬಹುದಾದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 78.5 m^2 - 19.625 m^2

= 58.875 m^2

9. 35mm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಪದಕವನ್ನು ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯಿಂದ ಮಾಡಿದೆ. ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯ 5 ವ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, ವೃತ್ತವನ್ನು ಸಮನಾದ 10 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳಾಗಿ ಚಿತ್ರ 5.12ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ ವಿಭಾಗಿಸಿದೆ.

(i) ಬೇಕಾಗುವ ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ,

(ii) ಪದಕದಲ್ಲಿನ ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

Fig 5.12

ವ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 5

ವ್ಯಾಸದ ಉದ್ದ = 35 mm

∴ ತ್ರಿಜ್ಯದ ಅಳತೆ r = 35/2 mm

(i) ಬೇಕಾದ ಬೆಳ್ಳಿ ತಂತಿಯ ಉದ್ದ

= ಪದಕದ ಸುತ್ತಳತೆ (ಪರಿಧಿ) + 5 ವ್ಯಾಸಗಳ ಉದ್ದ

= $2\pi r + (5 \times 35)$ mm

= $(2 \times \frac{22}{7} \times \frac{35}{2}) + 175$ mm

= 110 + 175 mm

= 185 mm

(ii) ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 10

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi r^2}{10}$

$= \frac{\frac{22}{7} \times \left(\frac{35}{2}\right)^2}{10} = \frac{\frac{22}{7} \times \frac{35}{2} \times \frac{35}{2}}{10} = \frac{\frac{3850}{4}}{10}$

$= \frac{385}{4}$ mm^2

10. ಒಂದು ಕೊಡೆಯು ಸಮ ಅಂತರದಲ್ಲಿ 8 ಕಡ್ಡಿಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 5.13 ನ್ನು ನೋಡಿ). ಕೊಡೆಯು 45 cmತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಚಪ್ಪಟೆಯಾದ ವೃತ್ತ ಎಂದು ಭಾವಿಸಿ. ಎರಡು ಅನುಕಮ ಕಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

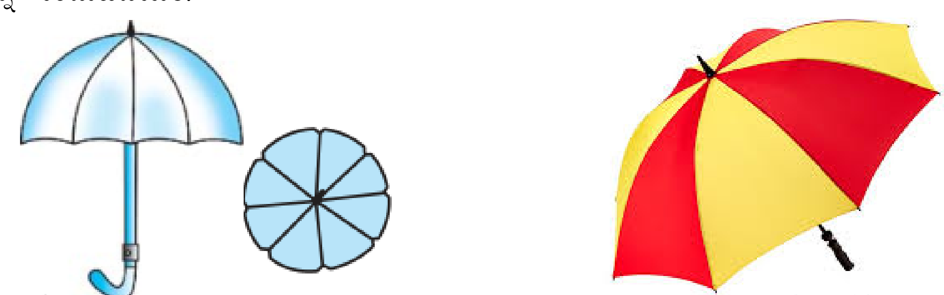


Fig 5.13

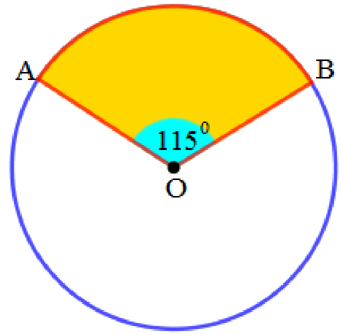
ಕೊಡೆಯಲ್ಲಿರುವ ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 8

ಕೊಡೆಯು ಚಪ್ಪಟೆಯಾದಾಗ ತ್ರಿಜ್ಯ = 45 cm

ಅನುಕ್ರಮ ಕಡ್ಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{\text{ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ}}{\text{ಕಡ್ಡಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ}}$

$= \frac{\pi r^2}{8} = \frac{\frac{22}{7} \times 45^2}{8} = \frac{44550}{56} = \frac{22275}{28}$ cm^2 **= 795.5 cm^2**

11. ಒಂದು ಕಾರಿಗೆ ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದು ಅತಿಕ್ರಮಿಸದಂತಿರುವ ಎರಡು ಗಾಜೊರೆಸುವ ಉಪಕರಣಗಳಿವೆ. ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಾಜೊರೆಸುವ ಉಪಕರಣವು 25 cm ಉದ್ದದ ಬ್ಲೇಡನ್ನು ಹೊಂದಿದ್ದು, ಇದು 115^0 ಕೋನದಲ್ಲಿ ಒರೆಸುತ್ತದೆ. ಬ್ಲೇಡ್‌ಗಳು ಒಂದು ಬಾರಿ ಜಾರಿದಾಗ ಸ್ವಚ್ಛಗೊಳಿಸುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಗಾಜೊರೆಸುವ ಉಪಕರಣದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನ = 115°

ಗಾಜೊರೆಸುವ ಉಪಕರಣದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 25 cm

ಗಾಜೊರೆಸುವ ಉಪಕರಣದಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{115°}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{115°}{360°} \times \frac{22}{7}$ x 25 x 25 cm^2

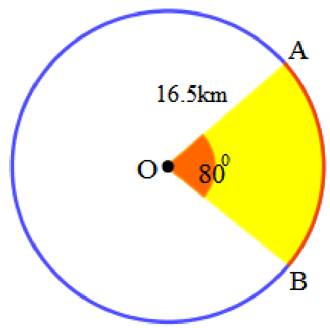
$= \frac{23}{72} \times \frac{22}{7}$ x 625 cm^2

$= \frac{23}{36} \times \frac{11}{7}$ x 625 cm^2 $= \frac{158125}{252}$ cm^2

ಎರಡು ಬ್ಲೇಡ್‌ಗಳು ಸ್ವಚ್ಛಗೊಳಿಸುವ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 2 \times \frac{158125}{252}$ cm^2 $= \frac{158125}{126}$

= 1254.96 cm^2

12. ನೀರಿನ ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿರುವ ಬಂಡೆಗಳ ಬಗ್ಗೆ ಎಚ್ಚರಿಸಲು ಒಂದು ದೀಪಸ್ತಂಭವು 80^0 ಕೋನವಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದಲ್ಲಿ 16.5 km ದೂರಕ್ಕೆ ಕೆಂಪು ಬೆಳಕನ್ನು ಹರಡುತ್ತದೆ. ಹಡಗುಗಳನ್ನು ಎಚ್ಚರಿಸುವ ಈ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ದೀಪಸ್ತಂಭವು O ನಲ್ಲಿರಲಿ.

ದೀಪ ಹರಡುವ ಬೆಳಕಿನ ದೂರವು ವೃತ್ತದ ತಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ. r = 16.5 km

ಆದ್ದರಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನ = 80°

ದೀಪದ ಬೆಳಕು ಹರಡುವ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{80°}{360°} \times \pi r^2$ km^2

$= \frac{2}{9} \times 3.14$ x 16.5x16.5km^2

$= \frac{2}{9} \times 3.14$ x 272.25km^2

= 189.97 km^2

13. ಚಿತ್ರ 5.14 ರಲ್ಲಿ. ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಒಂದು ದುಂಡು ಮೇಜಿನ ಹೊದಿಕೆಯು ಆರು ಸಮವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಹೊದಿಕೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯವು 28 cm ಆದರೆ ಪ್ರತಿ ಚದರ ಮೀಟರ್‌ಗೆ ರೂ 0.35 ರ ದರದಂತೆ ವಿನ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ಖರ್ಚೆಷ್ಟು? ($\sqrt{3}$ = 1.7 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

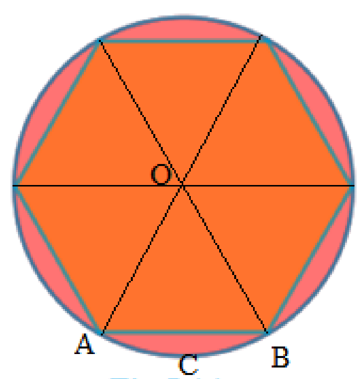


Fig 5.14

ಸಮ ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 6

ಮೇಜಿನ ಹೊದಿಕೆಯ ತ್ರಿಜ್ಯ = 28 cm

ವಿನ್ಯಾಸದ ದರ = ರೂ 0.35 / cm^2

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕೋನದ ಅಳತೆ $= \frac{360°}{6} = 60°$

ΔAOB ಯಲ್ಲಿ OA = OB[ಒಂದೇ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು

$\therefore \angle A = \angle B = 60^0$

∴ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ ΔAOB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\sqrt{3}}{4}$x (OA)^2

$= \frac{\sqrt{3}}{4}$x (28)^2

= 1.7x 7 x 28

$= 333.2\ cm^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4} x\ (28)^2$

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ OACBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{60°}{360°} \times \pi\ r^2\ cm^2$

$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7} x\ 28^2\ cm^2$

$= \frac{1}{6} \times 22x\ 4x28\ cm^2$

$= \frac{1}{3} \times 22x\ 2x28\ cm^2$

$= 410.67 cm^2$

ವಿನ್ಯಾಸದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ OACBಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ತ್ರಿಭುಜ ΔAOB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= 410.67\ cm^2 - 333.2\ cm^2 = 77.47\ cm^2$

$\therefore$ 6 ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 6 \times 77.47\ cm^2 = 464.82\ cm^2$

$\therefore$ ವಿನ್ಯಾಸ ಮಾಡಲು ತಗಲುವ ಒಟ್ಟು ಖರ್ಚು $= 464.76\ cm^2 \times$ ರೂ $0.35\ /cm^2$

= ರೂ 162.68

14. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಗುರುತು ಹಾಕಿ:

R ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ p (ಡಿಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ) ಕೋನವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು,

A) $\frac{P}{180} x\ 2\pi r$ B) $\frac{P}{180} x\ 2\pi r^2$ C) $\frac{P}{360} x\ 2\pi R$ D) $\frac{P}{720} x\ 2\pi R^2$

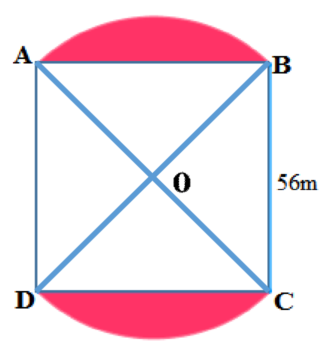
p ಕೋನ ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{p°}{360°} \times \pi\ R^2\ cm^2$

$\frac{p}{360°} \times \pi\ R^2\ x\ \frac{2}{2} = \frac{P}{720} x\ 2\pi R^2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಉತ್ತರ **(D) $\frac{P}{720} x\ 2\pi R^2$**

5.4 ಜೋಡಿಸಿದ ಸಮತಲಾಕೃತಿಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಚಿತ್ರ 5.15ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 56 m ಇರುವ ABCD ಚೌಕಾಕಾರದ ಹುಲ್ಲು ಹಾಸಿನ ಎರಡು ಅಂಚುಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೂ ಹಾಸುಗಳಿವೆ. ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಹೂ ಹಾಸಿನ ಕೇಂದ್ರವು ಚೌಕಾಕಾರದ ಹುಲ್ಲು ಹಾಸಿನ ಕರ್ಣಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದು O ಆದರೆ ಹೂ ಹಾಸು ಹಾಗೂ ಹುಲ್ಲು ಹಾಸುಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪರಿಹಾರ: ಹುಲ್ಲು ಹಾಸಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 56\ x\ 56\ m^2$ (1)

OA = OB = x ಮೀಟರ್‌ಗಳಾಗಿರಲಿ

ಆದ್ದರಿಂದ, $x^2 + x^2 = 56^2$

$\Rightarrow 2x^2 = 56\ x\ 56$

$\Rightarrow x^2 = 56\ x\ 28$ (2)

ಈಗ, OAB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{90}{360} x\ \pi x^2 = \frac{1}{4} x\ \pi x^2$

$= \frac{1}{4} x \frac{22}{7}\ x\ 28\ x\ 56$ [ಸಮೀಕರಣ (2) ರಿಂದ] (3)

ಮತ್ತು ΔAOB ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{4}\ x\ 56\ x\ 56\ m^2$ [$\angle AOB = 90^0$] (4)

ಆದ್ದರಿಂದ, AB ಹೂ ಹಾಸಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \left(\frac{1}{4}\ x\ \frac{22}{7}\ x\ 28\ x\ 56 - \frac{1}{4}\ x\ 56\ x\ 56\right)$ [(3) – (4)]

$= \frac{1}{4} x56x28 \left(\frac{22}{7} - 2\right) m^2$

$= \frac{1}{4} x56x28x\ \frac{8}{7}\ m^2$ (5)

ಇದೇ ರೀತಿ, ಇನ್ನೊಂದು ಹೂ ಹಾಸಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{1}{4} x56x28x\ \frac{8}{7}\ m^2$ (6)

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\left(56 \text{ x } 56 + \frac{1}{4}\text{x}56\text{x}28\text{x } \frac{8}{7} + \frac{1}{4}\text{x}56\text{x}28\text{x } \frac{8}{7}\right)$ [(1) + (5) + (6)]

$= 28x56\left(2 + \frac{2}{7} + \frac{2}{7}\right)$

$= 28\text{x}56\left(\frac{18}{7}\right)$

$= 4032\text{m}^2$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ: ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = [OAB ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ODC ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔOAD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔOBC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ]

$= \frac{90}{360}\text{x}\frac{22}{7}\text{x}28\text{x}56 + \frac{90}{360}\text{x}\frac{22}{7}\text{x}28\text{x}56 + \frac{1}{4}\text{x}56\text{x}56 + \frac{1}{4}\text{x}56\text{x}56$

= 22x56+ 22x56 + 14x56+14x56

= 56(22+ 22 + 14+14)

= 56(22+ 22 + 14+14) =56x72 = 4032m^2

ಉದಾಹರಣೆ 5: ABCD ಯು 14 cm ಬಾಹುವಿರುವ ಒಂದು ಚೌಕವಾದರೆ, ಚಿತ್ರ 5.16 ರಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

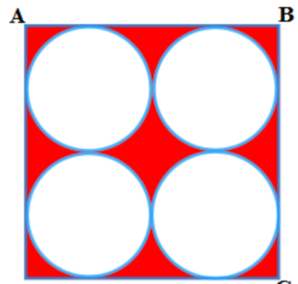


Fig 5.16

ಪರಿಹಾರ: ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 14 x 14 cm^2 = 196 cm

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತಗಳ ವ್ಯಾಸ = $\frac{14}{2}$ = 7cm

ಆದ್ದರಿಂದ, ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = $\frac{7}{2}$ cm

ಆದ್ದರಿಂದ, ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\pi r^2 = \frac{22}{7} \text{ x } \frac{7}{2} \text{ x } \frac{7}{2} = \frac{77}{2}\ \text{cm}^2$

ಆದ್ದರಿಂದ, ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 4 x $\frac{77}{2}$ = 154cm^2

ಆದ್ದರಿಂದ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಲಯದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= = (196 – 154)= 42cm^2

ಉದಾಹರಣೆ 6: ABCD ಯು 10 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಚೌಕದ ಬಾಹುವು ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಅರ್ಧವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಚಿತ್ರ 5.17 ರಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಿನ್ಯಾಸದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ಬಳಸಿ)

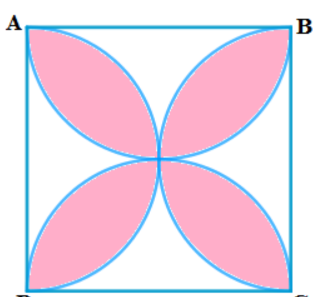


Fig 5.17

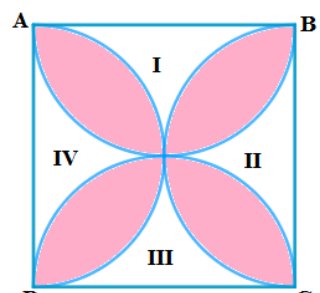


Fig 5.18

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ I + ವಿಸ್ತೀರ್ಣ II = ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಎರಡು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$\Rightarrow$ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – 5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $a^2 - \pi r^2$

$\Rightarrow 10 \text{ x } 10 - 3.14\text{x } 5^2 = 100 - 3.14 \text{ x } 25 = 100 - 78.5 = 21.5\text{cm}^2$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣ III + ವಿಸ್ತೀರ್ಣ IV = 21.5cm^2

ಆದ್ದರಿಂದ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ವಿನ್ಯಾಸದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ= ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – [I + II + III + IV] ರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= 100 - 2\text{x}(21.5) = 100 - 43 = 57\text{cm}^2$

ಅಭ್ಯಾಸ 5.3

[π ಗೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಡದೆ ಇದ್ದಲ್ಲಿ, $\pi = \frac{22}{7}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ]

1. ಚಿತ್ರ 5.19 ರಲ್ಲಿ, PQ = 24 cm, PR = 7 cm ಮತ್ತು `O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

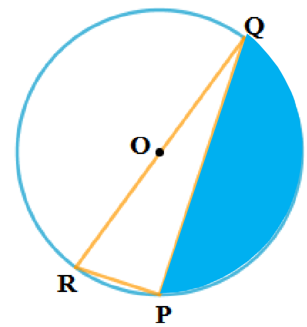


Fig 5.19

2. ಚಿತ್ರ 5.20 ರಲ್ಲಿ, ಕೇಂದ್ರ O ಇರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7 cm ಮತ್ತು 14 cm ಇವೆ. ಮತ್ತು $\angle AOC = 40^0$ ಆದರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛಾಯಕೃತ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

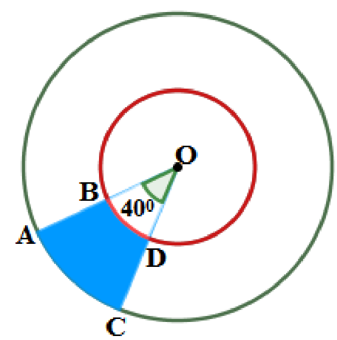


Fig 5.20

3. ಚಿತ್ರ 5.21 ರಲ್ಲಿ, ABCD ಯು 14 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು APD ಹಾಗೂ ಂಕಅ ಗಳು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳಾದರೆ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

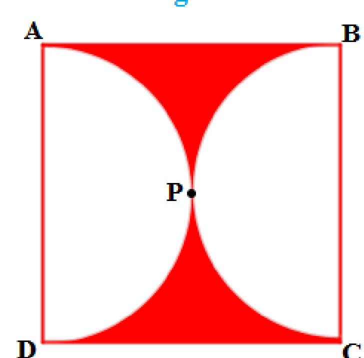


Fig 5.21

4. ಚಿತ್ರ 5.22 ರಲ್ಲಿ, 12 cm ಬಾಹುವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ OAB ಯ ಶೃಂಗ `O' ವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 6 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕಾರದ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

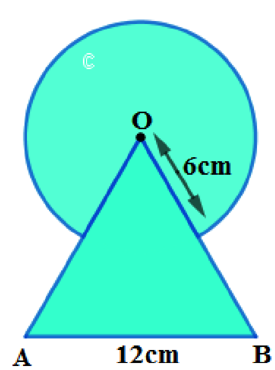


Fig 5.22

5. ಚಿತ್ರ 5.23 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, 4 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಒಂದು ಚೌಕದ ಪ್ರತಿ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ 1 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕವನ್ನು ಮತ್ತು 2 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಚೌಕದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

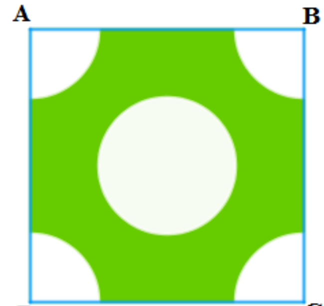


Fig 5.23

6. ಚಿತ್ರ 5.24 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, 32 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮೇಜಿನ ಹೊದಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ವಿನ್ಯಾಸದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

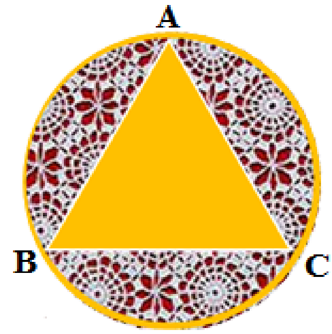


Fig 5.24

7. ಚಿತ್ರ 5.25 ರಲ್ಲಿ, ABCD ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 14 cm. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತವು ಉಳಿದ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನ್ನು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ A, B, C ಮತ್ತು D ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

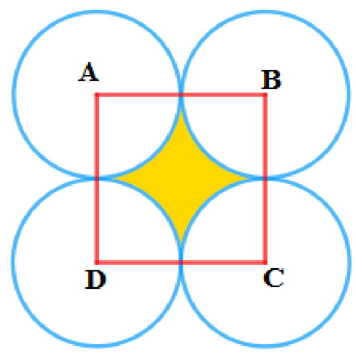


Fig 5.25

8. ಚಿತ್ರ 5.26 ರಲ್ಲಿ, ಎಡಭಾಗ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ತುದಿಗಳ ಅರ್ಧವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಓಟದ ಪಥವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ.

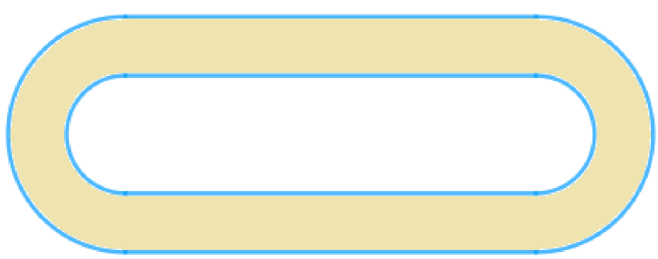


Fig 5.26

ಎರಡು ಒಳ ಸಮಾಂತರ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 60 m ಮತ್ತು ಅವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು 106 m ಉದ್ದವಿದೆ. ಓಟದ ಪಥವು 10 m ಅಗಲವಿದ್ದರೆ

i) ಅದರ ಒಳ ಅಂಚಿನ ಸುತ್ತಲೂ ಓಟದ ಪಥದ ದೂರ

ii) ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9. ಚಿತ್ರ 5.27 ರಲ್ಲಿ, O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. OD ಯು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. OA = 7 cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

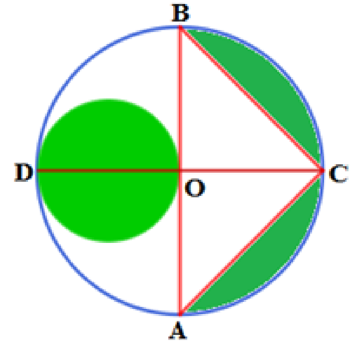


Fig 5.27

10. ABC ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 17320.5 cm^2 ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಹಾಗು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಒಂದೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 5.28 ನೋಡಿ). ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಮತ್ತು $\sqrt{3}$ = 1.73205 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

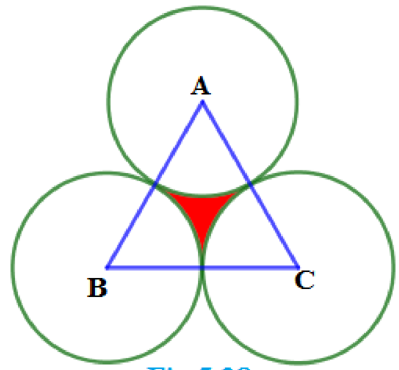


Fig 5.28

11. ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಕರವಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ, 7 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂಬತ್ತು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. (ಚಿತ್ರ 5.29 ನೋಡಿ). ಕರವಸ್ತ್ರದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

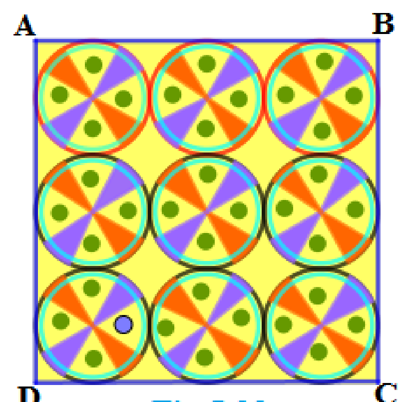


Fig 5.29

12. 5.30 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, OACB ಯು O ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ಚತುರ್ಥಕವಾಗಿದೆ. OD = 2 cm ಆದರೆ i) ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ ii) ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

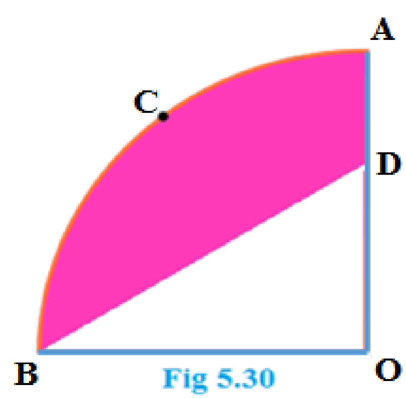


Fig 5.30

13. ಚಿತ್ರ 5.31 ರಲ್ಲಿ, OABC ಚೌಕವು OPBQ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ. OA = 20 cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

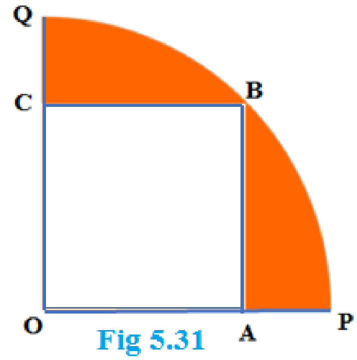


Fig 5.31

14. ತ್ರಿಜ್ಯ 21 cm ಮತ್ತು 7 cm ಇರುವ `O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ಕಂಸಗಳು AB ಮತ್ತು CD (ಚಿತ್ರ 5.32 ನ್ನು ನೋಡಿ). $\angle AOB = 30^0$ ಆದರೆ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

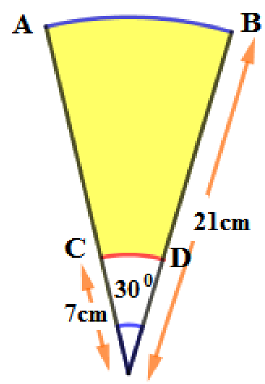


Fig 5.32

15. ಚಿತ್ರ 5.33 ರಲ್ಲಿ, ABC ಯು 14 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು BC ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

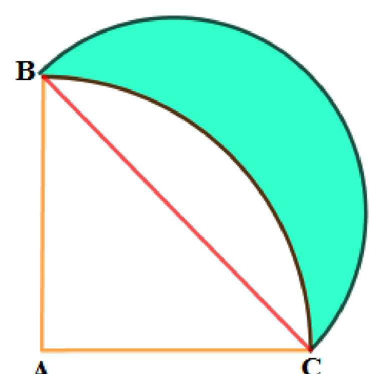


Fig 5.33

16. ಚಿತ್ರ 5.34 ರಲ್ಲಿ, 8 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಲಯದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

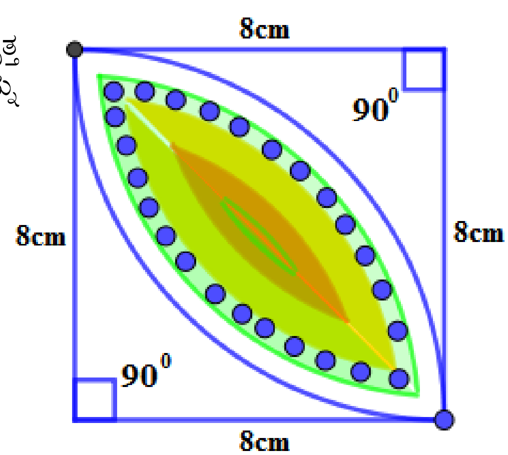


Fig 5.34

ಪರಿಹಾರ 5.3

[π ಗೆ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕೊಡದೆ ಇದ್ದಲ್ಲಿ, π = $\frac{22}{7}$ ಎಂದು ಪರಿಗಣಿಸಿ]

1. ಚಿತ್ರ 5.19 ರಲ್ಲಿ, PQ = 24 cm, PR = 7 cm ಮತ್ತು `O' ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವಾದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

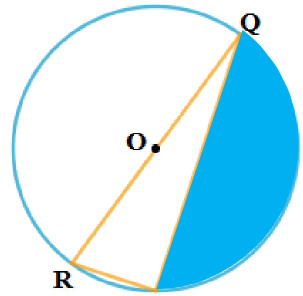


Fig 5.19

PQ = 24 cm ಮತ್ತು PR = 7 cm

$\angle P = 90°$ (ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ಕೋನ)

∴ QR ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಕರ್ಣ = ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ

$QR^2 = PR^2 + PQ^2$ [Δ PRQ ನಲ್ಲಿ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow QR^2 = 7^2 + 24^2$

$\Rightarrow QR^2 = 49 + 576$

$\Rightarrow QR^2 = 625$

$\Rightarrow QR = 25$ cm

∴ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $= \frac{25}{2}$ cm

ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{2}$

$= \frac{\frac{22}{7} x \frac{25}{2} x \frac{25}{2}}{2} = \frac{13750}{56}$ cm^2

$= \mathbf{\frac{6875}{28}}$ **cm^2 = 245.54 cm^2**

ΔPQRನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times PR \times PQ$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 24$ cm^2

= 84 cm^2

∴**ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** = 245.54 cm^2 - 84 cm^2

= **161.54 cm^2**

[ಅಥವಾ $\frac{6875}{28} - 84 = \frac{6875-2352}{28} = \frac{4523}{28}$ cm^2]

2. ಚಿತ್ರ 5.20 ರಲ್ಲಿ, ಕೇಂದ್ರ O ಇರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ತ್ರಿಜ್ಯಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ 7 cm ಮತ್ತು 14 cm ಇವೆ. ಮತ್ತು $\angle AOC = 40^0$ ಆದರೆ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛಾಯಕೃತ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

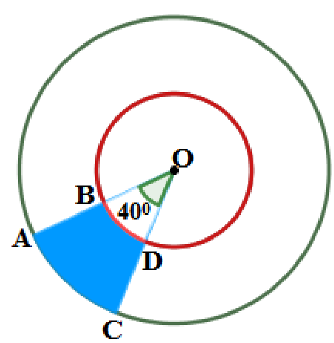


Fig 5.20

ಒಳ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 7 cm

ಹೊರ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 14 cm

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಕೋನದ ಅಳತೆ = 40°

OAC ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{40°}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{1}{9} x \frac{22}{7} x 14^2$ cm^2

$= \frac{1}{9} x 22 x 2x14$ cm^2

$= \mathbf{\frac{616}{9}}$ **cm^2**

OBD = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{40°}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{1}{9} x \frac{22}{7} x 7^2$ cm^2

$= \frac{1}{9} x 22 x 7$ cm^2= $\mathbf{\frac{154}{9}}$ **cm^2**

∴ **ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**

= OAC ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - OBD = ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(\frac{616}{9} - \frac{154}{9}\right)cm^2 = \frac{462}{9}\ cm^2 = \mathbf{\frac{154}{3}\ cm^2}$

3. ಚಿತ್ರ 5.21 ರಲ್ಲಿ, ABCD ಯು 14 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಚೌಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು APD ಹಾಗೂ ಂಕಅ ಗಳು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳಾದರೆ, ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

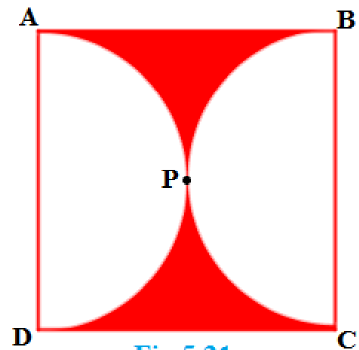


Fig 5.21

ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ = 14 cm

ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸದ ಅಳತೆ = 14 cm

∴ ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 7 cm

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 14 \times 14 = 196\ cm^2$

ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{2}$

$= \frac{\frac{22}{7} x\ 7x7}{2} = \frac{154}{2} = 77\ cm^2$

ಎರಡು ಅರ್ಧವೃತ್ತಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ$= 2 \times 77\ cm^2 = 154\ cm^2$

∴ **ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ** $= 196\ cm^2 - 154\ cm^2 = \mathbf{42\ cm^2}$

4. ಚಿತ್ರ 5.22 ರಲ್ಲಿ, 12 cm ಬಾಹುವಿರುವ ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ OAB ಯ ಶೃಂಗ `O' ವನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು 6 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತಕಾರದ ಕಂಸವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

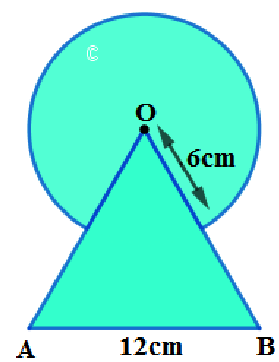


Fig 5.22

OAB ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

ಆದ್ದರಿಂದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಕೋನದ ಅಳತೆ = 60°.

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 6 cm.

ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹು = 12 cm.

ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\sqrt{3}}{4}(OA)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(12)^2 = \sqrt{3}\ x\ 3x12 = \mathbf{36\sqrt{3}\ \ cm^2}$

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi R^2 = \frac{22}{7} \times 6^2 = \frac{22x36}{7}\ cm^2$

$= \mathbf{\frac{792}{7}\ cm^2}$

60° ಕೋನ ಉಂಟುಮಾಡುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{60°}{360°} \times \pi\ r^2\ cm^2$

$= \frac{1}{6} \times \frac{22}{7}\ x\ \ 6^2\ cm^2$

$= \frac{22x6}{7}\ cm^2 = \mathbf{\frac{132}{7}\ cm^2}$

∴ **ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ**

= ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \mathbf{\left(36\sqrt{3}\ \ + \frac{792}{7}\ - \frac{132}{7}\right)\ cm^2}$

$= \left(\mathbf{36\sqrt{3} + \frac{660}{7}}\right)\ cm^2$

5. ಚಿತ್ರ 5.23 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, 4 cm ಬಾಹುವುಳ್ಳ ಒಂದು ಚೌಕದ ಪ್ರತಿ ಮೂಲೆಯಲ್ಲಿ 1 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕವನ್ನು ಮತ್ತು 2 cm ವ್ಯಾಸವಿರುವ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಕತ್ತರಿಸಿದೆ. ಚೌಕದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ = 4 cm

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 1 cm

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $(ಬಾಹು)^2 = 4^2 = 16\ cm^2$

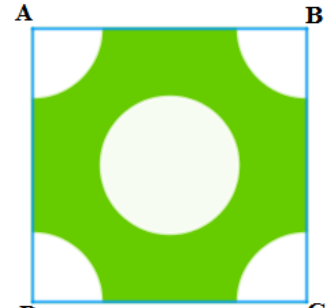


Fig 5.23

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{4}\ cm^2$

$= \frac{\frac{22}{7} x\ 1^2}{4} = \frac{11}{14}\ cm^2$

∴ 4 ಚತುರ್ಥಕಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 4 \times \frac{11}{14}\ cm^2 = \mathbf{\frac{22}{7}\ cm^2}$

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi\ R^2\ cm^2 = \frac{22}{7} \times 1^2 = \frac{22}{7}\ cm^2$

ಆದ್ದರಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿದ ಭಾಗಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \left(\frac{22}{7} + \frac{22}{7}\right) cm^2$

$= \mathbf{\frac{44}{7}\ cm^2}$

∴ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ಕತ್ತರಿಸಿದ ಭಾಗಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(16 - \frac{44}{7}\right) cm^2$

$= \left(\frac{112-44}{7}\right) cm^2$

$= \mathbf{\frac{68}{7}\ cm^2}$

6. ಚಿತ್ರ 5.24 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, 32 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮೇಜಿನ ಹೊದಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ಬಿಟ್ಟು ಉಳಿದ ಭಾಗದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಮಾಡಿದೆ. ವಿನ್ಯಾಸದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

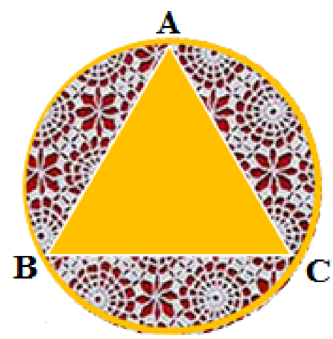


Fig 5.24

Radius of the circle = 32 cm

AD ಮಧ್ಯರೇಖೆಯನ್ನು ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರ O ಮೂಲಕ ಎಳೆದಿದೆ.

$\Rightarrow BD = \frac{AB}{2}$

AD ಯು ಮಧ್ಯರೇಖೆ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ

∴ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $AO = \frac{2}{3}AD$

$\Rightarrow \frac{2}{3}AD = 32\ cm$

$\mathbf{\Rightarrow AD = 48\ cm}$

ΔADBಯಲ್ಲಿ,

$AB^2 = AD^2 + BD^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

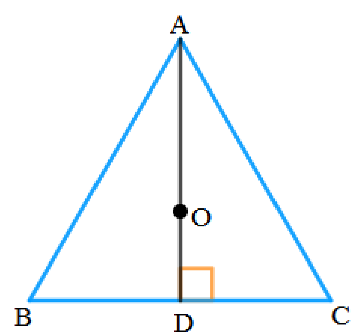
$\Rightarrow AB^2 = 48^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2$

$\Rightarrow AB^2 = 2304 + \frac{AB^2}{4}$

$\Rightarrow \frac{3AB^2}{4} = 2304$

$\Rightarrow AB^2 = 3072$

$\mathbf{\Rightarrow AB = 32\sqrt{3}\ cm}$



ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\sqrt{3}}{4}(AB)^2$

$= \frac{\sqrt{3}}{4}(32\sqrt{3})^2$

$\mathbf{= 768\sqrt{3}\ cm^2}$

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi\ R^2 = \frac{22}{7} \times 32 \times 32 = \mathbf{\frac{22528}{7} cm^2}$

∴ವಿನ್ಯಾಸದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \mathbf{\left(\frac{22528}{7} - 768\sqrt{3}\right)\ cm^2}$

7. ಚಿತ್ರ 5.25 ರಲ್ಲಿ, ABCD ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಉದ್ದ 14 cm. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತವು ಉಳಿದ ಮೂರು ವೃತ್ತಗಳಲ್ಲಿ ಎರಡನ್ನು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವಂತೆ A, B, C ಮತ್ತು D ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರುವ ನಾಲ್ಕು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಚೌಕದ ಬಾಹುವಿನ ಅಳತೆ = 14 cm

$\therefore$ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $= \frac{14}{2} = 7$ cm

ABCDಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 14^2 = 196\ cm^2$

ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{4}\ cm^2$

$= \frac{\frac{22}{7} x\ 7^2}{4} = \frac{154}{4}\ cm^2 = \frac{77}{2}\ cm^2$

$\therefore$ 4 ಚತುರ್ಥಕಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 4 \times \frac{77}{2}\ cm^2 = 154\ cm^2$

$\therefore$ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ABCD ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - 4 ಚತುರ್ಥಕಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= 196\ cm^2 - 154\ cm^2$

$= 42\ cm^2$

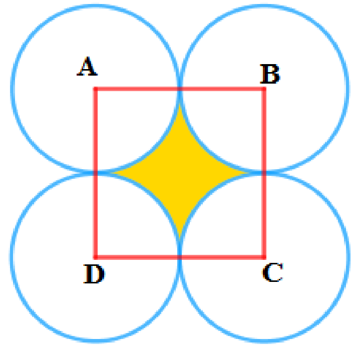


Fig 5.25

8. ಚಿತ್ರ 5.26 ರಲ್ಲಿ, ಎಡಭಾಗ ಮತ್ತು ಬಲಭಾಗದ ತುದಿಗಳ ಅರ್ಧವೃತ್ತಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಓಟದ ಪಥವನ್ನು ಚಿತ್ರಿಸಲಾಗಿದೆ.

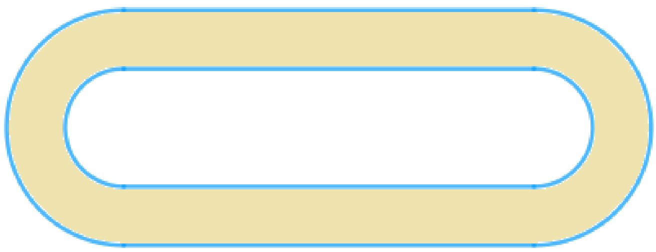
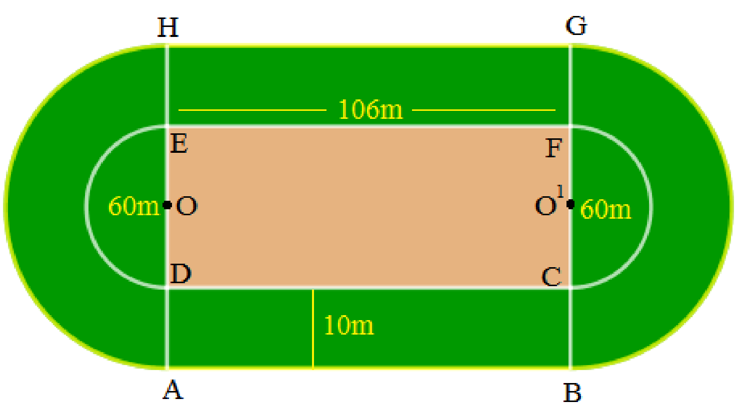


Fig 5.26

ಎರಡು ಒಳ ಸಮಾಂತರ ರೇಖಾಖಂಡಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 60 m ಮತ್ತು ಅವು ಪ್ರತಿಯೊಂದು 106 m ಉದ್ದವಿದೆ. ಓಟದ ಪಥವು 10 m ಅಗಲವಿದ್ದರೆ

(i) ಅದರ ಒಳ ಅಂಚಿನ ಸುತ್ತಲೂ ಓಟದ ಪಥದ ದೂರ

(ii) ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ಪಥದ ಅಗಲ = 10 m

ಸಮಾಂತರ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ DE = CF = 60 m, ಸಮಾಂತರ ಪಥದ ಉದ್ದ = 106 m

ಒಳ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = OD = O'C = \frac{60}{2} = 30$ m

ಹೊರ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $R = OA = O'B = 30 + 10$ m = 40 m

AB = CD = EF = GH = 106 m

(i) ಒಳ ಅಂಚಿನ ಸುತ್ತಲೂ ಓಟದ ಪಥದ ದೂರ = CD + EF + 2 × (ಒಳ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ಸುತ್ತಳತೆ)

$= 106 + 106 + (2 \times \pi r)$ m

$= 212 + (2 \times \frac{22}{7} \times 30)$ m

$= 212 + \frac{1320}{7}$ m $= \mathbf{\frac{2804}{7}}$ **m**

(ii) ಓಟದ ಪಥದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + EFGH ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + 2 (ಹೊರ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) - 2 (ಒಳ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$= (AB \times CD) + (EF \times GH) + 2 \times \left(\frac{\pi R^2}{2}\right) - 2 \times \left(\frac{\pi r^2}{2}\right)$ m^2

$= (106 \times 10) + (106 \times 10) + 2 \times \frac{\pi}{2}(R^2 - r^2)$ m^2

$= 1060 + 1060 + \frac{22}{7} \times 700$ m^2

$= [1060 + 1060 + (22 \times 100)]$ m^2 $= [2120 + 2200]$ m^2

= 4320 m^2

9. ಚಿತ್ರ 5.27 ರಲ್ಲಿ, O ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ AB ಮತ್ತು CD ಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ವ್ಯಾಸಗಳಾಗಿವೆ. OD ಯು ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ವ್ಯಾಸವಾಗಿದೆ. OA = 7 cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ R = 7 cm

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $r = \frac{7}{2}$ cm

ΔBCA ಯ ಎತ್ತರ= OC = 7 cm

ΔBCAಯ ಪಾದ = AB = 14 cm

ΔBCA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times AB \times OC$

$= \frac{1}{2} \times 7 \times 14 =$ **49 cm^2**

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi R^2 = \frac{22}{7} \times 7^2 =$ **154 cm^2**

ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{154}{7}$ cm^2 = **77 cm^2**

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \mathbf{\frac{77}{2}}$**cm^2**

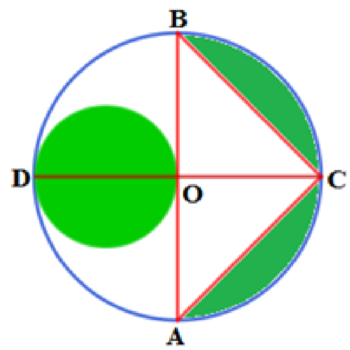


Fig 5.27

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ದೊಡ್ಡ ಅರ್ಧ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ΔBCA ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(77 - 49 + \frac{77}{2}\right)$ cm^2

$= \left(\frac{154-98+77}{2}\right)$ cm^2

$= \left(\frac{133}{2}\right)$ cm^2

= 66.5 cm^2

10. ABC ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 17320.5 cm^2 ಆಗಿದೆ. ಪ್ರತಿ ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿಟ್ಟುಕೊಂಡು ಹಾಗು ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುವಿನ ಅರ್ಧದಷ್ಟು ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಒಂದೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. (ಚಿತ್ರ 5.28 ನೋಡಿ). ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಮತ್ತು $\sqrt{3}$ = 1.73205 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

ABC ಒಂದು ಸಮಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ $\therefore \angle A = \angle B = \angle C = 60°$

ಇಲ್ಲಿ 60°ಕೋನದಿಂದ ಏರ್ಪಡುವ 3 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳಿವೆ

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 17320.5 cm^2

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} \times (AB)^2 = 17320.5$

$\Rightarrow AB^2 = 17320.5 \times 4/1.73205$

$\Rightarrow AB^2 = 4 \times 10^4$

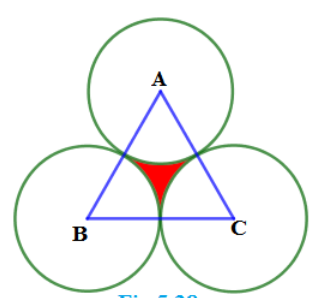


Fig 5.28

$\Rightarrow$ AB = 200 cm

ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $= \frac{200}{2}$ cm = 100 cm

ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{60°}{360°} \times \pi r^2$ cm^2

$= \frac{1}{6} \times 3.14 \text{ x } 100^2$ cm^2 $= \frac{1}{6} \times 3.14 \text{ x } 100^2$ cm^2

$= \frac{15700}{3}$ cm^2

$\Rightarrow$ 3 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 3 \times \frac{15700}{3} = 15700$ cm^2

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - 3 ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= (17320.5 – 15700) cm^2

= 1620.5 cm^2

11. ಒಂದು ಚೌಕಾಕಾರದ ಕರವಸ್ತ್ರದಲ್ಲಿ, 7 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂಬತ್ತು ವೃತ್ತಾಕಾರದ ವಿನ್ಯಾಸಗಳನ್ನು ಮಾಡಿದ್ದಾರೆ. (ಚಿತ್ರ 5.29 ನೋಡಿ). ಕರವಸ್ತ್ರದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

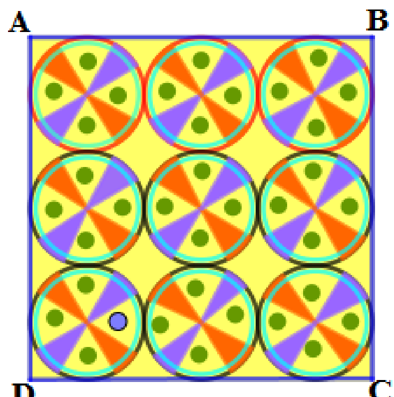


Fig 5.29

ವೃತ್ತಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ = 9

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 7 cm

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬದಿಯಲ್ಲಿ 3 ವೃತ್ತಗಳಿವೆ

$\therefore$ ವರ್ಗದ ಬದಿ = 3 $\times$ ವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ $= 3 \times 14 = 42$ cm

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 42 \times 42$ cm^2 = 1764 cm^2

ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \pi r^2 = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 = 154$ cm^2

ವೃತ್ತ ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= 9 \times 154 = 1386$ cm^2

ಕರವಸ್ತ್ರದ ಉಳಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ವೃತ್ತ ವಿನ್ಯಾಸಗಳ ಒಟ್ಟು ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 1764 - 1386 = **378 cm^2**

12. 5.30 ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ, OACB ಯು O ಕೇಂದ್ರವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು 3.5 cm ತ್ರಿಜ್ಯವಿರುವ ವೃತ್ತದ ಚತುರ್ಥಕವಾಗಿದೆ. OD = 2 cm ಆದರೆ

i) ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕ

ii) ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

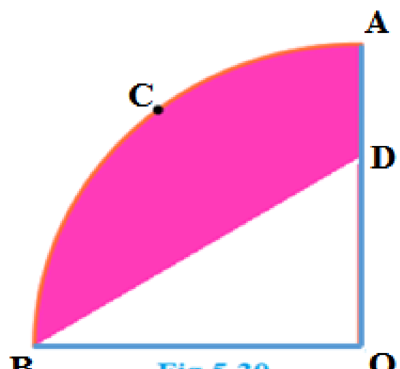


Fig 5.30

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 3.5 cm $= \frac{7}{2}$ cm

(i) OACBಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{4}$ cm^2

$= \frac{\frac{22}{7} \text{x} \frac{7}{2} \text{x} \frac{7}{2}}{4}$ cm^2

$= \frac{77}{8}$ cm^2

(ii) BOD ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 2$ cm^2

$= \frac{7}{2}$ cm^2

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿರುವ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = OACBಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - BOD ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(\frac{77}{8} - \frac{7}{2}\right)$ cm^2

$= \left(\frac{77}{8} - \frac{28}{8}\right)$ cm^2 $= \left(\frac{49}{8}\right)$ cm^2

= 6.125 cm^2

13. ಚಿತ್ರ 5.31 ರಲ್ಲಿ, OABC ಚೌಕವು OPBQ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದಲ್ಲಿ ಅಂತಸ್ಥವಾಗಿದೆ. OA = 20 cm ಆದರೆ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (π = 3.14 ಎಂದು ಬಳಸಿ).

ಚೌಕದ ಬದಿಯ ಅಳತೆ = OA = AB = 20 cm

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ = OB

OABಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ

∴ΔOABಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜದಲ್ಲಿ ,

$OB^2 = AB^2 + OA^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow OB^2 = 20^2 + 20^2$

$\Rightarrow OB^2 = 400 + 400$

$\Rightarrow OB^2 = 800$

$\Rightarrow OB = 20\sqrt{2}$ cm

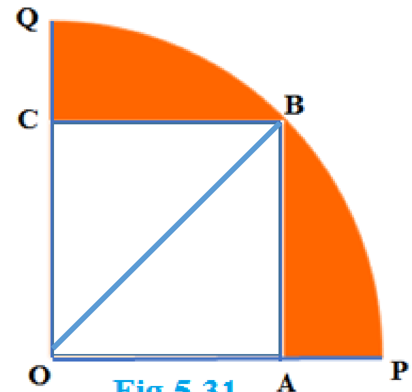


Fig 5.31

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{4}$ cm^2

$= \frac{3.14 x (20\sqrt{2})^2}{4}$ cm^2

$= \frac{3.14 x\ 400 x2}{4}$ cm^2

= 3.14 x 200 cm^2 = 628 cm^2

ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 20 × 20 = 400 cm^2

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ಚೌಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= 628 - 400 cm^2 = **228 cm^2**

14. ತ್ರಿಜ್ಯ 21 cm ಮತ್ತು 7 cm ಇರುವ `O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ಕಂಸಗಳು AB ಮತ್ತು CD (ಚಿತ್ರ 5.32 ನ್ನು ನೋಡಿ). ∠AOB = 30^0 ಆದರೆ, ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ R = 21 cm

ಚಿಕ್ಕ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ r = 7 cm

ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳ ಕಂಸಗಳು ಉಂಟುಮಾಡುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಕೋನ = 30°

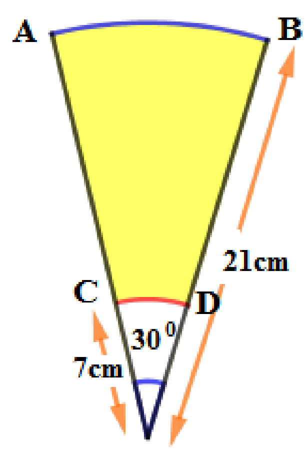


Fig 5.32

ಹೊರ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{30°}{360°} \times \pi\ r^2$ cm^2

$= \frac{1}{12} x \frac{22}{7} x\ 21x21$ cm^2

$= \frac{1}{4} x\ 22\ x\ 3\ x7$ cm^2

$= \frac{1}{2} x\ 11\ x\ 3\ x7$ cm^2

$= \frac{231}{2}$ **cm^2**

ಒಳ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{30°}{360°} \times \pi\ r^2$ cm^2

$= \frac{1}{12} x \frac{22}{7} x7x7$ cm^2

$= \frac{1}{6} x\ 11\ x7$ cm^2

$= \frac{77}{6}$ **cm^2**

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಹೊರ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ– ಒಳ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \left(\frac{231}{2} - \frac{77}{6}\right)\text{cm}^2$

$= \left(\frac{693}{6} - \frac{77}{6}\right)\text{cm}^2$

$= \left(\frac{616}{6}\right)\text{cm}^2$

$= \mathbf{\frac{308}{3}\ cm^2}$

15. ಚಿತ್ರ 5.33 ರಲ್ಲಿ, ABC ಯು 14 cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕವಾಗಿದೆ ಮತ್ತು BC ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವಂತೆ ಒಂದು ಅರ್ಧವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ. ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

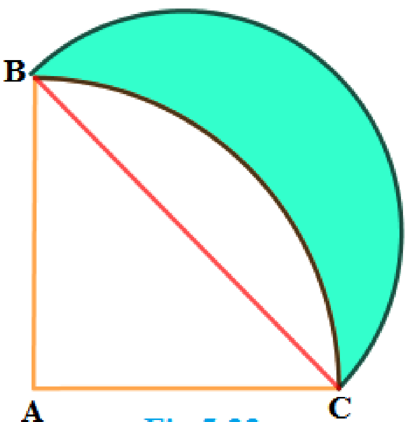


Fig 5.33

ABC ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ತ್ರಿಜ್ಯ = 14 cm

AB = AC = 14 cm

BC ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಸ

ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ

$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

$\Rightarrow BC^2 = 14^2 + 14^2$

$\Rightarrow BC = 14\sqrt{2}$ cm

ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ $= \frac{14\sqrt{2}}{2}\text{cm} = 7\sqrt{2}$ cm

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= = \frac{1}{2} \times 14 \times 14\ \text{cm}^2$

$= 7 \times 14 \times 14 = \mathbf{98\ cm^2}$

ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{4}\ \text{cm}^2$

$= \frac{\frac{22}{7} \text{x } 14 \text{x} 14}{4}\ \text{cm}^2$

$\mathbf{= 154\ cm^2}$

ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{\pi R^2}{2}$

$= \frac{\frac{22}{7} \text{x } 7\sqrt{2} \text{ x } 7\sqrt{2}}{2}$

$\mathbf{= 154\ cm^2}$

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= ಅರ್ಧವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ + ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= 154 + 98 - 154\ \text{cm}^2$

$\mathbf{= 98\ cm^2}$

16. ಚಿತ್ರ 5.34 ರಲ್ಲಿ, 8 cm ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎರಡು ವೃತ್ತ ಚತುರ್ಥಕಗಳ ನಡುವಿನ ಸಾಮಾನ್ಯ ವಲಯದ ವಿನ್ಯಾಸವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

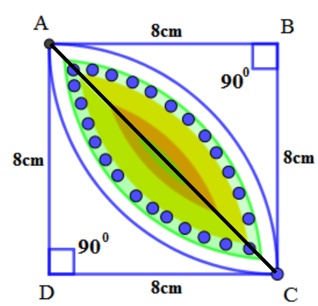


Fig 5.34

AB = BC = CD = AD = 8 cm

ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ΔADC ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{1}{2}$ x 8 x 8 = $\mathbf{32\ cm^2}$

AECBಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = AFCD ಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{\pi R^2}{4}\ \text{cm}^2 = \frac{\frac{22}{7}\text{x } 8\text{x}8}{4}$

$= \mathbf{\frac{352}{7}\ cm^2}$

ಛಾಯೆಗೊಳಿಸಿದ ಭಾಗದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

= (AECBಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ- ΔABCಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ) + (AFCDಚತುರ್ಥಕದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ - ΔADCವಿಸ್ತೀರ್ಣ)

$=\left(\frac{352}{7} - 32\right) + \left(\frac{352}{7} - 32\right) cm^2$

$= 2 \times \left(\frac{352}{7} - 32\right) cm^2$

$= 2 \times \left(\frac{352-224}{7}\right) cm^2$

$= 2 \times \left(\frac{128}{7}\right) cm^2$

$= \frac{256}{7}$ **cm^2**

ಸಾರಾಂಶ

1. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ಪರಿಧಿ = $2\pi r^2$
2. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = πr^2
3. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ r ಮತ್ತು ಡಿಗ್ರಿಗಳಲ್ಲಿ ಕೋನದ ಅಳತೆ θ ಇರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ಕಂಸದ ಉದ್ದವು = $\frac{\theta}{360} \times 2\pi r$
4. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಮತ್ತು ಡಿಗ್ರಿಯಲ್ಲಿ ಕೋನದ ಅಳತೆ ಇರುವ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು = $\frac{\theta}{360} \times \pi r^2$
5. ಒಂದು ವೃತ್ತದ ವೃತ್ತಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಜ್ಯಾಂತರ ಖಂಡದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ – ಅನುರೂಪ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ.

6 ರಚನೆಗಳು

6.2 ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ವಿಭಾಗಿಸುವುದು ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು

ರಚನೆ 6.1

ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ದತ್ತ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವುದು

AB ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು m:n ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿಭಾಗಿಸಿ,

ಹಂತಗಳು:

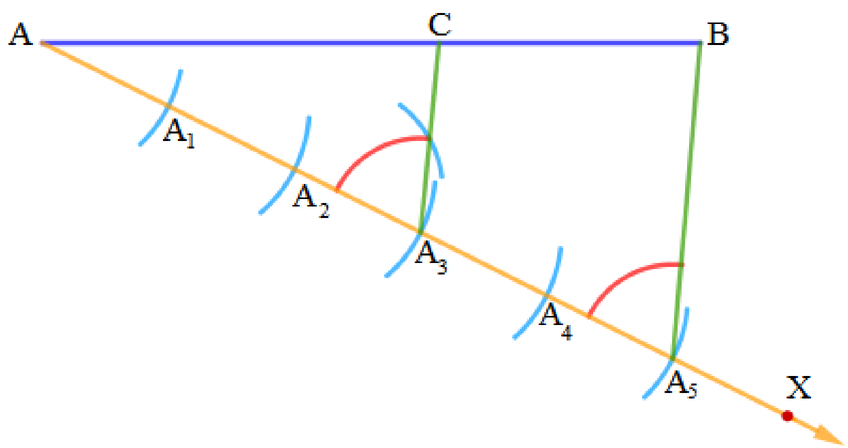
ಹಂತ 1	AB ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. AX ಕಿರಣವನ್ನು, AB ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಉಂಟಾಗುವಂತೆ ಎಳೆಯಿರಿ. (ಇದನ್ನು ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಬದಿ ಅಥವಾ ಕೆಳಬದಿಗಳಲ್ಲಿ ಎಳೆಯಬಹುದು)
ಹಂತ 2	XY ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ $m + n = p$ $(A_1, A_2, A_3, \ldots A_m \ldots, A_{p-1}, A_p)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5 \ldots A_{p-1}A_p$ ಇರುವಂತೆ ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	BA_p ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.
ಹಂತ 4	A_m ಬಿಂದುವಿನಿಂದ BA_p ಗೆ ಒಂದು ಸಮಾಂಮತರ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು AB ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

ಹಂತ 1	$A_mC \parallel A_pB$
ಹಂತ 2	$\therefore \frac{AA_m}{A_mA_p} = \frac{AC}{CB}$ [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ]
ಹಂತ 3	$\therefore \frac{AA_m}{A_mA_p} = \frac{m}{p-m}$

ಈಗ C ಬಿಂದು AB ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು m:n ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

AB ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ನೀಡಿದೆ, ಇದನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿಭಾಗಿಸಿ



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	**AB ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಒಂದು ಕಿರಣ AX ಎಳೆಯಿರಿ.**
ಹಂತ 2	$AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$ ಆಗುವಂತೆ AX ನ ಮೇಲೆ A_1, A_2, A_3, A_4 ಮತ್ತು A_5 ಎಂಬ 5 ($\because$ 3+2=5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	BA_5 ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.
ಹಂತ 4	AB ಯನ್ನು `C' ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ A_3 ಯಲ್ಲಿ AA_5B ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದರಿಂದ A_5B ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

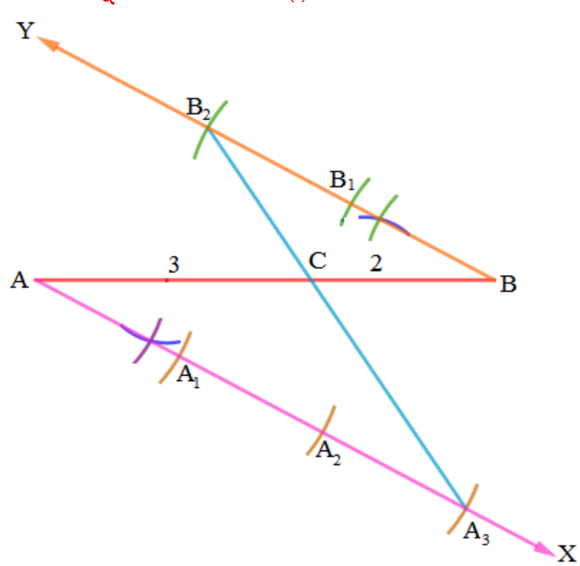
ಈಗ AC : CB = 3 : 2 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

ಹಂತ 1	$A_3C \parallel A_5B$
ಹಂತ 2	$\therefore \frac{AA_3}{A_3A_5} = \frac{AC}{CB}$ [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ]
ಹಂತ 3	$\therefore \frac{AA_3}{A_3A_5} = \frac{3}{5-3} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3:2$

ಪರ್ಯಾಯ ವಿಧಾನ:

AB ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ನೀಡಿದೆ, ಇದನ್ನು 3:2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ನಾವು ವಿಭಾಗಿಸಿ.



ಹಂತ 1	AB ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಒಂದು ಕಿರಣ AX ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 2	$\angle ABY = \angle BAX$ ಆಗುವಂತೆ BY ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 3	XY ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 3 (A_1, A_2, A_3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು $AA_1 = A_1A_2 = A_2A_3$ ಮತ್ತು BY ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ 2 (B_1, B_2) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು $BB_1 = B_1B_2 = AA_1$ ಇರುವಂತೆ ಗುರುತಿಸಿ
ಹಂತ 4	A_3B_2 ನ್ನು ಜೋಡಿಸಿ. ಅದು ABರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C ನಲ್ಲಿ 3:2ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

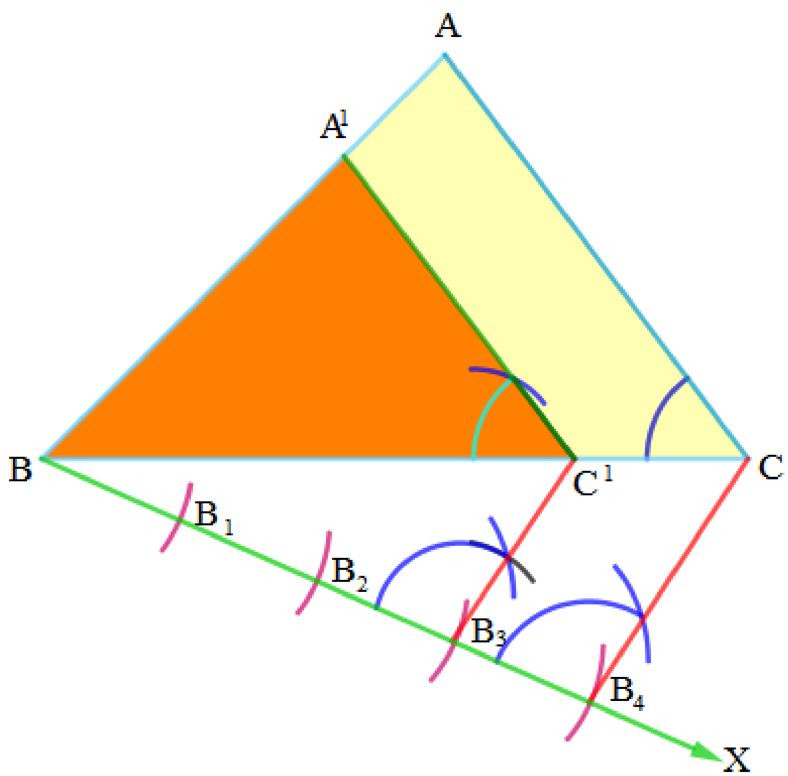
ಹಂತ 1	ΔAA_3C ಮತ್ತು ΔBB_2C ಗಳಲ್ಲಿ $\angle ACA_3 = BCB_2$ (ಶೃಂಗಾಭಿಮುಖ ಕೋನಗಳು) $\angle CAA_3 = CBB_2$ (ಪರ್ಯಾಯ ಕೋನಗಳು) $\Delta AA_3C \sim \Delta BB_2C$ (ತ್ರಿಭುಜಗಳು ಸಮಕೋನೀಯಗಳು)
ಹಂತ 2	$\therefore \frac{AA_3}{BB_2} = \frac{AC}{BC}$ [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ]
ಹಂತ 3	$\therefore \frac{AA_3}{BB_2} = \frac{3}{2}$
ಹಂತ 4	$\therefore \frac{AC}{BC} = \frac{3}{2} \Rightarrow AC : BC = 3:2$

ರಚನೆ 6.2:

ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ಅನುಪಾತಾಂಕ (Scale – Factor))ವನ್ನು ನೀಡಿದ್ದಾಗ, ಸಮರೂಪ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜ ABCಗೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ [ಅಂದರೆ, ಅನುಪಾತಾಂಕ, $\frac{3}{4}$ ಇರುವಂತೆ]

ಪರಿಹಾರ: ABC ಯು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ ಈಗ ನಾವು ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.



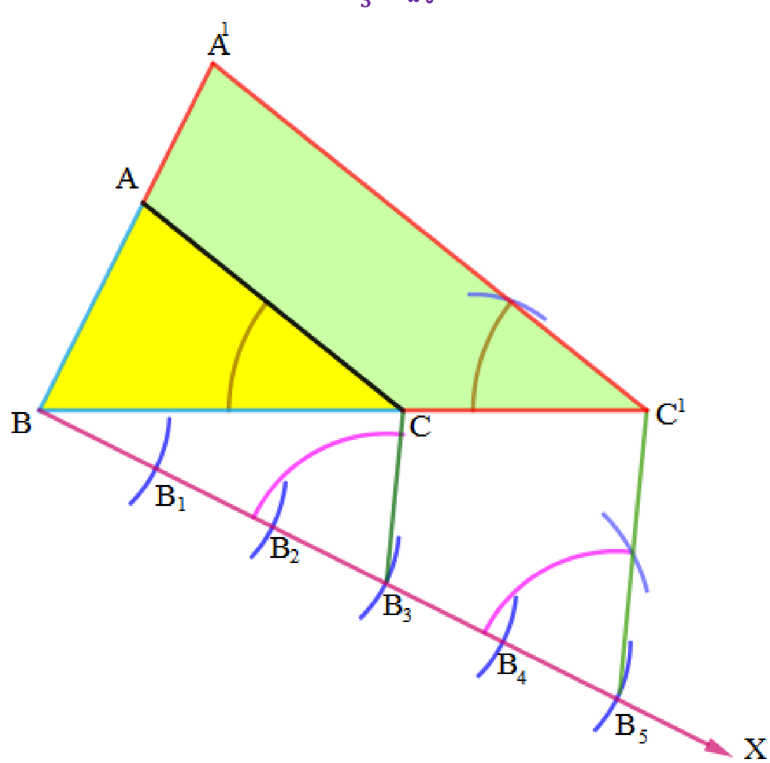
ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು BC ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಒಂದು ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 2	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3 ಮತ್ತು B_4 ಎಂಬ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು($\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿನ 3 ಮತ್ತು 4 ರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು) ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	B_4, C ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು B_4C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_3 (3ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿನ 3 ಮತ್ತು 4 ರಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದು) ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು BC ಯನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 4	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು BA ಯನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ ಈಗ ΔA^1BC^1 ಯು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

$\frac{BC^1}{C^1C} = \frac{3}{1}$
$\therefore \frac{BC}{BC^1} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$
$\Rightarrow \frac{BC^1}{BC} = \frac{3}{4}$
$C^1A^1 \parallel CA \quad \therefore \Delta A^1BC^1 \sim \Delta ABC$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{3}{4}$

ಉದಾಹರಣೆ 2: ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜ ABC ಗೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{5}{3}$ ರಷ್ಟಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ (ಅಂದರೆ, ಅನುಪಾತಾಂಕ $\frac{5}{3}$ ಇರುವಂತೆ)



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು, BC ಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
ಹಂತ 2	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = B_4B_5$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3, B_4 ಮತ್ತು B_5 ಎಂಬ 5 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ($\frac{5}{3}$ ರಲ್ಲಿ 5 ಮತ್ತು 3 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು)ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	B_3 (3ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{5}{3}$ ರಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 5 ರಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದು) ಯನ್ನು C ಗೆ ಸೇರಿಸಿ. B_3C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_5 ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BC ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 4	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BA ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

ಸಮರ್ಥನೆ:

$\Delta \mathbf{ABC} \sim \Delta \mathbf{A'BC'}$
$\Rightarrow \frac{AB}{A^1B} = \frac{AC}{A^1C^1} = \frac{BC}{BC^1}$
ಆದರೆ, $\frac{BC}{BC^1} = \frac{BB_3}{BB_5} = \frac{3}{5}$
$\therefore \frac{BC^1}{BC} = \frac{5}{3}$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{5}{3}$

ಅಭ್ಯಾಸ 6.1

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ರಚನಾ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ಸಹ ನೀಡಿರಿ.

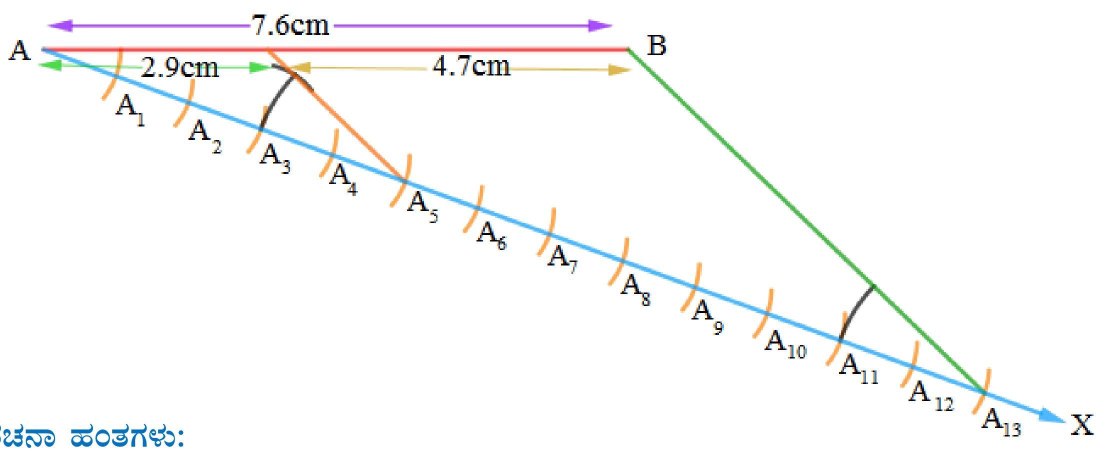
1. 7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.
2. 4cm, 5cm ಮತ್ತು 6cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.
3. 5cm, 6cm ಮತ್ತು 7cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
4. ಪಾದ 8cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $1\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
5. BC = 6cm, AB = 5cm ಮತ್ತು $\angle ABC = 60^0$ ಇರುವಂತೆ ಂಃಅ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

6. BC = 7cm, $\angle A = 45^0$, $\angle = 105^0$ ಇರುವಂತೆ ಂಃಅ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು, ΔABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.
7. ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 4cm ಮತ್ತು 3cm (ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿದ) ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳ, ಮೊದಲ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ರಚನಾ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ಸಹ ನೀಡಿರಿ.

1. 7.6cm ಉದ್ದವಿರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು 5 : 8 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿ. ಎರಡೂ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ



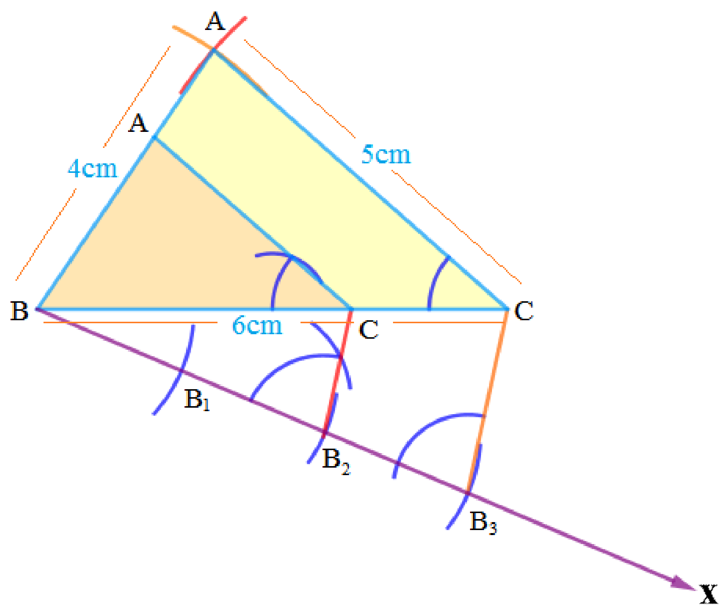
ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	AB ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಒಂದು ಕಿರಣ AX ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 2	$AA_1 = A_1A_2 = \ldots = A_{12}A_{13}$ ಆಗುವಂತೆ AX ನ ಮೇಲೆ $A_1, A_2, \ldots A_{13}$ ಎಂಬ 13 ($\because$ 5+8=13) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	BA_{13} ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ.
ಹಂತ 4	AB ಯನ್ನು `C[1] ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸುವಂತೆ A_3 ಯಲ್ಲಿ AA_5B ಗೆ ಸಮನಾಗಿರುವ ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸುವುದರಿಂದ A_5B ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

ಹಂತ 1	$A_3C \parallel A_5B$
ಹಂತ 2	$\therefore \frac{AA_3}{A_3A_5} = \frac{AC}{CB}$ [ಮೂಲ ಸಮಾನುಪಾತತೆಯ ಪ್ರಮೇಯದಿಂದ]
ಹಂತ 3	$\therefore \frac{AA_3}{A_3A_5} = \frac{3}{5-3} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3:2$

2. 4cm, 5cm ಮತ್ತು 6cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಇದಕ್ಕೆ ಸಮರೂಪವಾಗಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ರಚಿಸಬೇಕಾದ ಈ ತ್ರಿಭುಜದ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{2}{3}$ ರಷ್ಟು ಇರಬೇಕು.



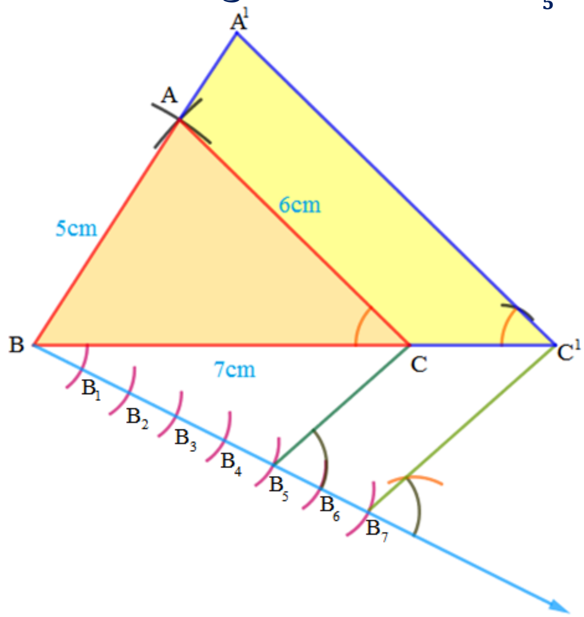
ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು BC ಯೊಂದಿಗೆ ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಒಂದು ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 2	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2 ಮತ್ತು B_3 ಎಂಬ3 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ($\frac{2}{3}$ ರಲ್ಲಿನ 3 ಮತ್ತು 2 ರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು) ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 3	B_3, C ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು B_3C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_2 (2ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{2}{3}$ ರಲ್ಲಿನ 3 ಮತ್ತು 2 ರಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದು) ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು BC ಯನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 4	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು BA ಯನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ ಈಗ ΔA^1BC^1 ಯು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

$\frac{BC^1}{C^1C} = \frac{2}{1}$
$\therefore \frac{BC}{BC^1} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$
$\Rightarrow \frac{BC^1}{BC} = \frac{2}{3}$
$C^1A^1 \parallel CA \quad \therefore \Delta A^1BC^1 \sim \Delta ABC$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{2}{3}$

3. 5cm, 6cm ಮತ್ತು 7cm ಬಾಹುಗಳಿರುವ ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಬಾಹುವು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{7}{5}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



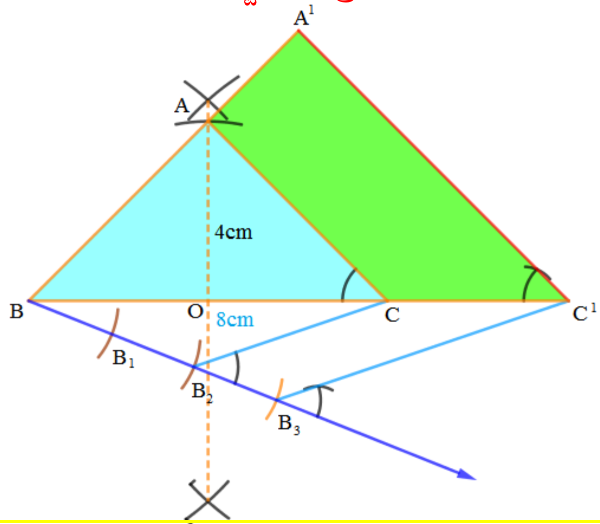
ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	BC = 7cm, AB = 5cm ಮತ್ತು AC = 6cm ಇರುವ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ.
ಹಂತ 2	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು, BC ಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
ಹಂತ 3	$BB_1 = B_1B_2$ --- $= B_6B_7$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3, --- ಮತ್ತು B_7 ಎಂಬ 7 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ($\frac{7}{5}$ ರಲ್ಲಿ 7 ಮತ್ತು 5 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು)ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 4	B_5 (5ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{7}{5}$ರಲ್ಲಿ 7 ಮತ್ತು 5 ರಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದು) ಯನ್ನು C ಗೆ ಸೇರಿಸಿ. B_5C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_7 ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BC ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 5	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BA ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

ಸಮರ್ಥನೆ:

$\Delta \mathbf{ABC} \sim \Delta \mathbf{A'BC'}$
$\Rightarrow \frac{AB}{A^1B} = \frac{AC}{A^1C^1} = \frac{BC}{BC^1}$
ಆದರೆ, $\frac{BC}{BC^1} = \frac{BB_3}{BB_5} = \frac{5}{7}$
$\therefore \frac{BC^1}{BC} = \frac{7}{5}$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{7}{5}$

4. ಪಾದ 8cm ಮತ್ತು ಎತ್ತರ 4cm ಇರುವ ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ಮೊದಲು ರಚಿಸಿದ ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $1\frac{1}{2}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



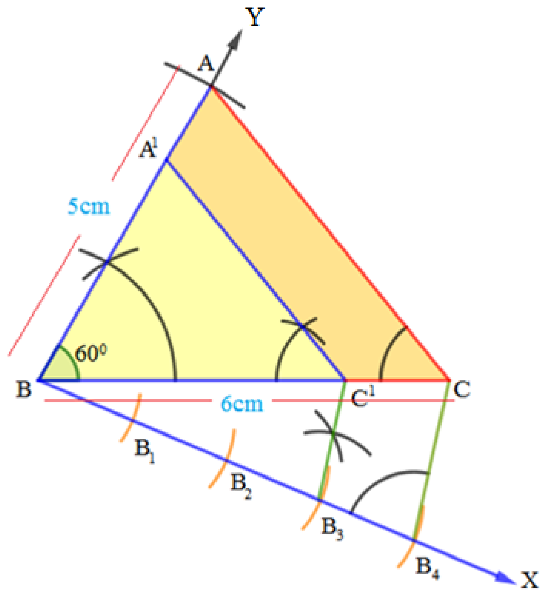
ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಪಾದ BC = 8cm ಎಳೆದು, ಅದಕ್ಕೆ ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಅದು BCಯನ್ನು O ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ. OA = 4cm ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ ಲಂಬಾರ್ಧಕವನ್ನು A ನಲ್ಲಿ ಕತ್ತರಿಸಲಿ. AB ಮತ್ತು AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಅದು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಹಂತ 2	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು, BC ಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
ಹಂತ 3	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3, ಎಂಬ 3 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ($\frac{3}{2}$ ರಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 2 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು)ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 4	B_2 (2ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{3}{2}$ ರಲ್ಲಿ 3 ಮತ್ತು 2 ರಲ್ಲಿ ಚಿಕ್ಕದು) ಯನ್ನು C ಗೆ ಸೇರಿಸಿ. B_2C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_3 ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BC ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 5	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BA ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

ಸಮರ್ಥನೆ:

$\Delta ABC \sim \Delta A'BC'$
$\Rightarrow \frac{AB}{A^1B} = \frac{AC}{A^1C^1} = \frac{BC}{BC^1}$
ಆದರೆ, $\frac{BC}{BC^1} = \frac{BB_3}{BB_5} = \frac{2}{3}$
$\therefore \frac{BC^1}{BC} = \frac{3}{2}$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{3}{2}$

5. BC = 6cm, AB = 5cm ಮತ್ತು $\angle ABC = 60^0$ ಇರುವಂತೆ ABC ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

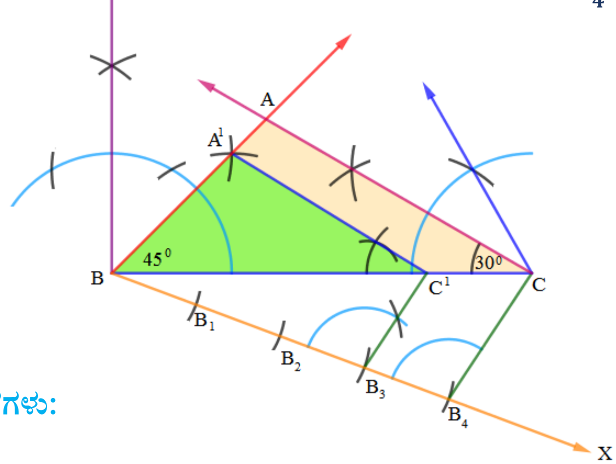
ಹಂತ 1	ಪಾದ BC = 6cm ಎಳೆದು, B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 60^0 ಇರುವಂತೆ ಕೋನ CBY ರಚಿಸಿ, Cಯನ್ನು O ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ. BA = 5cm ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಅದು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಹಂತ 2	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು, BC ಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
ಹಂತ 3	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3, B_4 ಎಂಬ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ($\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 3 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು)ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 4	B_4 (4ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 3 ರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು) ಯನ್ನು C ಗೆ ಸೇರಿಸಿ. B_4C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_3 ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದು BC ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 5	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BA ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

ಸಮರ್ಥನೆ:

$\frac{BC^1}{C^1C} = \frac{3}{1}$
$\therefore \frac{BC}{BC^1} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$
$\Rightarrow \frac{BC^1}{BC} = \frac{3}{4}$
$C^1A^1 \parallel CA \quad \therefore \Delta A^1BC^1 \sim \Delta ABC$

$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{3}{4}$

6. **BC = 7cm, $\angle$B =45^0 , $\angle$A =105^0** ಇರುವಂತೆ **ABC** ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳು, **ΔABC** ಯ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.



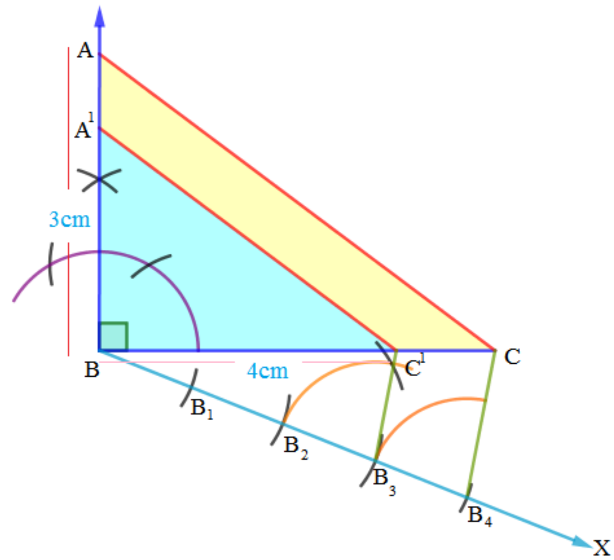
ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಪಾದ BC = 6cm ಎಳೆಯಿರಿ, B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 90^0 ಮತ್ತು C ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 60^0 [180 –(45+105) = 30^0] ಇರುವಂತೆ ಕೋನಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಅವುಗಳನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. [180 –(45+105) = 30^0] ಕೋನಾರ್ಧಕ ರೇಖೆಗಳು A ನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸಲಿ. ಅದು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಹಂತ 2	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು, BC ಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
ಹಂತ 3	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3, B_4 ಎಂಬ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ($\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 3 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು)ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 4	B_4 (4ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 3 ರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು) ಯನ್ನು C ಗೆ ಸೇರಿಸಿ. B_4C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_3 ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದು BC ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 5	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BA ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

ಸಮರ್ಥನೆ:

$\frac{BC^1}{C^1C} = \frac{3}{1}$
$\therefore \frac{BC}{BC^1} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$
$\Rightarrow \frac{BC^1}{BC} = \frac{3}{4}$
$C^1A^1 \parallel CA \quad \therefore \Delta A^1BC^1 \sim \Delta ABC$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{3}{4}$

7. **ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದ 4cm ಮತ್ತು 3cm (ವಿಕರ್ಣವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿದ) ಇರುವ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನು, ಅದರ ಬಾಹುಗಳ, ಮೊದಲ ತ್ರಿಭುಜದ ಅನುರೂಪ ಬಾಹುಗಳ $\frac{3}{4}$ ರಷ್ಟಿರುವಂತೆ ರಚಿಸಿ.**



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಪಾದ BC = 4cm ಎಳೆಯಿರಿ, B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 90^0 ಇರುವಂತೆ ಕೋನ ರಚಿಸಿ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. AB= 3cm ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಅದು ತ್ರಿಭುಜ ABC ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಹಂತ 2	ಶೃಂಗ A ಯ ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹು, BC ಯೊಂದಿಗೆ ಒಂದು ಲಘುಕೋನ ಏರ್ಪಡುವಂತೆ ಯಾವುದೇ ಕಿರಣ BX ನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ
ಹಂತ 3	$BB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4$ ಆಗುವಂತೆ BX ನ ಮೇಲೆ B_1, B_2, B_3, B_4 ಎಂಬ 4 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ($\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 3 ರಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ದೊಡ್ಡದು)ಗುರುತಿಸಿ.
ಹಂತ 4	B_4 (4ನೇ ಬಿಂದು, $\frac{3}{4}$ ರಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 3 ರಲ್ಲಿ ದೊಡ್ಡದು) ಯನ್ನು C ಗೆ ಸೇರಿಸಿ. B_4C ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ B_3 ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದು BC ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು C^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 5	CA ಗೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವಂತೆ C^1 ನ ಮೂಲಕ ಒಂದು ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ವೃದ್ಧಿಸಿದ BA ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು A^1 ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ

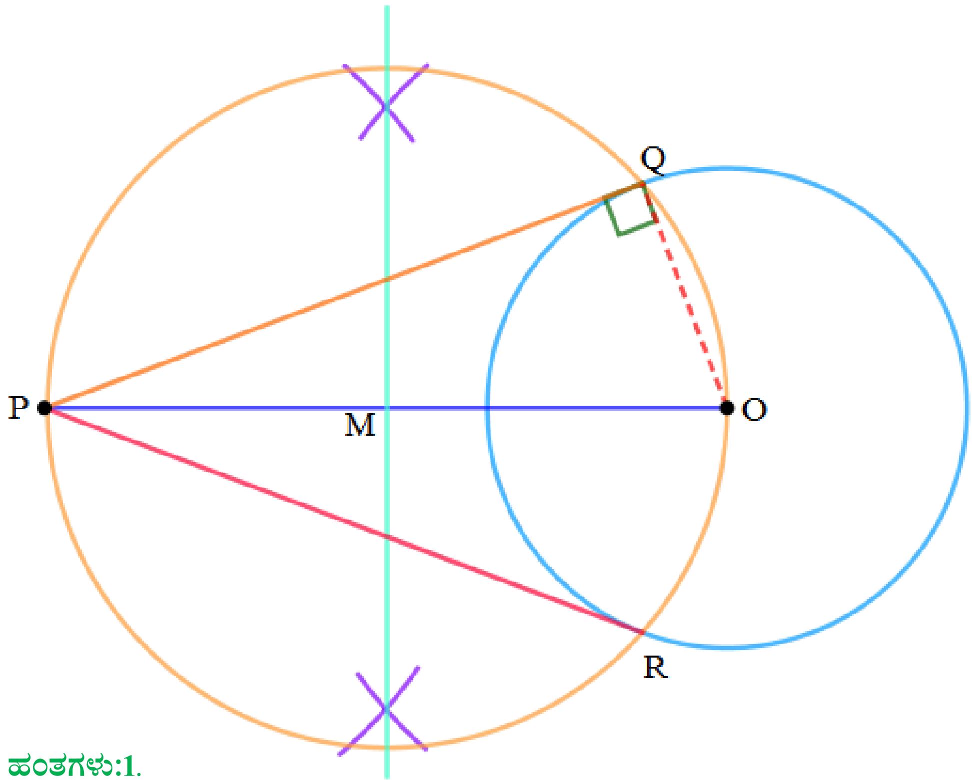
ಸಮರ್ಥನೆ:

$\frac{BC^1}{C^1C} = \frac{3}{1}$
$\therefore \frac{BC}{BC^1} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$
$\Rightarrow \frac{BC^1}{BC} = \frac{3}{4}$
$C^1A^1 \parallel CA \quad \therefore \Delta A^1BC^1 \sim \Delta ABC$
$\Rightarrow \frac{A^1B}{AB} = \frac{BC^1}{BC} = \frac{A^1C^1}{AC} = \frac{3}{4}$

6.3 ಒಂದು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು

ರಚನೆ 6.3: ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸುವುದು.

`O' ಕೇಂದ್ರವಿರುವ ವೃತ್ತವನ್ನು ಮತ್ತು ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು `P'ನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ. `P' ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ನಾವು ರಚಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ.



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:1.

ಹಂತ 1	**P, O ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. PO ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು `M' ಆಗಿರಲಿ**
ಹಂತ 2	`M' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ MO ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ, ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ದತ್ತ ವೃತ್ತವನ್ನು `Q' ಮತ್ತು `R' ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 3	P,Q ಮತ್ತು P,R ಸೇರಿಸಿ.
ಈಗ, PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.	

ಸಮರ್ಥನೆ:

O, Q ಸೇರಿಸಿ. $\angle PQO$ ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದ ಕೋನವಾಗಿದೆ.

$\therefore \angle PQO = 90^0 \Rightarrow PQ \perp OQ$ OQ
ಎಂಬುದು ದತ್ತ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾದುದರಿಂದ PQ ವು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ PR ಕೂಡ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 6.2

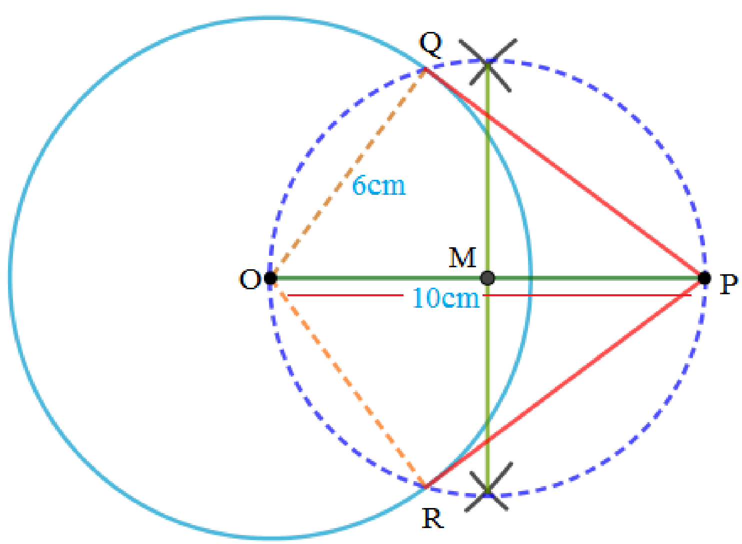
ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ರಚನಾ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ಸಹ ನೀಡಿರಿ.

1. 6cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.
2. 4cm ಮತ್ತು 6cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳಿವೆ. 6cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 4cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಅಳತೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಚಾರದಿಂದ ತಾಳೆನೋಡಿ.
3. 3cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರ ಒಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ ಅದರ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವು 7cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ p ಮತ್ತು q ಎಂಬ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
4. 5cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60^0 ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
5. AB = 8cm ಇರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡ ಎಳೆಯಿರಿ. `A' ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 4cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು `B' ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 3cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
6. AB = 6cm, BC = 8cm ಮತ್ತು B = 90 ಇರುವ ΔABC ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರಲಿ. BD ಯು `B' ನಿಂದ AC ಯ ಮೇಲಿನ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. B, C, D ಮೂಲಕ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ `A' ನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.
7. ಒಂದು ಬಳೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲಿ ರಚನಾ ಹಂತಗಳಿಗೆ ಸಮರ್ಥನೆಯನ್ನು ಸಹ ನೀಡಿರಿ.

1. 6cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ಇದರ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 10cm ದೂರದ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ.



PQ = PR = 8cm

ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	PO = 10cm ಎಳೆಯಿರಿ. P, O ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. PO ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು `M' ಆಗಿರಲಿ
ಹಂತ 2	`M' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ MO ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ, ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ದತ್ತ ವೃತ್ತವನ್ನು `Q' ಮತ್ತು `R' ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 3	P,Q ಮತ್ತು P,R ಸೇರಿಸಿ. ಮತ್ತು ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಅದು 8ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಈಗ, PQ ಮತ್ತು PR ಗಳು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.	

ಸಮರ್ಥನೆ:

O, Q ಸೇರಿಸಿ. $\angle PQO$ ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದ ಕೋನವಾಗಿದೆ.

$\therefore \angle PQO = 90^0 \Rightarrow PQ \perp OQ$

OQ ಎಂಬುದು ದತ್ತ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾದುದರಿಂದ PQ ವು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಬೇಕು.

ΔPQO ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

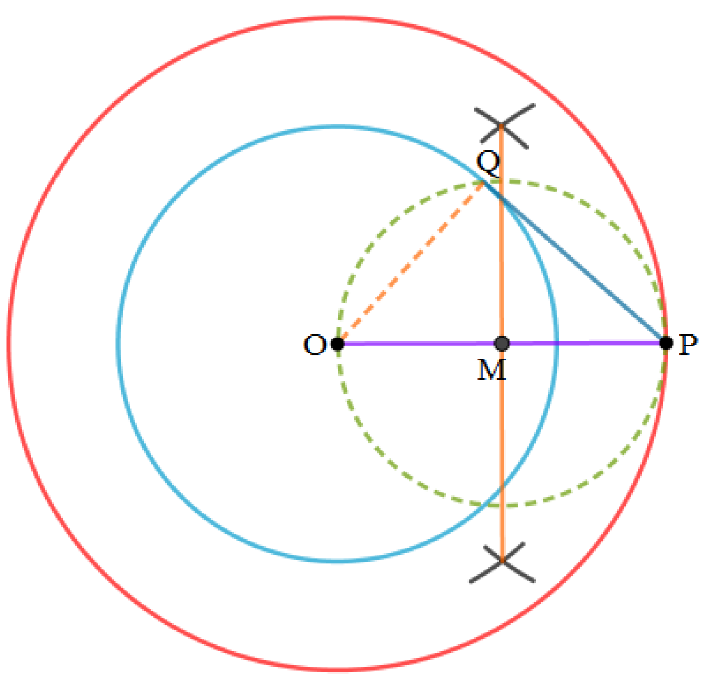
$OP^2 = OQ^2 + PQ^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]

$\Rightarrow PQ^2 = 10^2 - 6^2$

$\Rightarrow PQ^2 = 64 \Rightarrow PQ = 8$ cm

ಇದೇ ರೀತಿ PR ಕೂಡ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

2. 4cm ಮತ್ತು 6cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿರುವ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳಿವೆ. 6cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಿಂದ 4cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಅಳತೆಯನ್ನು ಲೆಕ್ಕಾಚಾರದಿಂದ ತಾಳೆನೋಡಿ.



PQ ~ 4.5cm

ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 4 ಮತ್ತು 6cm ತ್ರಿಜ್ಯಗಳುಳ್ಳ ಎರಡು ಏಕಕೇಂದ್ರೀಯ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ದೊಡ್ಡ ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಒಂದು ಬಿಂದು P ಯನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. OP ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. PO ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು `M' ಆಗಿರಲಿ
ಹಂತ 2	`M' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ MO ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ, ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ದತ್ತ ವೃತ್ತವನ್ನು Q ಬಿಂದುನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 3	P,Q ಸೇರಿಸಿ. ಮತ್ತು ಉದ್ದವನ್ನು ಅಳೆಯಿರಿ. ಅದು ≈4.5ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಈಗ, PQ ≈**4.5ಸೆಂ.ಮೀ.** ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಆಗಿದೆ.	

ಸಮರ್ಥನೆ:

O, Q ಸೇರಿಸಿ. ∠PQO ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದ ಕೋನವಾಗಿದೆ.

$\therefore \angle PQO = 90^0 \Rightarrow PQ \perp OQ$

OQ ಎಂಬುದು ದತ್ತ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾದುದರಿಂದ PQ ವು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಬೇಕು.

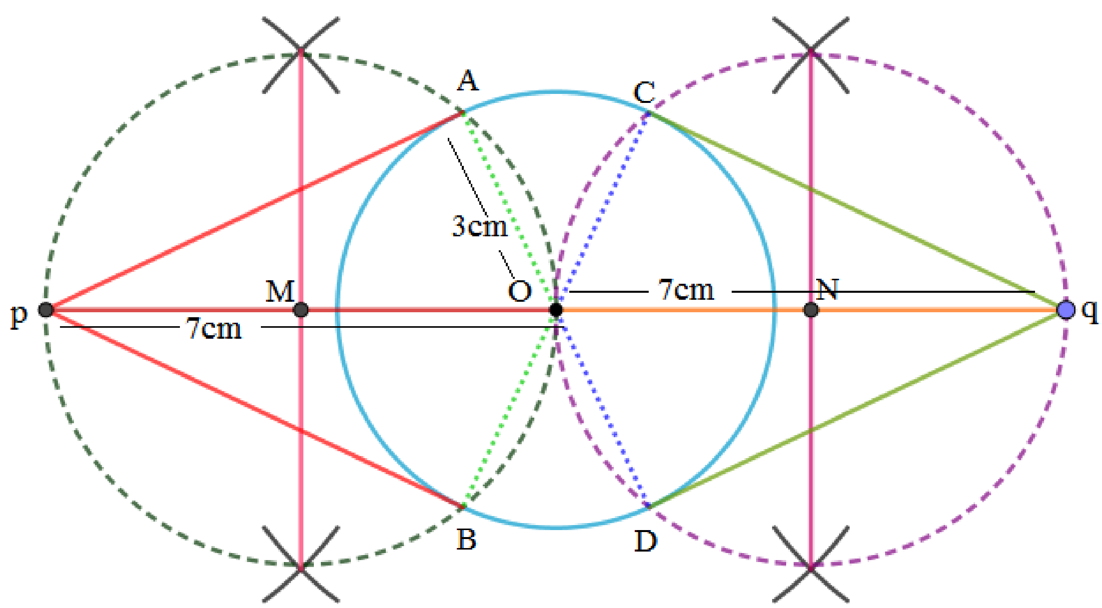
Δ PQO ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ,

$OP^2 = OQ^2 + PQ^2$ [ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯ]

$\Rightarrow PQ^2 = 6^2 - 4^2$

$\Rightarrow PQ^2 = 20 \Rightarrow PQ = 4.47cm$

3. 3cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದರ ಒಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎರಡೂ ಕಡೆ ವೃದ್ಧಿಸಿ ಅದರ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಪ್ರತಿ ಬಿಂದುವು 7cm ದೂರದಲ್ಲಿರುವಂತೆ p ಮತ್ತು q ಎಂಬ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. ಈ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	O ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ 3cm ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಒಂದು ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆದು ಅದನ್ನು ಉಭಯ ಪಾರ್ಶ್ವಗಳಲ್ಲಿ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ 7cm ವೃದ್ಧಿಸಿ, ಅದರ ತುದಿ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು p , q ಎಂದು ಹೆಸರಿಸಿ. OP ಮತ್ತು OQ ಗಳಿಗೆ ಪ್ರತ್ಯೇಕವಾಗಿ ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಅದು OP ಮತ್ತು OQ ಗಳನ್ನು M ಮತ್ತು N ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 2	\`M' ಮತ್ತು N ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ MO ಮತ್ತು NO ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಿಂದ, ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ದತ್ತ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು A,B ಮತ್ತು C,D ಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 3	pಯನ್ನು A ಮತ್ತು B ಗಳಿಗೆ q ವನ್ನು C ಮತ್ತು D ಗಳಿಗೆ ಸೇರಿಸಿ.
ಈಗ, pA, pB, qC, qD ಗಳು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಆಗಿದೆ.	

ಸಮರ್ಥನೆ:

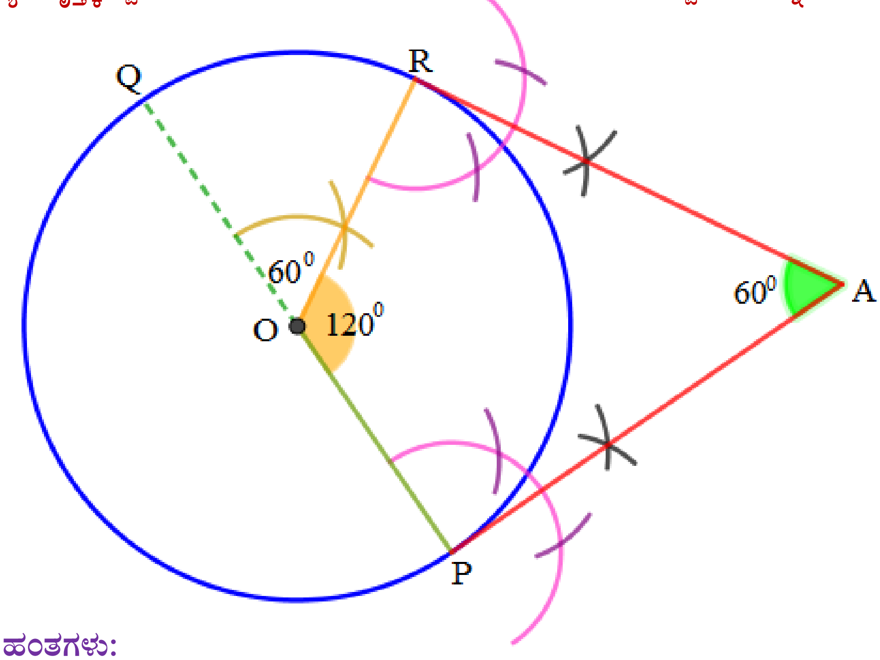
p, A ಸೇರಿಸಿ. $\angle pAO$ ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದ ಕೋನವಾಗಿದೆ.

$\therefore \angle pAO = 90^0 \Rightarrow pA \perp OA$

OA ಎಂಬುದು ದತ್ತ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವಾದುದರಿಂದ pA ವು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ pB, qC, qD ಗಳು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.

4. 5cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ, ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60^0 ಇರುವಂತೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನ 60^0 ಇರಬೇಕಾದರೆ, ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ (180–60) 120^0 ಕೋನವನ್ನು ರಚಿಸಬೇಕು. ಇದಕ್ಕಾಗಿ PQ ವ್ಯಾಸವನ್ನು ಎಳೆದು ಕೇಂದ್ರದಲ್ಲಿ $\angle QOR = 60^0$ ಯನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಈಗ $\angle PQR = 180 - 60^0 = 120^0$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಹಂತ 2	P ಮತ್ತು R ಗಳಲ್ಲಿ OR ಮತ್ತು OP ಗಳಿಗೆ ಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಆ ಲಂಬಗಳು A ನಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಸಂಧಿಸಲಿ.
ಹಂತ 3	ಈಗ, AP ಮತ್ತು ARಗಳು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕ ಆಗಿದೆ.

ಸಮರ್ಥನೆ:

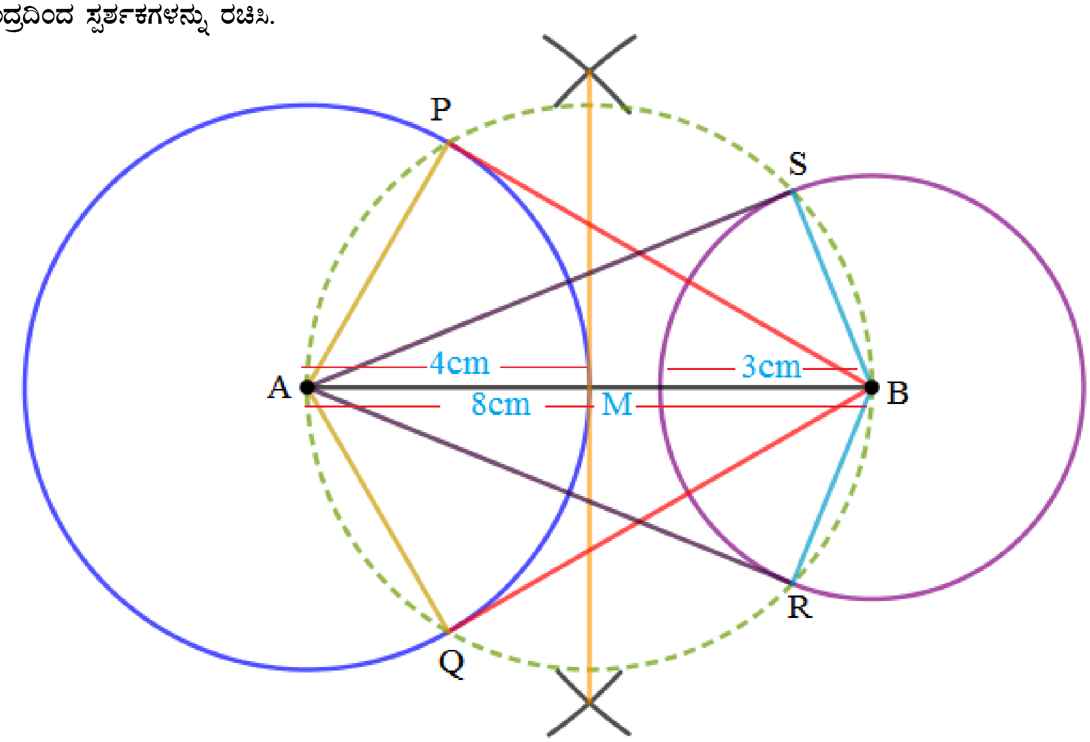
R ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಲಂಬ ರಚಿಸಿರುವುದರಿಂದ $\angle ARO = 90^0$

ಮತ್ತು OR ತ್ರಿಜ್ಯ. $\therefore$ AR ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಇದೇ ರೀತಿ AP ಸಹ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ಚತುರ್ಭುಜ APOR ನಲ್ಲಿ $\angle A = 360^0 - [\ 90^0 + 90^0 + 120^0\ ] = 60^0$

5. AB = 8cm ಇರುವ ಒಂದು ರೇಖಾಖಂಡ ಎಳೆಯಿರಿ. `A' ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 4cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು `B' ಯನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ 3cm ತ್ರಿಜ್ಯದ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಪ್ರತಿ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಮತ್ತೊಂದು ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರದಿಂದ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	AB = 8cm ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. A ಮತ್ತು B ಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮವಾಗಿ 4 ಮತ್ತು 3 ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯಗಳುಳ್ಳ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 2	AB ರೇಖೆಗೆ ಲಂಬಾರ್ಧ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು AB ಯನ್ನು M ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 3	M ಮೂಲಕ A ಮತ್ತು B ಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.ಅದು 4ಸೆಂ.ಮೀ ವೃತ್ತವನ್ನು P,Q ಮತ್ತು 3ಸೆಂ.ಮೀ ವೃತ್ತವನ್ನು S, R ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 4	BP, BQ, AS ಮತ್ತು AR ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಇವುಗಳು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.

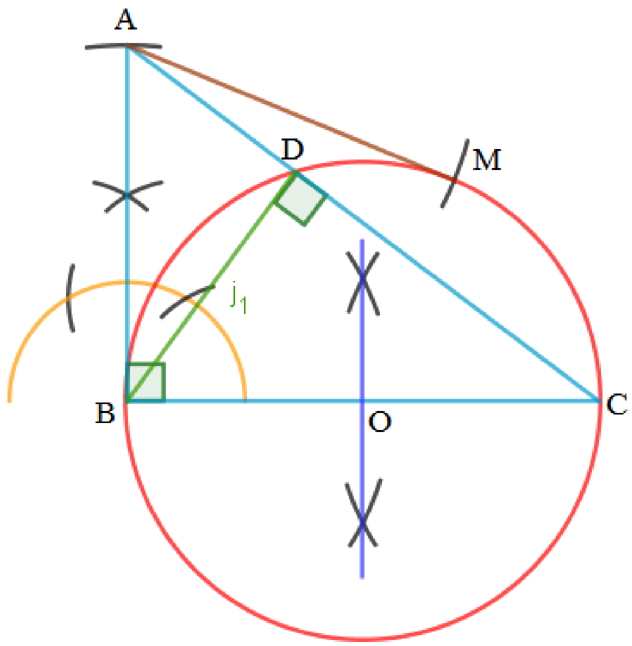
BP ಮತ್ತು AS ಸೇರಿಸಿ. $\angle APB$ ಮತ್ತು $\angle ASB$ಗಳು ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

$\therefore \angle APB = 90^0$ ಮತ್ತು $\angle ASB = 90^0$

AP ಮತ್ತು BS ಗಳು ತ್ರಿಜ್ಯಗಳಾಗಿರುವುದರಿಂದ BP ಮತ್ತು AS ಗಳು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ BQ ಮತ್ತು AR ಗಳು ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.

6. AB = 6cm, BC = 8cm ಮತ್ತು $\angle B = 90^0$ ಇರುವ ΔABC ಯು ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿರಲಿ. BD ಯು `B' ನಿಂದ AC ಯ ಮೇಲಿನ ಲಂಬವಾಗಿದೆ. B, C, D ಮೂಲಕ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆದಿದೆ `A' ನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ.



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	BC = 8cm ಎಳೆಯಿರಿ. B ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಒಂದು ಲಂಬವನ್ನು ರಚಿಸಿ, ಲಂಬರೇಖೆಯನ್ನು 6ಸೆಂ.ಮೀ. ತ್ರಿಜ್ಯದ ಕಂಸದಿಂದ ಕತ್ತರಿಸಿ, A ಬಿಂದುವನ್ನು ಗುರುತಿಸಿ. AC ಯನ್ನು ಸೇರಿಸಿ. ಈಗ ABC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.
ಹಂತ 2	BC ಗೆ ಒಂದು ಲಂಬಾರ್ಧ ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದು BC ಯನ್ನು O ನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 3	O ಮೂಲಕ B ಮತ್ತು C ಗಳ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವಂತೆ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.ಅದು AC ಯನ್ನು D ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.BD ಸೇರಿಸಿ. BDC ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜವಾಗಿದೆ.
ಹಂತ 4	AB = AM ಇರುವಂತೆ AM ರೇಖೆಯನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ.
ಹಂತ 5	$AB \perp BO$ ಮತ್ತು BO ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿರುವುದರಿಂದ AB ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

ΔABC ಯಲ್ಲಿ $\angle ABC = 90^0$

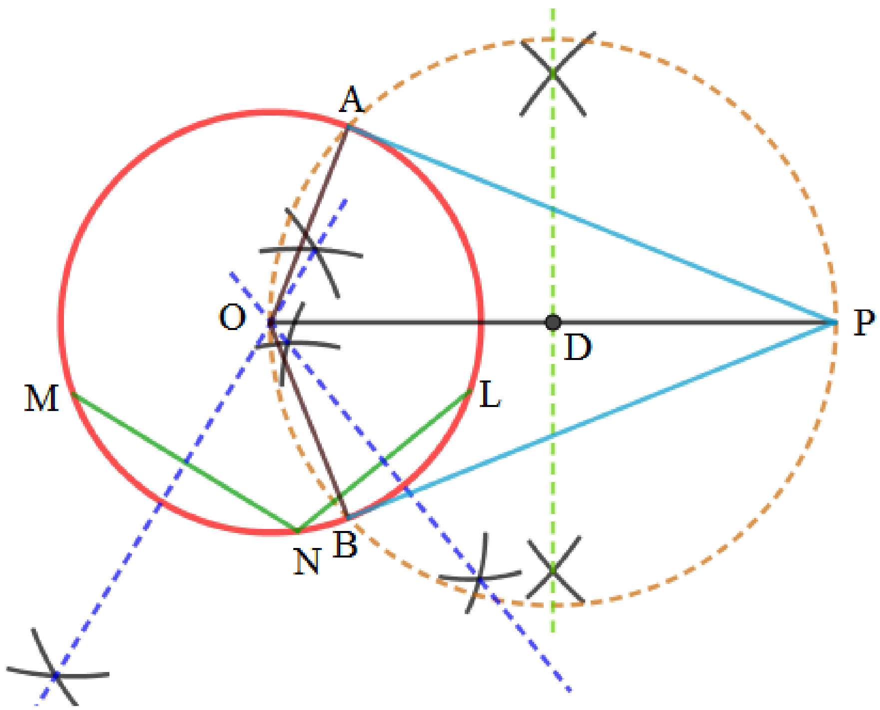
$\Rightarrow \Delta ABC$ ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ.

$\Rightarrow AB \perp BO$ ಮತ್ತು BO ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿರುವುದರಿಂದ AB ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

AB = AM [ರಚನೆ]

$\therefore$ AM ವೃತ್ತ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

7. ಒಂದು ಬಳೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳಿ. ಈ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಒಂದು ಜೊತೆ ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.



ರಚನಾ ಹಂತಗಳು:

ಹಂತ 1	ಒಂದು ಬಳೆಯ ಸಹಾಯದಿಂದ ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಅದರಲ್ಲಿ ಅನುಕೂಲವಾದ ಅಳತೆಯ ಎರಡು ಜ್ಯಾಗಳನ್ನು MN ಮತ್ತು NL ಎಳೆಯಿರಿ. ಆ ಜ್ಯಾಗಳಿಗೆ ಒಂದೊಂದು ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಗಳನ್ನು ರಚಿಸಿ. ಆ ಎರಡು ಲಂಬಾರ್ಧರೇಖೆಗಳು ಸಂಧಿಸುವ ಬಿಂದು ವೃತ್ತ ಕೇಂದ್ರ O ಆಗಿರಲಿ.
ಹಂತ 2	ಬಾಹ್ಯ ಬಿಂದು P ಆಗಿರಲಿ. P, O ಸೇರಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು ಅರ್ಧಿಸಿ. PO ನ ಮಧ್ಯಬಿಂದು `D' ಆಗಿರಲಿ
ಹಂತ 3	D' ನ್ನು ಕೇಂದ್ರವಾಗಿರಿಸಿ DO ತ್ರಿಜ್ಯದಿಂದ, ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಎಳೆಯಿರಿ. ಇದು ದತ್ತ ವೃತ್ತವನ್ನು `A' ಮತ್ತು `B' ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಛೇದಿಸಲಿ.
ಹಂತ 4	P,A ಮತ್ತು P,B ಸೇರಿಸಿ. ಈಗ, PA ಮತ್ತು PB ಗಳು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಎರಡು ಸ್ಪರ್ಶಕಗಳಾಗಿವೆ.

P,A ಸೇರಿಸಿ. $\angle OAP$ ಅರ್ಧವೃತ್ತಖಂಡದ ಕೋನಗಳಾಗಿವೆ.

$\therefore \angle OAP = 90^0 \Rightarrow AP \perp OA$,

OA ತ್ರಿಜ್ಯವಾಗಿದೆ. $\therefore$ AP ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಬೇಕು.

ಇದೇ ರೀತಿ BP ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಿದೆ.

7 ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ರೇಖಾಗಣಿತ

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಅಕ್ಷಗಳು :

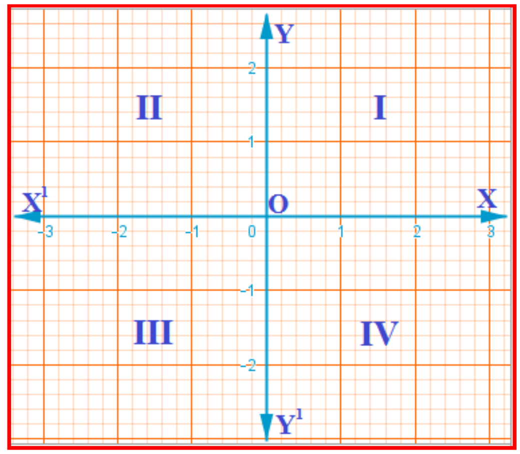
ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿರುವ ಎರಡು ರೇಖೆಗಳು $X^{1}OX$ ಮತ್ತು YOY^{1}

ಅಡ್ಡರೇಖೆ

$X^{1}OX$ — X - ಅಕ್ಷ

ಲಂಬರೇಖೆ

YOY^{1} — Y - ಅಕ್ಷ



ಎರಡು ಅಕ್ಷಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಂದುವನ್ನು ಮೂಲಬಿಂದು $'O'$ (Origin) ಎಂದು ಕರೆಯುತ್ತಾರೆ.

ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಅಕ್ಷಗಳು ಸಮತಲವನ್ನು ನಾಲ್ಕು ಚತುರ್ಥಕಗಳಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಕಾರ್ಟೀಸಿಯನ್ ಸಮತಲದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿದಾಗ,

i. $y -$ ಅಕ್ಷದಿಂದ ಆ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ಲಂಬದೂರವನ್ನು ಆ ಬಿಂದುವಿನ $x -$ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಅಥವಾ ಕ್ಷಿತಿಜದೂರ ಎನ್ನುವರು.

ii. $x -$ ಅಕ್ಷದಿಂದ ಆ ಬಿಂದುವಿಗಿರುವ ಲಂಬದೂರವನ್ನು ಆ ಬಿಂದುವಿನ $y -$ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ ಅಥವಾ ಲಂಬದೂರ ಎನ್ನುವರು.

P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು $P(x, y)$ ಎಂದು ಸೂಚಿಸುತ್ತೇವೆ.

ಮೂಲಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(0, 0)$

x ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(x, 0)$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

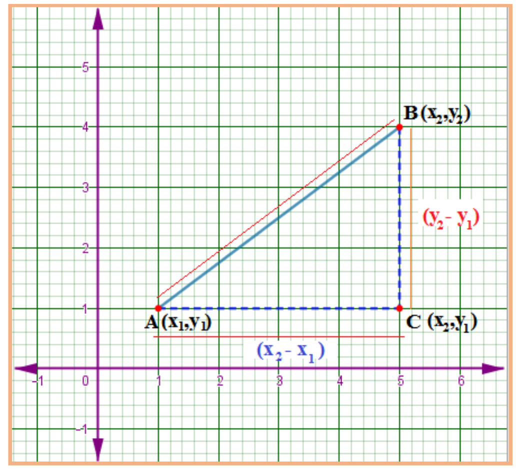
y ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಯಾವುದೇ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(0, y)$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ.

ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ ನಕ್ಷೆ ರಚಿಸುವಿಕೆ

ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $ax + by = c$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣದ **ನಕ್ಷೆಯು ಸರಳ ರೇಖೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.**

ವರ್ಗಾತ್ಮಕ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ರೂಪ $y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯು ಪರವಲಯವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತದೆ.

ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ



x –ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಅಥವಾ x ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ

ದೂರ $= x_2 - x_1$

y –ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೆ ಅಥವಾ y ಅಕ್ಷಕ್ಕೆ ಸಮಾಂತರವಾಗಿರುವ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲಿನ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ

ದೂರ $= y_2 - y_1$

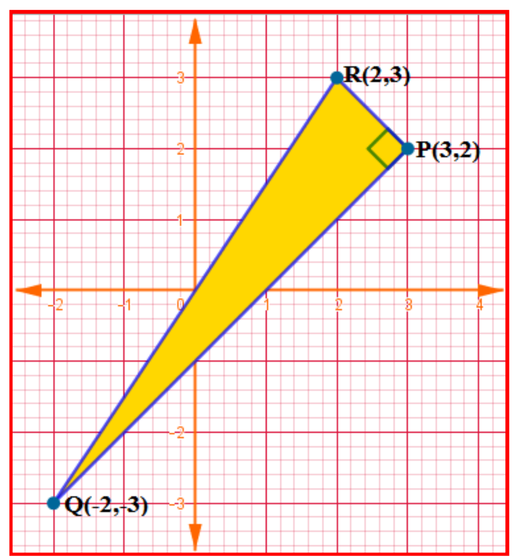
$AB^2 = AC^2 + BC^2$

x – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೂ ಇಲ್ಲದ ಅಥವಾ y ಅಕ್ಷದ ಮೇಲೂ ಇಲ್ಲದ ಅಥವಾ ಅವೆರಡಕ್ಕೂ ಸಮಾನಾಂತರವೂ ಆಗಿಲ್ಲದ ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸಮತಲದ ಮೇಲಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ $d = \sqrt{x^2 + y^2}$

ಉದಾಹರಣೆ1: (3, 2), (–2, –3) ಮತ್ತು (2, 3) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ತ್ರಿಭುಜ ಉಂಟಾಗುತ್ತದೆಯೆ? ಹೌದು ಎಂದಾದರೆ, ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಧವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ.



$P(3,2)$, $Q(-2,-3)$, $R(2,3)$

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(3-(-2))^2 + (2-(-3))^2}$

$= \sqrt{(3+2)^2 + (2+3)^2}$

$= \sqrt{(5)^2 + (5)^2} = \sqrt{25+25} = \sqrt{50}$

$= 7.07$

$QR = \sqrt{(-2-2)^2 + (-3-3)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$

$= 7.21$

$PR = \sqrt{(3-2)^2 + (2-3)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (-1)^2}$

$= \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$

$= 1.41$

ಇವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದೇ ಎರಡು ದೂರಗಳ ಮೊತ್ತವು, ಮೂರನೇ ದೂರಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚಾಗಿರುವುದರಿಂದ, P, Q ಮತ್ತು R ಬಿಂದುಗಳು ತ್ರಿಭುಜವನ್ನುಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ.

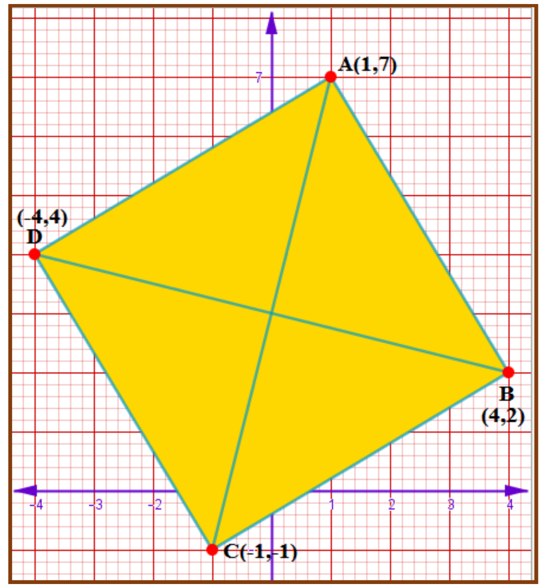
ಅಲ್ಲದೆ, $PQ^2 + PR^2 = QR^2$ ಪೈಥಾಗೊರಸ್ ಪ್ರಮೇಯದ ವಿಲೋಮದ ಪ್ರಕಾರ $\angle P = 90^O$ ಎಂದು ತಿಳಿಯಬಹುದು. ಆದ್ದರಿಂದ PQR ಒಂದು ಲಂಬಕೋನ ತ್ರಿಭುಜ.

ಉದಾಹರಣೆ2: (1, 7), (4, 2), (–1, –1) ಮತ್ತು (–4, 4) ಬಿಂದುಗಳು ಚೌಕದ ಶೃಂಗಗಳು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: A (1, 7), B (4, 2), C (-1, -1) ಮತ್ತು D (-4, 4)

$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (2-7)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9+25}$



$= \sqrt{34}$

$BC = \sqrt{(-1-4)^2+(-1-2)^2}$

$= \sqrt{(-5)^2+(-3)^2} = \sqrt{25+9}$

$= \sqrt{34}$

$CD = \sqrt{\left(-4-(-1)\right)^2+\left(4-(-1)\right)^2}$

$= \sqrt{(-4+1)^2+(4+1)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2+(5)^2} = \sqrt{9+25}$

$= \sqrt{34}$

$DA = \sqrt{\left(1-(-4)\right)^2+(7-4)^2}$

$= \sqrt{(1+4)^2+(3)^2}$

$= \sqrt{(5)^2+(3)^2} = \sqrt{25+9}$

$= \sqrt{34}$

$AC = \sqrt{(-1-1)^2+(-1-7)^2}$

$= \sqrt{(-2)^2+(-8)^2}$

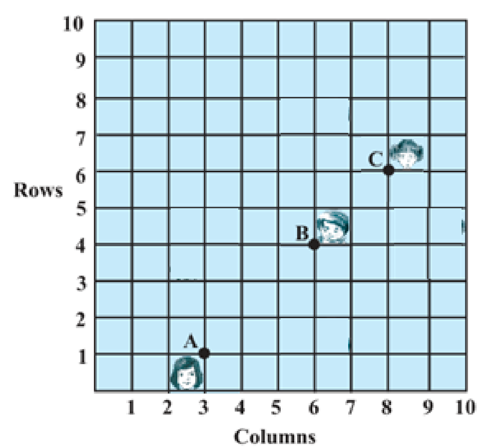
$= \sqrt{4+64} = \sqrt{68}$

$BD = \sqrt{(-4-4)^2+(4-2)^2}$

$= \sqrt{(-8)^2+(2)^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$

AB = BC = CD = DA ಮತ್ತು AC = BD ಆಗಿರುವುದರಿಂದ, ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ಎಲ್ಲಾ ನಾಲ್ಕು ಬಾಹುಗಳು ಸಮ ಹಾಗೂ ಅದರ ಕರ್ಣಗಳಾದ AC ಮತ್ತು BD ಗಳು ಕೂಡಾ ಸಮ. ಆದ್ದರಿಂದ ABCD ಒಂದು ಚೌಕ.

ಉದಾಹರಣೆ 3:ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿರುವ ಡೆಸ್ಕುಗಳ ವ್ಯವಸ್ಥೆಯನ್ನು ಚಿತ್ರ 7.6 ತೋರಿಸುತ್ತದೆ. ಅಶೀಮಾ, ಭಾರತಿ ಮತ್ತು ಕ್ಯಾಮೆಲಾ ಕ್ರಮವಾಗಿ A (3, 1), B (6, 4) ಮತ್ತು C (8, 6) ರಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆ. ಆ ಮೂರು ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿನಿಯರು ಒಂದೇ ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆಂದು ನಿಮಗೆ ಅನಿಸುತ್ತದೆಯೆ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.



$AB = \sqrt{(6-3)^2+(4-1)^2} = \sqrt{(3)^2+(3)^2}$

$= \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = \sqrt{9\times 2} = 3\sqrt{2}$

$BC = \sqrt{(8-6)^2+(6-4)^2} = \sqrt{(2)^2+(2)^2}$

$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{(8-3)^2+(6-1)^2} = \sqrt{(5)^2+(5)^2}$

$= \sqrt{25+25} = \sqrt{50} = \sqrt{25\times 2} = 5\sqrt{2}$

$AB + BC = 3\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

ಆಗಿರುವುದರಿಂದ A, B ಮತ್ತು C ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತ ಎಂದು ನಾವು ಹೇಳಬಹುದು.

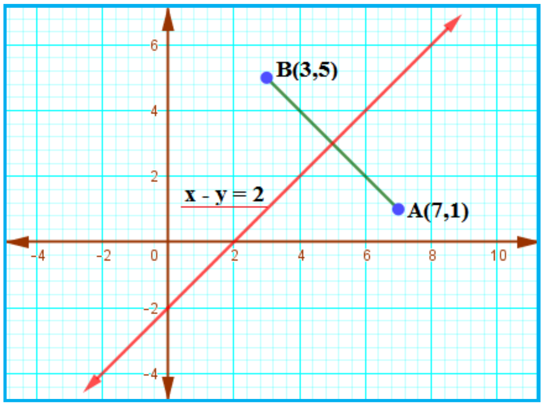
ಆದ್ದರಿಂದ ಅವರು ಒಂದೇ ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿದ್ದಾರೆ.

ಉದಾಹರಣೆ4: (*x*, y) ಬಿಂದುವು (7, 1) ಮತ್ತು (3, 5) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, *x* ಮತ್ತು y ಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

P (*x*, y) ಬಿಂದುವು A (7, 1) ಮತ್ತು B (3, 5) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಭಾವಿಸೋಣ.

PA = PB ಆದ್ದರಿಂದ $PA^2 = PB^2$

$PA = \sqrt{(x-7)^2+(y-1)^2}$



$PB = \sqrt{(x - 3)^2 + (y-5)^2}$

$AP^2 = BP^2 \Rightarrow \left(\sqrt{(x-7)^2+(y-1)^2}\right)^2$

$= \left(\sqrt{(x - 3)^2+(y-5)^2}\right)^2$

$(x - 7)^2 + (y - 1)^2 = (x - 3)^2 + (y - 5)^2$

$x^2 + 7^2 - 2(x)(7) + y^2 + 1^2 - 2(y)(1) = x^2 + 3^2 - 2(x)(3) + y^2 + 5^2 - 2(y)(5)$

$x^2 + 49 - 14x + y^2 + 1 - 2y = x^2 + 9 - 6x + y^2 + 25 - 10y$

$x^2 - x^2 - 14x + 6x + y^2 - y^2 - 2y + 10y = 34 - 50$

$-8x + 8y = -16 \quad \div -8$

$\Rightarrow x - y = 2$

ಇದು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಸಂಬಂಧ. $x - y = 2$ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ.

A ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವು AB ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕದ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ

ಉದಾಹರಣೆ5: A (6, 5) ಮತ್ತು B (-4, 3) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ *y* - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

y – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು $(0, y)$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. P $(0, y)$ ಯು A ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ. PA = PB

$(6 - 0)^2 + (5 - y)^2 = (-4 - 0)^2 + (3 - y)^2$

$36 + 5^2 + y^2 - 2(5)(y) = 16 + 3^2 + y^2 - 2(3)(y)$

$36 + 25 + y^2 - 10y = 16 + 9 + y^2 - 6y$

$y^2 - y^2 - 10y + 6y = 25 - 61$

$-4y = -36$

$y = \frac{-36}{-4} = 9$ ಆದ್ದರಿಂದ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಬಿಂದು $(0, 9)$

$PA = \sqrt{(6-0)^2+(5-9)^2} = \sqrt{(6)^2+(-4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$

$PB = \sqrt{(-4-0)^2+(3-9)^2} = \sqrt{(-4)^2+(-6)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52}$

ಅಭ್ಯಾಸ 7.1

1) ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

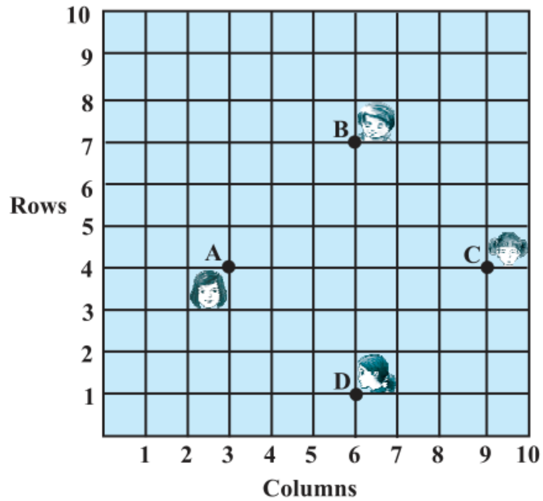
   i) (2, 3), (4, 1) ii) (-5, 7), (-1, 3) iii) (a, b), (-a, -b)

2) (0, 0) ಮತ್ತು (36, 15) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮಗೀಗ, ವಿಭಾಗ 7.2 ರಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾದ A ಮತ್ತು B ನಗರಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೆ?

3) (1, 5), (2, 3) ಮತ್ತು (–2, –11) ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ

4) (5, –2), (6, 4) ಮತ್ತು (7, –2) ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

5) ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಮಂದಿ ಗೆಳತಿಯರು ಚಿತ್ರ 7.8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ A, B, C ಮತ್ತು D ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿರುತ್ತಾರೆ. ಚಂಪಾ ಮತ್ತು ಚಮೇಲಿ ತರಗತಿಯೊಳಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತಾರೆ. ಕೆಲವು ನಿಮಿಷ ಅವರನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಚಂಪಾ ಚಮೇಲಿಯಲ್ಲಿ ಕೇಳುತ್ತಾಳೆ. “ABCD ಒಂದು ಚೌಕವೆಂದು ನಿನಗೆ ಅನಿಸುತ್ತಿಲ್ಲವೆ?" ಎಂದು. ಚಮೇಲಿ ಒಪ್ಪುವುದಿಲ್ಲ. ದೂರಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವರಿಬ್ಬರಲ್ಲಿ ಯಾರು ಸರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



6) ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಉಂಟಾಗುವುದಾದರೆ, ಉಂಟಾದ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಧವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣವನ್ನು ಕೊಡಿರಿ.

i) (-1, -2), (1, 0), (-1, 2), (-3, 0)
ii) (-3, 5), (3, 1), (0, 3), (-1, -4)
iii) (4, 5), (7, 6), (4, 3), (1, 2)

7) (2, –5) ಮತ್ತು (–2, 9) ರಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ X – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) P (2, -3) ಮತ್ತು Q(10, y) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 10 ಮಾನಗಳಾದರೆ, y ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9) Q (0, 1) ಬಿಂದುವು P (5, -3) ಮತ್ತು R (x, 6) ರಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. QR ಮತ್ತು PR ದೂರಗಳನ್ನು ಕೂಡಾ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10) (x, y) ಬಿಂದುವು (3, 6) ಮತ್ತು (-3, 4) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ:

1) ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳ ಜೋಡಿಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) (2, 3), (4, 1) ii) (-5, 7), (-1, 3) iii) (a, b), (-a, -b)

i) $(x_1, y_1) = (2, 3)$, $(x_2, y_2) = (4, 1)$

x_1	y_1	x_2	y_2
2	3	4	1

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2}$

$d = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2}$

$d = \sqrt{4+4} = \sqrt{2 \times 4}$

$d = 2\sqrt{2}$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

ii) $(x_1,\ y_1) = (-5,\ 7)$, $(x_2\ ,y_2) = (-1,\ 3)$

x_1	y_1	x_2	y_2
-5	7	-1	3

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(-1 - [-5)^2 + (3 - 7)^2}$

$d = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2}$

$d = \sqrt{16 + 16} = \sqrt{2 \times 16}$

$d = 4\sqrt{2}$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

iii) $(x_1,\ y_1) = (a,\ b)$, $(x_2\ ,y_2) = (-a,\ -b)$

x_1	y_1	x_2	y_2
a	b	-a	-b

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(-a - a)^2 + (-b - b)^2}$

$d = \sqrt{(-2a)^2 + (-2b)^2}$

$d = \sqrt{4a^2 + 4b^2}$

$= \sqrt{4(a^2 + b^2)}$

$d = 2\sqrt{a^2 + b^2}$ ಮೂಲಮಾನಗಳು

2) **(0, 0) ಮತ್ತು (36, 15) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ನಿಮಗೀಗ, ವಿಭಾಗ 7.2 ರಲ್ಲಿ ಚರ್ಚಿಸಲಾದ A ಮತ್ತು B ನಗರಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದೆ?**

$(x, y) = (36, 15)$

$d = \sqrt{x^2 + y^2}$

$d = \sqrt{36^2 + 15^2}$

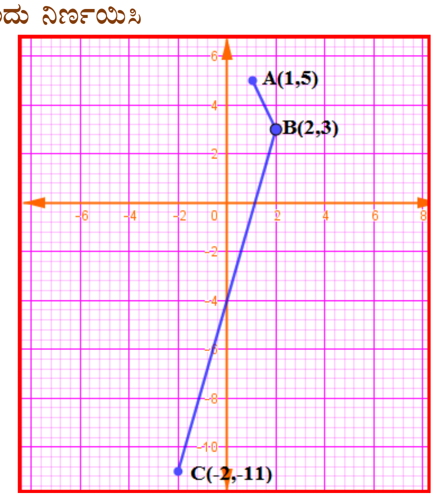
$d = \sqrt{1296 + 225} = \sqrt{1521}$

$\mathbf{d = 39}$ **ಮೂಲಮಾನಗಳು**

A ಮತ್ತು B ನಗರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ನಾವು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ನಗರ A ಯು ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿದೆ ಎಂದು ಊಹಿಸುವುದಾದರೆ ನಗರ B ಯು (36,15) ರಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಎರಡು ನಗರಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 39 ಕಿ.ಮೀ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

3) **(1, 5), (2, 3) ಮತ್ತು (−2, −11) ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವೇ ಎಂದು ನಿರ್ಣಯಿಸಿ**

A (1, 5), B (2, 3) ಮತ್ತು C (-2, -11)



$AB = \sqrt{(2 - 1)^2 + (3 - 5)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{1 + 4} = \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{(-2 - 2)^2 + (-11 - 3)^2}$

$= \sqrt{(-4)^2 + (-14)^2}$

$= \sqrt{16 + 196} = \sqrt{212}$

$AC = \sqrt{(-2 - 1)^2 + (-11 - 5)^2}$

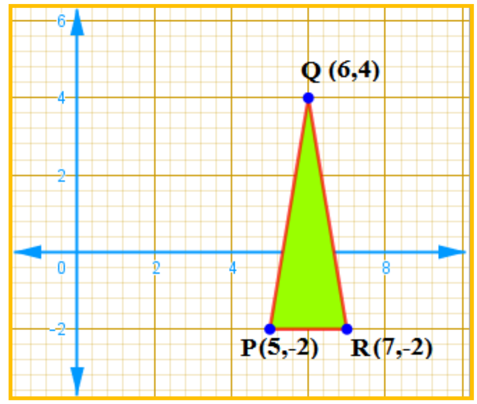
$= \sqrt{(-3)^2 + (-16)^2}$

$= \sqrt{9 + 256} = \sqrt{265}$

$AB + BC \neq AC$

∴ **ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬಿಂದುಗಳು ಏಕರೇಖಾಗತವಾಗಿರುವುದಿಲ್ಲ.**

4) **(5, −2), (6, 4) ಮತ್ತು (7, −2) ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.**



ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(6-5)^2 + (4-(-2))^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$ (i)

$QR = \sqrt{(7-6)^2 + (-2-4)^2}$

$= \sqrt{(1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$ (ii)

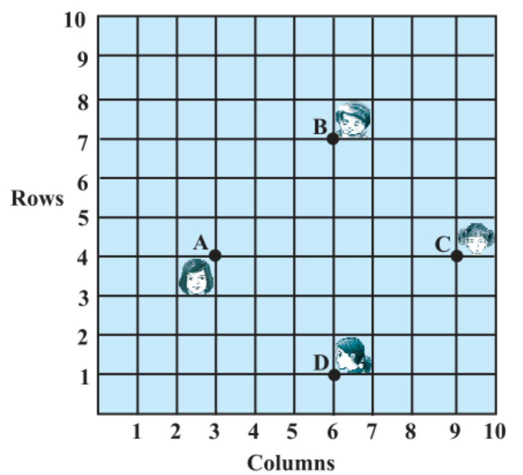
$PR = \sqrt{(7-5)^2 + (-2-[-2])^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (0)^2} = \sqrt{4} = 2$ (iii)

(i), (ii), (iii) $\Rightarrow PQ = QR$, ತ್ರಿಭುಜದ 2 ಬಾಹುಗಳು ಸಮವಾಗಿವೆ

$\therefore$ PQR ಒಂದು ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜ

5) **ಒಂದು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ನಾಲ್ಕು ಮಂದಿ ಗೆಳತಿಯರು ಚಿತ್ರ 7.8 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ A, B, C ಮತ್ತು D ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿರುತ್ತಾರೆ. ಚಂಪಾ ಮತ್ತು ಚಮೇಲಿ ತರಗತಿಯೊಳಕ್ಕೆ ಬರುತ್ತಾರೆ. ಕೆಲವು ನಿಮಿಷ ಅವರನ್ನು ಗಮನಿಸಿದ ಬಳಿಕ ಚಂಪಾ ಚಮೇಲಿಯಲ್ಲಿ ಕೇಳುತ್ತಾಳೆ. "ABCD ಒಂದು ಚೌಕವೆಂದು ನಿನಗೆ ಅನಿಸುತ್ತಿಲ್ಲವೆ?" ಎಂದು. ಚಮೇಲಿ ಒಪ್ಪುವುದಿಲ್ಲ. ದೂರಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವರಿಬ್ಬರಲ್ಲಿ ಯಾರು ಸರಿ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**



ನಾಲ್ಕು ಮಂದಿ ಗೆಳತಿಯರು ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ ಕುಳಿತಿರುವ ಸ್ಥಾನದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

A(3,4) , B(6,7) , C(9,4), D(6,1)

$AB = \sqrt{(6-3)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{(3)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+8} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (i)

$BC = \sqrt{(9-6)^2 + (4-7)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (ii)

$CD = \sqrt{(6-9)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (iii)

$DA = \sqrt{(6-3)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (iv)

$AB = BC = CD = DA$

ಕರ್ಣ $AC = \sqrt{(9-3)^2 + (4-4)^2} = \sqrt{(6)^2 + (0)^2} = \sqrt{36} = 6$ (v)

ಕರ್ಣ $BD = \sqrt{(6-6])^2 + (7-1)^2} = \sqrt{(0)^2 + (6)^2} = \sqrt{36} = 6$ (vi)

$AC = BD$

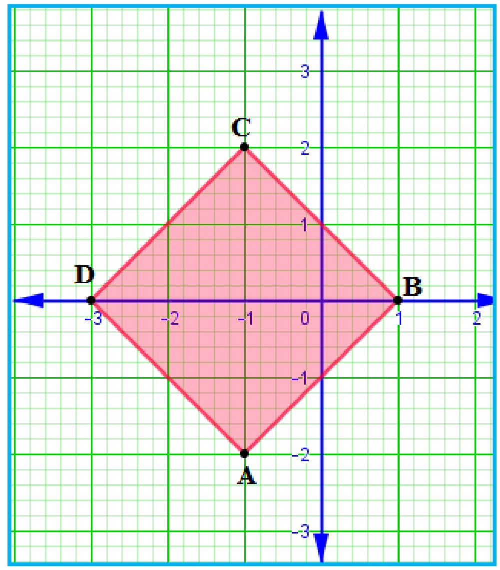
ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ $AB = BC = CD = DA$, ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ $AC = DB$

$\therefore$ ABCD ಒಂದು ಚೌಕವಾಗಿದೆ. ಹಾಗಾಗಿ ಚಂಪಾ ಹೇಳಿದ್ದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ.

6) ಕೆಳಗಿನ ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಚತುರ್ಭುಜಗಳು ಉಂಟಾಗುವುದಾದರೆ, ಉಂಟಾದ ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಧವನ್ನು ಹೆಸರಿಸಿ ಮತ್ತು ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರಕ್ಕೆ ಕಾರಣವನ್ನು ಕೊಡಿರಿ.

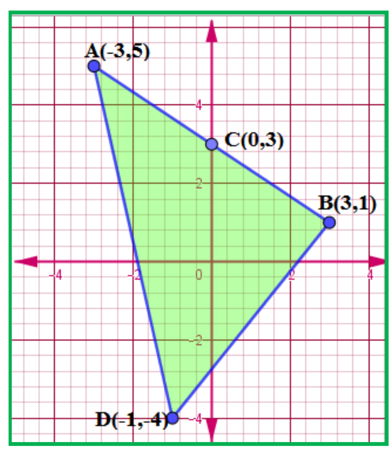
i) (-1, -2), (1, 0), (-1, 2), (-3, 0)
ii) (-3, 5), (3, 1), (0, 3), (-1, -4)
iii) (4, 5), (7, 6), (4, 3), (1, 2)

i) $A(-1,-2)$, $B(1,0)$, $C(-1,2)$, $D(-3,0)$

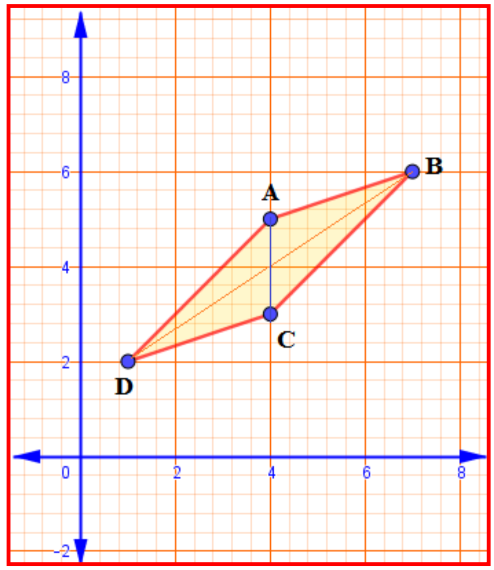


$AB = \sqrt{(1-(-1))^2+(0-(-2))^2}$
$= \sqrt{(1+1)^2+(0+2)^2} = \sqrt{(2)^2+(2)^2}$
$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$
$BC = \sqrt{(-1-1)^2+(2-0)^2} = \sqrt{(-2)^2+(2)^2}$
$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$
$CD = \sqrt{(-3-(-1))^2+(0-2)^2}$
$= \sqrt{(-3+1)^2+(-2)^2} = \sqrt{(-2)^2+(-2)^2}$
$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4\times 2} = 2\sqrt{2}$
$DA = \sqrt{(-3-(-1))^2+(0-(-2))^2}$
$= \sqrt{(-3+1)^2+(2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = \sqrt{4\times 2}$
$= 2\sqrt{2}$
$AB = BC = CD = DA$
ಕರ್ಣ $AC = \sqrt{(-1-(-1))^2+(2-(-2))^2}$
$= \sqrt{(-1+1)^2+(2+2)^2} = \sqrt{(0)^2+(4)^2} = \sqrt{16} = 4$
ಕರ್ಣ $BD = \sqrt{(-3-1)^2+(0-0)^2}$
$= \sqrt{(-4)^2+(0)^2} = \sqrt{16} = 4$
$AC = BD$ ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ $AB = BC = CD = DA$, ಕರ್ಣಗಳು ಸಮ $AC = DB$
$\therefore$ ABCD ಒಂದು ಚೌಕವಾಗಿದೆ.

ii) A(-3, 5), B(3, 1), C(0, 3), D(-1, -4)



$AB = \sqrt{(3-(-3))^2+(1-(-3))^2}$
$= \sqrt{(3+3)^2+(1+3)^2} = \sqrt{(6)^2+(4)^2}$
$= \sqrt{36+16} = \sqrt{52}$
$BC = \sqrt{(0-3)^2+(3-1)^2} = \sqrt{(-3)^2+(2)^2}$
$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$
$CD = \sqrt{(-1-0)^2+(-4-3)^2}$
$= \sqrt{(-1)^2+(-7)^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50}$
$= \sqrt{25\times 2} = 5\sqrt{2}$
$DA = \sqrt{(-3-(-1))^2+(-4-5)^2}$
$= \sqrt{(-3+1)^2+(-9)^2} = \sqrt{(-2)^2+(-9)^2}$
$= \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$
$AB \neq BC \neq CD \neq DA$
ಎಲ್ಲಾ ಬಾಹುಗಳ ಅಳತೆಗಳು ವಿಭಿನ್ನವಾಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದು ಕೇವಲ ಸಾಮಾನ್ಯ ಚತುರ್ಭುಜವಾಗಿದೆ.



iii) A(4, 5), B(7, 6), C(4, 3), D(1, 2)

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AB = \sqrt{(7-4)^2 + (6-5)^2}$

$= \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$BC = \sqrt{(4-7)^2 + (3-6)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9}$

$= \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

$CD = \sqrt{(1-4)^2 + (2-3)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-1)^2} = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$DA = \sqrt{(1-4)^2 + (2-5)^2}$

$= \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{9+9} = \sqrt{18}$

$= \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

$AB = CD, \; BC = DA$

$AC = \sqrt{(4-4)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{(0)^2 + (-2)^2} = \sqrt{0+4} = \sqrt{4} = 2$

$BD = \sqrt{(1-7)^2 + (2-6)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-4)^2} = \sqrt{36+16} = \sqrt{52} = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$

$AC \neq DB$

ಅಭಿಮುಖ ಬಾಹುಗಳು ಸಮ $AB = CD, \& \; BC = DA$

ಕರ್ಣಗಳು ಸಮವಲ್ಲ $AC \neq DB$

∴ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಬಿಂದುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜವನ್ನು ಉಂಟುಮಾಡುತ್ತವೆ.

7) **(2, –5) ಮತ್ತು (–2, 9) ರಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ X – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

X - ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಒಂದು ಬಿಂದುವು $(x, 0)$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

P (x, 0) ಯು A(2, -5) ಮತ್ತು B(-2, 9)

ಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು ಬಿಂದುವಾಗಿರಲಿ.

AP = BP

$(x - 2)^2 + (0 - (-5))^2 = (x - (-2))^2 + (0 - 9)^2$

$(x - 2)^2 + 5^2 = (x + 2)^2 + (-9)^2$

$x^2 + 2^2 - 2(x)(2) + 25 = x^2 + 2^2 + 2(x)(2) + 81$

$-4x + 25 = 4x + 81$

$-4x - 4x = 81 - 25$

$-8x = 56$

$x = \frac{56}{-8} = -7$

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಬಿಂದು $(-7, 0)$ ತಾಳೆ ನೋಡುವಿಕೆ.

$AP = \sqrt{(-7-2)^2 + (0-(-5))^2} = \sqrt{(-9)^2 + (5)^2} = \sqrt{81+25} = \sqrt{106}$

$BP = \sqrt{(-2-(-7))^2 + (9-0)^2} = \sqrt{(-2+7)^2 + (9)^2} = \sqrt{(5)^2 + (9)^2} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$

8) **P (2, -3) ಮತ್ತು Q (10, y) ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ 10 ಮಾನಗಳಾದರೆ, y ಯ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

$(x_1, y_1) = (2, -3), \quad (x_2, y_2) = (10, y), \quad d = 10$

x_1	y_1	x_2	y_2
2	-3	10	y

ಸೂತ್ರ $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$10 = \sqrt{(10-2)^2 + (y-(-3))^2}$

$10 = \sqrt{(8)^2 + (y+3)^2}$

$10^2 = 64 + (y+3)^2 +$

$100 - 64 = (y+3)^2$

$(y+3)^2 = 36$
$y+3 = \pm\sqrt{36}$
$y+3 = \pm 6$
$\mathrm{y} = 6-3 = 3 \quad \text{or} \quad \mathrm{x} = -6-3 = -9$

9) **Q (0, 1) ಬಿಂದುವು P (5, -3) ಮತ್ತು R (*x*, 6) ರಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, *x* ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. QR ಮತ್ತು PR ದೂರಗಳನ್ನು ಕೂಡಾ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

Q (0, 1) ಬಿಂದುವು P (5, -3) ಮತ್ತು R (*x*, 6) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

PQ = QR ಆದ್ದರಿಂದ $PQ^2 = PR^2$

$PQ = \sqrt{(5\ -0)^2 + (-3-1)^2} = \sqrt{(5\ )^2 + (-4)^2} = \sqrt{25+16} = \sqrt{41}$
$QR = \sqrt{(x\ -0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(x)^2 + (5)^2} = \sqrt{x^2+25}$
$PQ^2 = PR^2 \Longrightarrow \left(\sqrt{x^2+25}\right)^2 = \left(\sqrt{41}\right)^2$
$x^2 + 25 = 41$
$x^2 = 41 - 25$
$x^2 = 16$
$x == \pm\sqrt{16}$
$x = \pm 4$

R ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(4,6)$ ಅಥವಾ $(-4,6)$

R ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(4,6)$ ಆದಾಗ

$QR = \sqrt{(4\ -0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(4)^2 + (5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$
$PR = \sqrt{(4-5)^2 + (6-(-3))^2} = \sqrt{(-1)^2 + (6+3)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82}$

R ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(-4,6)$ ಆದಾಗ

$QR = \sqrt{(-4\ -0)^2 + (6-1)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (5)^2} = \sqrt{16+25} = \sqrt{41}$
$PR = \sqrt{(-4-5)^2 + (6-(-3))^2} = \sqrt{(-9)^2 + (6+3)^2} = \sqrt{81+81} = \sqrt{81\times 2} = 9\sqrt{2}$

10) **(*x*, y) ಬಿಂದುವು (3, 6) ಮತ್ತು (-3, 4) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳ ನಡುವೆ ಒಂದು ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.**

P (*x*, y) ಬಿಂದುವು A (3, 6) ಮತ್ತು B (-3, 4) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿದೆ.

PA = PB ಆದ್ದರಿಂದ $PA^2 = PB^2$

$PA = \sqrt{(x\ -\ 3)^2 + (y-6)^2}$
$PB = \sqrt{(x\ -(-3))^2 + (y-4)^2}$
$AP^2 = BP^2 \Longrightarrow \left(\sqrt{(x\ -\ 3)^2 + (y-6)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(x\ -(-3))^2 + (y-4)^2}\right)^2$
$(x\ -\ 3)^2 + (y\ -\ 6)^2 = (x+\ 3)^2 + (y\ -\ 4)^2$
$x^2 + 3^2 - 2(x)(3) + y^2 + 6^2 - 2(y)(6) = x^2 + 3^2 + 2(x)(3) + y^2 + 4^2 - 2(y)(4)$
$x^2 + 9 - 6x + y^2 + 36 - 12y = x^2 + 9 + 6x + y^2 + 16 - 8y$
$x^2 - x^2 - 6x - 6x + y^2 - y^2 - 12y + 8y = 25 - 45$
$-12x - 4y = -20 \quad \div -4$
$3x + y - 5 = 0$ ಇದು ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಸಂಬಂಧ.

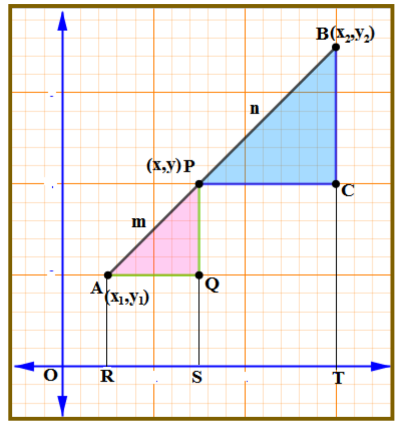
$3x + y - 5 = 0$ ಸಮೀಕರಣದ ನಕ್ಷೆಯು ಒಂದು ಸರಳರೇಖೆ.

A ಮತ್ತು B ಗಳಿಂದ ಸಮಾನ ದೂರದಲ್ಲಿರುವ ಬಿಂದುವು AB ಯ ಲಂಬಾರ್ಧಕದ ಮೇಲಿರುತ್ತದೆ

ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ

$A(x_1, y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2,\ y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು
P ಬಿಂದುವು $m:n$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$P(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1 y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2}\right)$$



P ಬಿಂದು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದ್ದಾಗ $m:n = 1:1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
P ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$$P(x, y) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}\ ,\ \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$$

ಉದಾಹರಣೆ 6: (4, -3) ಮತ್ತು (8, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 3 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

x_1	y_1	x_2	y_2
4	-3	8	5

$(x_1, y_1) = (4, -3),\ \ (x_2, y_2) = (8,5),\ m_1 : m_2 = 3:1$

$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2} = \frac{3(8)+1(4)}{3+1} = \frac{24+4}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2} = \frac{3(5)+1(-3)}{3+1} = \frac{15-3}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಪೇಕ್ಷಿತ ಬಿಂದು (7,3)

ಉದಾಹರಣೆ7: A (-6, 10) ಮತ್ತು B (3, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು (-4, 6) ಬಿಂದುವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ?

$P(x, y) = (-4, 6),\ A(x_1,\ y_1) = (-6, 10)\ , B(x_2,\ y_2) = (3, -8), m_1 = ?\ , m_2 = ?$

$$(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1 y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$(-4, 6) = \left(\frac{m_1(3) + m_2\ (-6)}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1(-8) + m_2\ (10)}{m_1 + m_2}\right)$$

$$-4 = \frac{3m_1 - 6\ m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{ಅಥವಾ} \quad 6 = \frac{-8m_1 + 10\ m_2}{m_1 + m_2}$$

$-4m_1 - 4m_2 = 3m_1 - 6\ m_2$
$-4m_1 - 3m_1 = -6\ m_2 + 4m_2$
$-7m_1 = -2m_2$
$\frac{m_1}{m_1} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$
$m_1 : m_2 = 2:7$

ಈ ಅನುಪಾತವು $y-$ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಕ್ಕೂ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶಿಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

$$\frac{-8m_1 + 10\ m_2}{m_1 + m_2} = \frac{-8(2) + 10\ (7)}{2+7} = \frac{-16+70}{9} = \frac{54}{9} = 6$$

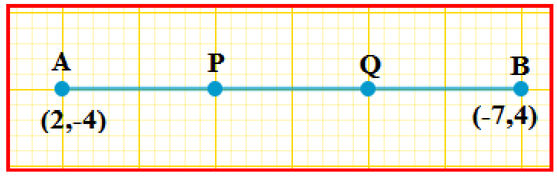
ಆದ್ದರಿಂದ $(-4,6)$ ಬಿಂದುವು A (-6, 10) ಮತ್ತು B (3, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $2:7$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 8: A (2, -2) ಮತ್ತು B (-7, 4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ತ್ರೈಭಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳ (ಅಂದರೆ, ಮೂರು ಸಮ ಭಾಗಗಳನ್ನು ಮಾಡುವ ಬಿಂದುಗಳು) ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

P ಮತ್ತು Q ಗಳು AB ಯ ತ್ರೈಭಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ. ಅಂದರೆ AP = PQ = QB
ಆದ್ದರಿಂದ P ಯು AB ಯನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 1 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಮೂಲಕ P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$A(x_1, y_1) = (2, -2)$, $B(x_2, y_2) = (-7, 4)$

$m_1 = 1, \quad m_2 = 2$



$$P(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1 y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{1(-7)+2(2)}{1+2},\quad \frac{1(4)+2(-2)}{1+2}\right)$$

$$= \left(\frac{-7+4}{3}, \frac{4-4}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{-3}{3}, \frac{0}{3}\right)$$

$$= (-1, 0)$$

Q ಯು AB ಯನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 2 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಮೂಲಕ Q ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$A(x_1, y_1) = (2, -2)$, $B(x_2, y_2) = (-7, 4)$

$m_1 = 2, \quad m_2 = 1$

$$Q(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1 y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{2(-7)+1(2)}{2+1},\quad \frac{2(4)+1(-2)}{2+1}\right)$$

$$= \left(\frac{-14+2}{3}, \frac{8-2}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{-12}{3},\quad \frac{6}{3}\right)$$

$$= (-4,\quad 2)$$

ಆದ್ದರಿಂದ A ಮತ್ತು B ಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ತ್ರೈಭಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು
(–1, 0) ಮತ್ತು (–4, 2)

ಉದಾಹರಣೆ 9: (5, –6) ಮತ್ತು (–1, –4) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು y - ಅಕ್ಷವು ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಛೇದಕ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

y – ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(0, y)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅನುಪಾತವು $k : 1$ ಆಗಿರಲಿ.

$A(x_1, y_1) = (5, -6)$, $B(x_2, y_2) = (-1, -4), m_1 = k, \quad m_2 = 1$

$$(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1 y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2}\right)$$

$$(0, y) = \left(\frac{k(-1) + 1(5)}{k+1}\ ,\ \frac{k(-4) + 1\ (-6)}{k+1}\right)$$

$$0 = \frac{-k + 5}{k+1}$$

$$-k + 5 = 0$$

$k = 5$ ಅನುಪಾತವು $5 : 1$

$$y = \frac{5(-4) + 1\ (-6)}{5+1} = \frac{-20-6}{5+1} = \frac{-26}{6} = \frac{-13}{3}$$

∴ ಛೇದಕ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(0, \frac{-13}{3}\right)$

ಉದಾಹರಣೆ 10: A (6, 1), B (8, 2), C (9, 4) ಮತ್ತು D (p, 3) ಬಿಂದುಗಳು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳಾದರೆ, p ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಪರಿಹಾರ: ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು = BD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

ಮಧ್ಯಬಿಂದುನಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $= \left(\frac{x_2 + x_1}{2}\ ,\ \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

$\left(\frac{9+6}{2}\ ,\ \frac{4+1}{2}\right) = \left(\frac{p+8}{2}\ ,\ \frac{3+2}{2}\right)$

$\frac{15}{2} = \frac{p+8}{2}$

$30 = 2p + 16$

$2p = 30 - 16$

$p = \frac{14}{2}$

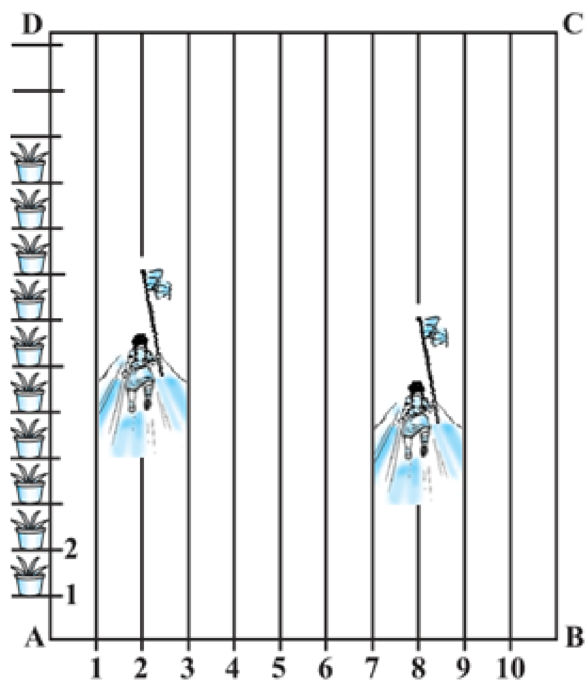
$p = 7$

ಅಭ್ಯಾಸ 7.2

1) (–1, 7) ಮತ್ತು (4, –3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2 : 3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2) (4, –1) ಮತ್ತು (–2, –3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ತ್ರೈಭಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) ಕ್ರೀಡಾದಿನದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಲು, ಆಯತಾಕಾರದ ನಿಮ್ಮ ಶಾಲಾ ಮೈದಾನ ABCD ಯಲ್ಲಿ, 1m ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಸೀಮೆಸುಣ್ಣದ ಪುಡಿಯಿಂದ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. AD ಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಪರಸ್ಪರ 1m ಅಂತರದಲ್ಲಿ 100 ಹೂವಿನ ಕುಂಡಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 7.12 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಿಹಾರಿಕಾಳು AD ಯ $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ಓಡಿ, 2ನೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಸಿರು ಬಾವುಟವನ್ನು ನೆಡುತ್ತಾಳೆ. ಪ್ರೀತ್ AD ಯ $\frac{1}{5}$ ರಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು 8ನೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಓಡಿ, ಕೆಂಪು ಬಾವುಟವನ್ನು ನೆಡುತ್ತಾಳೆ. ಎರಡು ಬಾವುಟಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವೆಷ್ಟು? ರಶ್ಮಿಯು, ಈ ಇಬ್ಬರ ಬಾವುಟಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ನೀಲಿ ಬಾವುಟವನ್ನು ನೆಡಬೇಕೆಂದಾದರೆ, ಅವಳು ತನ್ನ ಬಾವುಟವನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ನೆಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?



4) (–3, 10) ಮತ್ತು (6, –8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು (–1, 6) ರಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5) A (1, -5) ಮತ್ತು B (-4, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು x – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಾ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
6) (1, 2), (4, y), (x, 6) ಮತ್ತು (3, 5) ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳಾದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
7) AB ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ (2, -3) ಮತ್ತು B ಯು (1, 4) ಆದರೆ, A ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
8) A ಮತ್ತು B ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ (-2, -2) ಮತ್ತು (2, -4) ಆಗಿದ್ದು $AP = \frac{3}{7}AB$ ಆಗುವಂತೆ ರೇಖಾಖಂಡ AB ಯ ಮೇಲೆ ಇರುವ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
9) A (-2, 2) ಮತ್ತು B (2, 8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 4 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ,
10) ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳು (3, 0), (4, 5), (–1, 4) ಮತ್ತು (–2,–1) ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [ಸುಳುಹು: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ (ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)]

ಪರಿಹಾರ

1) (–1, 7) ಮತ್ತು (4, –3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2 : 3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

x_1	y_1	x_2	y_2
-1	7	4	-3

$m_1 : m_2 = 2:3 \quad (x_1, y_1) = (-1, 7), (x_2, y_2) = (4, -3)$,

$(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$= \left(\frac{2(4)+3(-1)}{2+3}, \frac{2(-3)+3(7)}{2+3}\right)$

$= \left(\frac{8-3}{5}, \frac{-6+21}{5}\right)$

$= \left(\frac{5}{5}, \frac{15}{5}\right)$

$(x, y) = (1, 3)$

(-1, 7) ಮತ್ತು (4, -3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 2 : 3 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು (1,3)

2) (4, –1) ಮತ್ತು (–2, –3) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ತ್ರೈಭಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

P ಮತ್ತು Q ಗಳು AB ಯ ತ್ರೈಭಾಜಕ ಬಿಂದುಗಳಾಗಿರಲಿ.

ಅಂದರೆ AP = PQ = QB

x_1	y_1	x_2	y_2
-1	7	4	-3

ಆದ್ದರಿಂದ P ಯು AB ಯನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 1 : 2 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಮೂಲಕ P ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$A(x_1, y_1) = (4, -1)$, $B(x_2, y_2) = (-2, -3)$,

$m_1 = 1, \quad m_2 = 2$

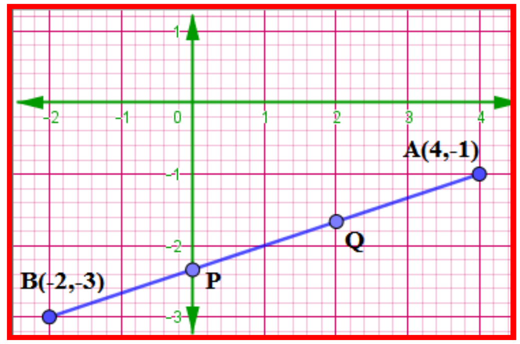
$P(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$= \left(\frac{1(-2)+2(4)}{1+2}, \frac{1(-3)+2(-1)}{1+2}\right)$

$= \left(\frac{-2+8}{3}, \frac{-3-2}{3}\right)$

$= \left(\frac{6}{3}, \frac{-5}{3}\right)$

$= \left(2, \frac{-5}{3}\right)$



Q ಯು AB ಯನ್ನು ಆಂತರಿಕವಾಗಿ 2 : 1 ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುವ ಮೂಲಕ Q ಯ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$A(x_1, y_1) = (4, -1)$, $B(x_2, y_2) = (-2, -3)$ $m_1 = 2$, $m_2 = 1$

$Q(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$

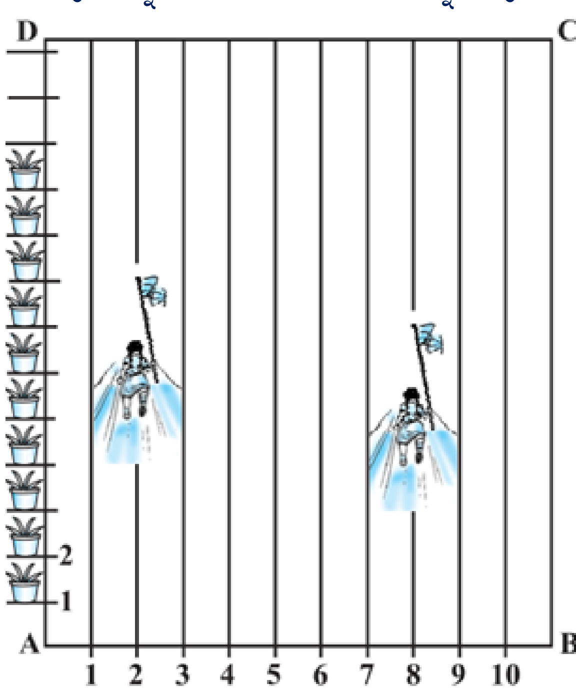
$= \left(\frac{2(-2)+1(4)}{2+1}, \frac{2(-3)+1(-1)}{2+1}\right)$

$= \left(\frac{-4+4}{3}, \frac{-6-1}{3}\right)$

$= \left(\frac{0}{3}, \frac{-7}{3}\right)$

$= \left(0, \frac{-7}{3}\right)$

3) ಕ್ರೀಡಾದಿನದ ಚಟುವಟಿಕೆಗಳನ್ನು ನಡೆಸಲು, ಆಯತಾಕಾರದ ನಿಮ್ಮ ಶಾಲಾ ಮೈದಾನ ABCD ಯಲ್ಲಿ, 1m ಅಂತರದಲ್ಲಿ ಸೀಮೆಸುಣ್ಣದ ಪುಡಿಯಿಂದ ಗೆರೆಗಳನ್ನು ಎಳೆಯಲಾಗಿದೆ. AD ಯ ಉದ್ದಕ್ಕೂ ಪರಸ್ಪರ 1m ಅಂತರದಲ್ಲಿ 100 ಹೂವಿನ ಕುಂಡಗಳನ್ನು ಚಿತ್ರ 7.12 ರಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿರುವಂತೆ, ಇರಿಸಲಾಗಿದೆ. ನಿಹಾರಿಕಾಳು AD ಯ $\frac{1}{4}$ ರಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು ಓಡಿ, 2ನೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಒಂದು ಹಸಿರು ಬಾವುಟವನ್ನು ನೆಡುತ್ತಾಳೆ. ಪ್ರೀತ್ AD ಯ $\frac{1}{5}$ ರಷ್ಟು ದೂರವನ್ನು 8ನೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಓಡಿ, ಕೆಂಪು ಬಾವುಟವನ್ನು ನೆಡುತ್ತಾಳೆ. ಎರಡು ಬಾವುಟಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರವೆಷ್ಟು? ರಶ್ಮಿಯು, ಈ ಇಬ್ಬರ ಬಾವುಟಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡದ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ನೀಲಿ ಬಾವುಟವನ್ನು ನೆಡಬೇಕೆಂದಾದರೆ, ಅವಳು ತನ್ನ ಬಾವುಟವನ್ನು ಎಲ್ಲಿ ನೆಡಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ?



ನಿಹಾರಿಕಾಳು 2 ನೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಓಡಿ ಹಸಿರು ಬಾವುಟ ನೆಟ್ಟ ದೂರ $= \frac{1}{4} \times AD = \frac{1}{4} \times 100 = 25$ m

ಪ್ರೀತ್ 8 ನೇ ಗೆರೆಯಲ್ಲಿ ಓಡಿ ಕೆಂಪು ಬಾವುಟ ನೆಟ್ಟ ದೂರ $= \frac{1}{5} \times AD = \frac{1}{5} \times 100 = 20$ m

x_1	y_1	x_2	y_2
2	25	8	20

ಹಸಿರು ಬಾವುಟದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ $= (2,25) = (x_1, y_1)$

ಕೆಂಪು ಬಾವುಟದ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕ $= (8,20) = (x_2, y_2)$ ಇವುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d = \sqrt{(8-2)^2 + (20-25)^2} = \sqrt{(6)^2 + (-5)^2} = \sqrt{36+25} = \sqrt{61}$ m

ರಶ್ಮಿಯು ಈ ಎರಡು ಬಾವುಗಟಗಳ ಮಧ್ಯದಲ್ಲಿ ನೀಲಿ ಬಾವುಟ ನೆಡುವುದಾದರೆ ಅದರ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(x, y) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

$= \left(\frac{8+2}{2}, \frac{20+25}{2}\right) = \left(\frac{10}{2}, \frac{45}{2}\right)$

$= (5, 22.5)$

4) (−3, 10) ಮತ್ತು (6, −8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು (−1, 6) ರಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂದು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$P(x, y) = (-1, 6)$, $A(x_1, y_1) = (-3, 10)$, $B(x_2, y_2) = (6, -8)$, $m_1 = ?$, $m_2 = ?$

x_1	y_1	x_2	y_2
-3	10	6	-8

$(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$(-1, 6) = \left(\frac{m_1 6) + m_2 (-3)}{m_1 + m_2}, \frac{m_1(-8) + m_2 (10)}{m_1 + m_2}\right)$

$-1 = \frac{6m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2}$ ಅಥವಾ $6 = \frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2}$

$-m_1 - m_2 = 6m_1 - 3m_2$

$-m_1 - 6m_1 = -3m_2 + m_2$

$-7m_1 = -2m_2$

$\frac{m_1}{m_1} = \frac{-2}{-7} = \frac{2}{7}$

$m_1 : m_2 = 2 : 7$ ಈ ಅನುಪಾತವು $y -$ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಕ್ಕೂ ಹೊಂದಾಣಿಕೆಯಾಗುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರಿಶಿಲಿಸಬೇಕಾಗುತ್ತದೆ.

$\frac{-8m_1 + 10m_2}{m_1 + m_2} = \frac{-8(2) + 10(7)}{2+7} = \frac{-16+70}{9} = \frac{54}{9} = 6$

ಆದ್ದರಿಂದ $(-4,6)$ ಬಿಂದುವು A (-6, 10) ಮತ್ತು B (3, -8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು $2:7$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

5) A (1, -5) ಮತ್ತು B (-4, 5) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವು *x* – ಅಕ್ಷದಿಂದ ಯಾವ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಲ್ಪಡುತ್ತದೆ ಎಂಬುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ವಿಭಾಗಿಸುವ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೂಡಾ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$x -$ ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(x, 0)$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ. ಅನುಪಾತವು $k : 1$ ಆಗಿರಲಿ.

$A(x_1, y_1) = (1, -5)$, $B(x_2, y_2) = (-4, 5)$ $m_1 = k$, $m_2 = 1$

$(x, y) = \left(\frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$(x, 0) = \left(\frac{k(-4) + 1(1)}{k+1}, \frac{k(5) + 1(-5)}{k+1}\right)$

$0 = \frac{5k-5}{k+1}$

$5k - 5 = 0 \Rightarrow 5k = 5$

$k = 1$ ಅನುಪಾತವು $1:1$

$x = \frac{1(-4) + 1(1)}{1+1} = \frac{-4+1}{2} = \frac{-3}{2}$

$\therefore$ ಛೇದಕ ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $\left(\frac{-3}{2}, 0\right)$

6) (1, 2), (4, y), (*x*, 6) ಮತ್ತು (3, 5) ಬಿಂದುಗಳು ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳಾದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಅರ್ಧಿಸುತ್ತವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ, AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು = BD ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

ಮಧ್ಯಬಿಂದುನಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $= \left(\frac{x_2 + x_1}{2}\ ,\ \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

$\left(\frac{x+1}{2}\ ,\ \frac{6+2}{2}\right) = \left(\frac{3+4}{2}\ ,\ \frac{5+y}{2}\right)$

$\left(\frac{x+1}{2}\ ,\ \frac{8}{2}\right) = \left(\frac{7}{2}\ ,\ \frac{5+y}{2}\right)$

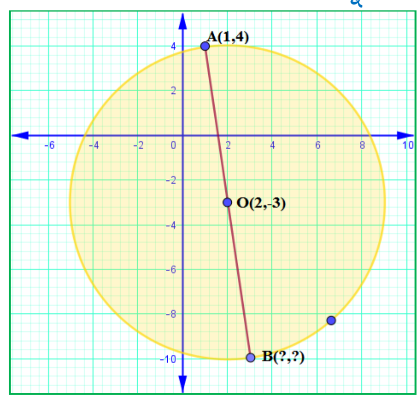
$\frac{x+1}{2} = \frac{7}{2}\ ,\ \frac{5+y}{2} = \frac{8}{2}$

$x + 1 = 7\ ,\ \ 5 + y = 8$

$x = 7 - 1\ ,\ \ y = 8 - 5$

$x = 6,\ \ \ y = 3$

7) AB ವ್ಯಾಸವಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಕೇಂದ್ರ (2, -3) ಮತ್ತು B ಯು (1, 4) ಆದರೆ, A ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ವೃತ್ತಕೇಂದ್ರವು ವ್ಯಾಸದ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

$\therefore (x, y) = (2, -3),\ \ A(x_1, y_1) = ?\ , B(x_2, y_2) = (1, 4)$

$(x, y) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}\ ,\ \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

$(2, -3) = \left(\frac{1 + x_1}{2}\ ,\ \frac{4 + y_1}{2}\right)$

$\frac{1 + x_1}{2} = 2,\ \frac{4 + y_1}{2} = -3$

$1\ +\ x_1 = 4,\ \ 4\ +\ y_1 = -6$

$x_1 = 4 - 1,\ \ \ y_1 = -6 - 4$

$x_1 = 3,\ \ y_1 = -10$

$\therefore$ A ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $(3, -10)$

8) A ಮತ್ತು B ಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ (-2, -2) ಮತ್ತು (2, -4) ಆಗಿದ್ದು $AP = \frac{3}{7}$ AB ಆಗುವಂತೆ ರೇಖಾಖಂಡ AB ಯ ಮೇಲೆ ಇರುವ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

$AP : PB = 3 : 4$

P ಯು AB ಯನ್ನು 3:4 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ.

x_1	y_1	x_2	y_2
-2	-2	2	-4

$Q(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$= \left(\frac{3(2)+4(-2)}{3+4},\ \ \frac{3(-4)+4(-2)}{3+4}\right)$

$= \left(\frac{6-8}{7}, \frac{-12-8}{7}\right)$

$= \left(\frac{-2}{7}, \frac{-20}{7}\right)$

9) A (-2, 2) ಮತ್ತು B (2, 8) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖಾಖಂಡವನ್ನು 4 ಸಮಭಾಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಮಾಡುವ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ,

X ಬಿಂದುವು A B ಯನ್ನು $1 : 3$ ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿರುತ್ತದೆ.

x_1	y_1	x_2	y_2
-2	2	2	8

X ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2\ x_1}{m_1 + m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2 + m_2\ y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$= \left(\frac{1(2)+3(-2)}{1+3},\ \ \frac{1(8)+3(2)}{1+3}\right)$

$= \left(\frac{2-6}{4}, \frac{8+6}{4}\right)$

$= \left(\frac{-4}{4},\ \frac{14}{4}\right)$

$= \left(-1,\ \frac{7}{2}\right)$

Y ಬಿಂದುವು A B ಯನ್ನು ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದೆ.

Y ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(x, y) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}\ ,\ \frac{y_2 + y_1}{2}\right)$

$= \left(\frac{2-2}{2},\ \frac{8+2}{2}\right)$

$= \left(\frac{0}{2}, \frac{10}{2}\right)$

$= (0,\ 5)$

Z ಬಿಂದುವು A B ಯನ್ನು 3: 1 ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿರುತ್ತದೆ.

Z ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(x, y) = \left(\frac{m_1x_2 + m_2\ x_1}{m_1+m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2 + m_2\ y_1}{m_1+m_2}\right)$

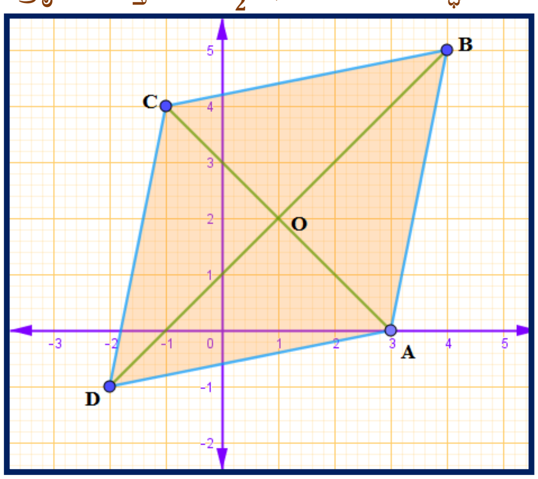
$= \left(\frac{3(2)+1(-2)}{3+1},\ \frac{3(8)+1(2)}{3+1}\right)$

$= \left(\frac{6-2}{4}, \frac{24+2}{4}\right)$

$= \left(\frac{4}{4},\ \frac{26}{4}\right)$

$= \left(1,\ \frac{13}{2}\right)$

10) ಒಂದು ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳು (3, 0), (4, 5), (−1, 4) ಮತ್ತು (−2,−1) ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. [ಸುಳುಹು: ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = $\frac{1}{2}$ (ಕರ್ಣಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ)]



ಕರ್ಣ $AC = \sqrt{(-1-3)^2+(4-0)^2} = \sqrt{(-4)^2+(4)^2} = \sqrt{16+16} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

ಕರ್ಣ $BD = \sqrt{(-2-4)^2+(-1-5)^2} = \sqrt{(-6)^2+(-6)^2} = \sqrt{36+36} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$

ವಜ್ರಾಕೃತಿಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} = \frac{24\left(\sqrt{2}\right)^2}{2} = 12(2) = 24$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ತ್ರಿಭುಜದ ಪಾದ ಮತ್ತು ಅನುರೂಪ ಎತ್ತರವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}\times$ ಪಾದ $\times$ ಎತ್ತರ

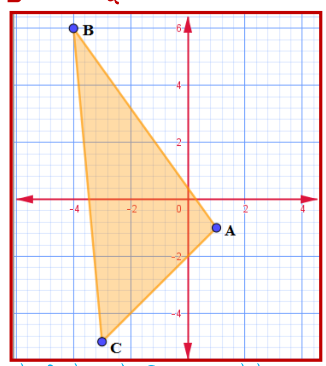
ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಬಾಹುಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ಹೆರಾನ್‌ನ ಸೂತ್ರ

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, ಇಲ್ಲಿ $s=\frac{a+b+c}{2}$

ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ ದೂರ ಸೂತ್ರದ ಸಹಾಯದಿಂದ, ಮೂರು ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು ನಂತರ ಹೆರಾನ್‌ನ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಬಳಸಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಬಹುದು. ಆದರೆ ಬಾಹುಗಳ ಉದ್ದಗಳು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾದಾಗ ಈ ವಿಧಾನವು ಕಷ್ಟಕರವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಅಂತಹ ಸಂದರ್ಭದಲ್ಲಿ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸೂತ್ರವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸುತ್ತೇವೆ.

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $\boxed{=\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]}$

ಉದಾಹರಣೆ 11: ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು (1, -1), (-4, 6) ಮತ್ತು (-3, -5) ಆಗಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



A (1, -1), B(-4, 6) ಮತ್ತು C (-3, -5)

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$

$=\frac{1}{2}[1(6-(-5))+(-4)(-5-(-1))+(-3)(-1-6)]$

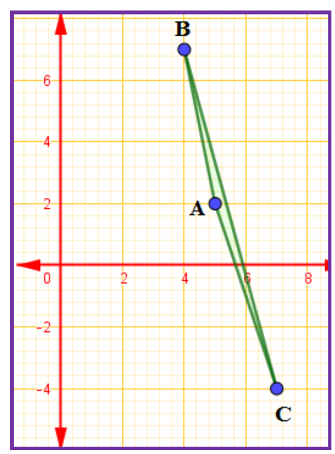
$=\frac{1}{2}[1(6+5)+(-4)(-5+1)+(-3)(-7)]$

$=\frac{1}{2}[11+16+21]$

$=\frac{1}{2}(48)=24$

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=24$ ಚದರ ಮಾನಗಳು

ಉದಾಹರಣೆ 12: A (5, 2), B (4, 7) ಮತ್ತು C (7, -4) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



A (5, 2), B (4, 7) ಮತ್ತು C (7, -4)

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$

$=\frac{1}{2}[5(7-(-4))+4(-4-2)+7(2-7)]$

$=\frac{1}{2}[5(7+4)+4(-6)+7(-5)]$

$=\frac{1}{2}[55-24-35]$

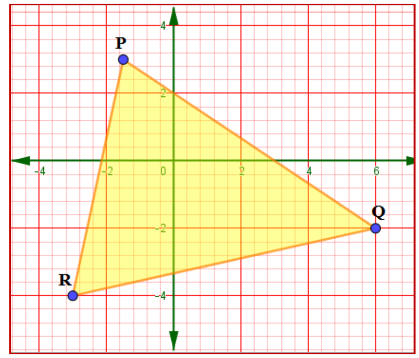
$=\frac{1}{2}(55-59)$

$=\frac{1}{2}(-4)=-2$

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಾವು -2 ರ ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅಂದರೆ 2 ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 2 ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ಉದಾಹರಣೆ 13: P (-1.5, 3), Q (6, -2) ಮತ್ತು R (-3, 4) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[(-1.5)(-2-4) + 6(4-3) + (-3)(3-(-2))]$

$= \frac{1}{2}[(-1.5)(-6) + 6(1) + (-3)(3+2)]$

$= \frac{1}{2}[9 + 6 - 15] = \frac{1}{2}(15 - 15)$

$= \frac{1}{2}(0) = 0$

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಚದರ ಮಾನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಅದರ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿರಲೇಬೇಕು.

ಉದಾಹರಣೆ 14: A (2, 3), B (4, k) ಮತ್ತು C (6, -3) ಎಂಬ ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ,

ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಯಾಗಿರಲೇಬೇಕು. ಅಂದರೆ

$\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)] = 0$

$\frac{1}{2}[2(k-(-3)) + 4(-3-3) + 6(3-k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2(k+3) + 4(-6) + 6(3-k)] = 0$

$\frac{1}{2}[2k + 6 - 24 + 18 - 6k] = 0$

$\frac{1}{2}(-4k) = 0$

$k = 0$

ಪರಿಶೀಲನೆ :

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[2(0-(-3)) + 4(-3-3) + 6(3-0)] = 0$

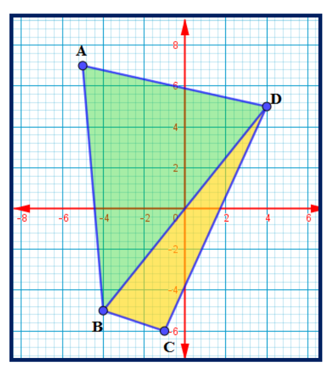
$= \frac{1}{2}[2(3) + 4(-6) + 6(3)]$

$= \frac{1}{2}[6 - 24 + 18]$

$= \frac{1}{2}(0) = 0$

ಉದಾಹರಣೆ 15; A (-5, 7), B (-4, -5) C (-1, -6) ಮತ್ತು D (4, 5) ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾದರೆ, ABCD ಚತುರ್ಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

B ಯನ್ನು D ಗೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ, ನಿಮಗೆ ABD ಮತ್ತು BCD ಗಳೆಂಬ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.



$\therefore$ ABD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[\mathrm{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)}]$

$= \frac{1}{2}[(-5)(-5-5) + (-4)(5-7) + 4(7-(-5))]$

$= \frac{1}{2}[(-5)(-10) + (-4)(-2) + 4(7+5)]$

$= \frac{1}{2}[50 + 8 + 48]$

$= \frac{1}{2}(106)$

$= 53$ ಚದರಮಾನಗಳು

$\therefore$ BCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[\mathrm{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)}]$

$= \frac{1}{2}[(-4)(-6-5) + (-1)(5-(-5)) + 4(-5-(-6))]$

$= \frac{1}{2}[(-4)(-11) + (-1)(5 + 5) + 4(-5 + 6)]$
$= \frac{1}{2}[44 - 10 + 4]$
$= \frac{1}{2}(38)$
$= 19$ ಚದರಮಾನಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ, ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ = 53 + 19 = 72 ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ಅಭ್ಯಾಸ 7.3

1) ಶೃಂಗಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
   i) (2, 3), (-1, 0), (2, -4) ii) (-5, -1), (3, -5) (5, 2)
2) ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ, ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   i) (7, -2), (5, 1), (3, k) ii) (8, 1), (k, -4) (2, -5)
3) (0, -1), (2, 1) ಮತ್ತು (0, 3) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
4) ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳು (-4, -2), (-3, -5), (3, -2) ಮತ್ತು (2, 3) ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ
5) IX ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ (ಅಧ್ಯಾಯ 9, ಉದಾಹರಣೆ 3) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯು ಅದನ್ನು ಎರಡು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಇದನ್ನು A(4,-6), B (3, -2) ಮತ್ತು C (5, 2) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾಗಿರುವ ΔABC ಯಲ್ಲಿ ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

ಪರಿಹಾರ

1) ಶೃಂಗಗಳು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತಿರುವ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

i) (2, 3), (-1, 0), (2, -4) **ii) (-5, -1), (3, -5) (5, 2)**

i) (2, 3), (-1, 0), (2, -4) ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$
$= \frac{1}{2}[2(0 - (-4)) + (-1)(-4 - 3) + 2(3 - 0)]$
$= \frac{1}{2}[2(4) + (-1)(-7) + 2(3)]$
$= \frac{1}{2}[8 + 7 + 6] = \frac{1}{2}(21)$
$= \frac{21}{2}$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ii) (-5, -1), (3, -5) (5, 2) ಶೃಂಗಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$
$= \frac{1}{2}[(-5)(-5 - 2) + 3(2 - (-1)) + 5(-1 - (-5))]$
$= \frac{1}{2}[(-5)(-7) + 3(2 + 1) + 5(-1 + 5)]$
$= \frac{1}{2}[35 + 9 + 20]$
$= \frac{1}{2}(64)$
$= 32$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

2) ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿಯೊಂದರಲ್ಲೂ, ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿದ್ದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) (7, -2), (5, 1), (3, k) ii) (8, 1), (k, -4) (2, -5)

i) (7, -2), (5, 1), (3, k)

ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಯಾಗಿರಲೇಬೇಕು. ಅಂದರೆ

$\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]=0$

$\frac{1}{2}[7(1-k)+5(k-(-2))+3(-2-1)]=0$

$\frac{1}{2}[7(1-k)+5(k+2)+3(-3)]=0$

$\frac{1}{2}[7-7k+5k+10-9]=0$

$\frac{1}{2}(-2k+8)=0$

$-2k=-8$

$k=\frac{-8}{-2}=4$

ii) (8, 1), (k, -4) (2, -5)

ಬಿಂದುಗಳು ಸರಳರೇಖಾಗತವಾಗಿರುವುದರಿಂದ, ಅವುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 0 ಯಾಗಿರಲೇಬೇಕು. ಅಂದರೆ

$\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]=0$

$\frac{1}{2}[8(-4-(-5))+k(-5-1)+2(1-(-4))]=0$

$\frac{1}{2}[8(-4+5)+k(-6)+2(1+4)]=0$

$\frac{1}{2}[8(1)+k(-6)+2(5)]=0$

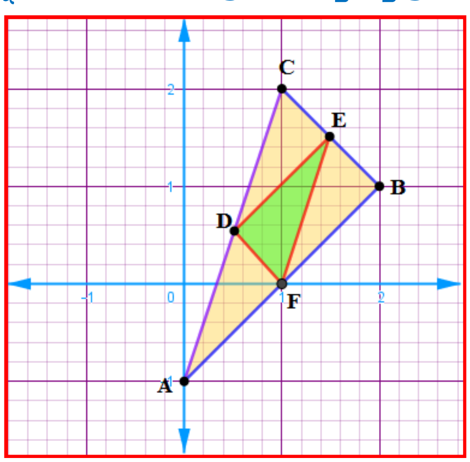
$\frac{1}{2}[8-6k+10]=0$

$\frac{1}{2}(-6k+18)=0$

$-6k=-18$

$k=\frac{-18}{-6}=3$

3) (0, -1), (2, 1) ಮತ್ತು (0, 3) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ತ್ರಿಭುಜದ ಬಾಹುಗಳ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾಗುವ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಈ ತ್ರಿಭುಜ ಮತ್ತು ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.



A(0, -1), B(2, 1) ಮತ್ತು C(0, 3) ತ್ರಿಭುಜದ ಮೂರು ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾದಾಗ

AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(x,y)=\left(\frac{x_2+x_1}{2}\ ,\ \frac{y_2+y_1}{2}\right)=\left(\frac{2+0}{2}\ ,\ \frac{1-1}{2}\right)=\left(\frac{2}{2}\ ,\ \frac{0}{2}\right)=(1,\ 0)$

AC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು E ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(x, y) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right) = \left(\frac{0+0}{2}, \frac{3-1}{2}\right) = \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2}\right) = (0, 1)$

BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು F ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(x, y) = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}, \frac{y_2 + y_1}{2}\right) = \left(\frac{0+2}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = \left(\frac{2}{2}, \frac{4}{2}\right) = (1, 2)$

$D(1, 0)$, $E(0, 1)$ ಮತ್ತು $F(1, 2)$ ಮಧ್ಯಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸಿದಾಗ ಉಂಟಾದ ΔDEF ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[1(1-2) + 0(2-0) + 1(0-1)]$

$= \frac{1}{2}[1(-1) + 0 + 1(-1)]$

$= \frac{1}{2}[-1-1]$

$= \frac{1}{2}(-2)$

$= -1$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಾವು –1 ರ ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅಂದರೆ 1 ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 1 ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ದತ್ತ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[0(1-3) + 2(3-(-1)) + 0(-1-1)]$

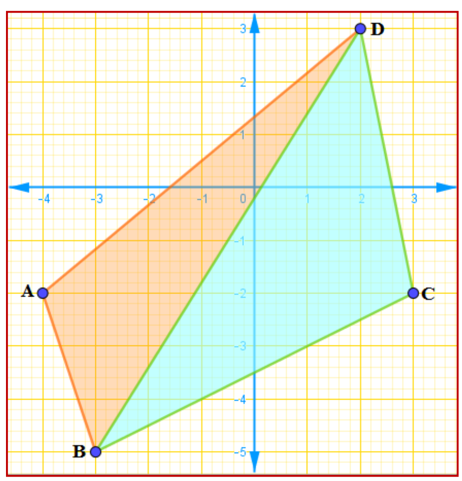
$= \frac{1}{2}[0 + 8 + 0]$

$= \frac{1}{2}(8)$

$= 4$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ತ್ರಿಭುಜಗಳ ವಿಸ್ತೀರ್ಣಗಳ ಅನುಪಾತ $= 4:1$

4) ಒಂದು ಚತುರ್ಭುಜದ ಅನುಕ್ರಮ ಶೃಂಗಗಳು (-4, -2), (-3, -5), (3, -2) ಮತ್ತು (2, 3) ಆದರೆ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ



A(-4, -2), B(-3, -5), C(3, -2) ಮತ್ತು D(2, 3)

B ಯನ್ನು D ಗೆ ಸೇರಿಸುವುದರಿಂದ, ABD ಮತ್ತು BCD ಗಳೆಂಬ ಎರಡು ತ್ರಿಭುಜಗಳು ದೊರೆಯುತ್ತವೆ.

$\therefore$ ABD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[(-4)(-5-3) + (-3)(3-(-2)) + 2(-2-(-5))]$

$= \frac{1}{2}[(-4)(-8) + (-3)(3+2) + 2(-2+5)]$

$= \frac{1}{2}[32 - 15 + 6]$

$= \frac{1}{2}(23)$

$= \frac{23}{2}$ ಚದರಮಾನಗಳು

$\therefore$ BCD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[(-3)(-2-3) + 3(3-(-5)) + 2(-5-(-2))]$

$= \frac{1}{2}[(-3)(-5) + 3(3+5) + 2(-5+2)]$

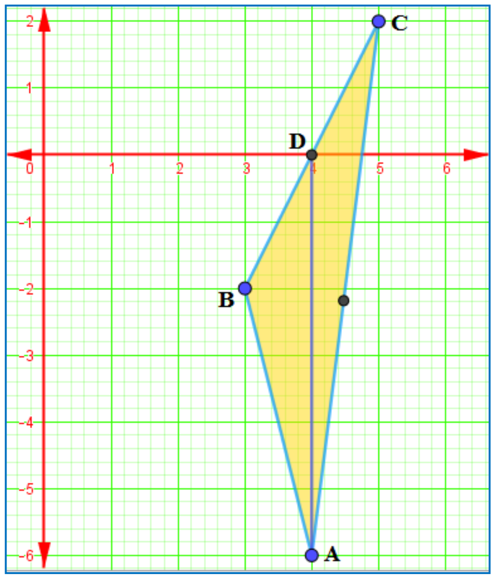
$= \frac{1}{2}[15 + 24 - 6]$

$= \frac{1}{2}(33)$

$= \frac{33}{2}$ ಚದರಮಾನಗಳು

ಆದ್ದರಿಂದ, ಚತುರ್ಭುಜ ABCD ಯ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{23}{2} + \frac{33}{2} = \frac{56}{2} = 28$ ಚದರ ಮಾನಗಳು.

5) **IX ತರಗತಿಯಲ್ಲಿ (ಅಧ್ಯಾಯ 9, ಉದಾಹರಣೆ 3) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯು ಅದನ್ನು ಎರಡು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆಂದು ಕಲಿತಿದ್ದೀರಿ. ಇದನ್ನು A(4,-6), B (3, -2) ಮತ್ತು C (5, 2) ಶೃಂಗಬಿಂದುಗಳಾಗಿರುವ ΔABC ಯಲ್ಲಿ ತಾಳೆ ನೋಡಿ.**



BC ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದು D ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು

$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \left(\frac{\mathbf{x_2 + x_1}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{y_2 + y_1}}{\mathbf{2}}\right) = \left(\frac{\mathbf{5+3}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{2-2}}{\mathbf{2}}\right)$

$= \left(\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{2}}, \frac{\mathbf{0}}{\mathbf{2}}\right) = (\mathbf{4}, \mathbf{0})$

ΔABD ವಿಸ್ತೀರ್ಣ

$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[4(-2-0) + 3(0-(-6)) + 4(-6-(-2))]$

$= \frac{1}{2}[4(-2) + 3(6) + 4(-6+2)]$

$= \frac{1}{2}[-8 + 18 - 16]$

$= \frac{1}{2}(18 - 24)$

$= \frac{1}{2}(-6) = -3$ ಚದರಮಾನಗಳು

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಾವು -3 ರ ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅಂದರೆ 3 ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3 ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ΔADC ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$

$= \frac{1}{2}[4(0-2) + 4(2-(-6)) + 5(-6-0)]$

$= \frac{1}{2}[4(-2) + 4(2+6) + 5(-6)]$

$= \frac{1}{2}[-8 + 32 - 30]$

$= \frac{1}{2}(-6) = -3$ ಚದರಮಾನಗಳು

ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು ಋಣಾತ್ಮಕವಾಗಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ. ನಾವು -3 ರ ಪರಿಮಾಣಾತ್ಮಕ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಅಂದರೆ 3 ನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತೇವೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವು 3 ಚದರ ಮಾನಗಳು.

ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಯು ಅದನ್ನು ಎರಡು ಸಮ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ ತ್ರಿಭುಜಗಳನ್ನಾಗಿ ವಿಭಾಗಿಸುತ್ತದೆಂದು ತಿಳಿಯುತ್ತದೆ.

ಸಾರಾಂಶ

1. ಎರಡು ಬಿಂದುಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರ $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
2. ಮೂಲಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಸಮತಲದ ಮೇಲಿರುವ ಮತ್ತೊಂದು ಬಿಂದುವಿಗೆ ಇರುವ ದೂರ $d=\sqrt{x^2+y^2}$
3. ಭಾಗ ಪ್ರಮಾಣ ಸೂತ್ರ : $A(x_1,y_1)$ ಮತ್ತು $B(x_2,\ y_2)$ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ರೇಖೆಯನ್ನು P ಬಿಂದುವು $m:n$ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಗಿಸಿದರೆ P ಬಿಂದುವಿನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು
   $P(x,y)=\left(\frac{m_1x_2+m_2\ x_1}{m_1+m_2}\ ,\ \frac{m_1y_2+m_2\ y_1}{m_1+m_2}\right)$
4. P ಬಿಂದು AB ಯ ಮಧ್ಯಬಿಂದುವಾಗಿದ್ದಾಗ $m:n=1:1$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
   P ನ ನಿರ್ದೇಶಾಂಕಗಳು $P(x,y)=\left(\frac{x_2+x_1}{2}\ ,\ \frac{y_2+y_1}{2}\right)$
5. ತ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ $=\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)]$

8 ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು

ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯು, ಅದರ ಹೆಸರೇ ಸೂಚಿಸುವಂತೆ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಭಾಗಾಕಾರಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದ್ದಾಗಿದೆ. ಇದರ ಪ್ರಕಾರ,

ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಯನ್ನು ಇನ್ನೊಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ b ಯಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಶೇಷ r ಎಂಬುದು, ಯಾವಾಗಲೂ ಭಾಜಕ b ಗಿಂತ ಕಡಿಮೆಯಾಗಿರುತ್ತದೆ.

8.2 ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ:

ಪ್ರಮೇಯ 8.1

(ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ): ದತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ,

$a = bq + r$ ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ

$0 \leq r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಒಂದು ಹೇಳಿಕೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಲು ಪ್ರಾಥಮಿಕವಾಗಿ ಬಳಸುವ, ಈಗಾಗಲೇ ಸಾಧಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಒಂದು ಮೂಲಭೂತ ಹೇಳಿಕೆಯೇ ಅನುಪ್ರಮೇಯ.

ಉದಾಹರಣೆ 1: ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ 4052 ಮತ್ತು 12576ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4052	**12576**	**3**
	12156	
	420	

$12576 = 4052 \times 3 + 420$

420	4052	9
	3780	
	272	

$4052 = 420 \times 9 + 272$

272	420	1
	272	
	148	

$420 = 272 \times 1 + 148$

148	272	1
	148	
	124	

$272 = 148 \times 1 + 124$

124	148	1
	124	
	24	

$148 = 124 \times 1 + 24$

24	124	5
	120	
	4	

$124 = 24 \times 5 + 4$

4	24	6
	24	
	0	

$24 = 4 \times 6 + 0$

ಆದ್ದರಿಂದ, 4052 ಮತ್ತು 12576ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. 4

ಉದಾಹರಣೆ 2: q ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದಾಗ, ಪ್ರತಿ ಧನ ಸಮ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 2q ರೂಪದಲ್ಲಿ ಮತ್ತು ಪ್ರತಿ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 2q + 1 ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ: 'a' ಯು ಒಂದು ಸಮ ಧನ ಪೂಣಾಂಕ ಆಗಿದ್ದಾಗ,

(i) $a = 2q + r$ ಇಲ್ಲಿ $0 \le r < 2$

$\Rightarrow r = 0$ ಅಥವಾ 1 ಆಗಿರಬೇಕು

'a' ಯು ಒಂದು ಸಮ ಧನ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿರುವುದರಿಂದ $r = 0$ ಆಗಿರಬೇಕು.

$\therefore a = 2q + 0 \Rightarrow a = 2q$

(ii) 'a'ಯು ಒಂದು ಬೆಸ ಧನ ಪೂಣಾಂಕವಾಗಿದ್ದಾಗ ,$r \neq o \Rightarrow r = 1$

$\therefore a = 2q + 1$

ಉದಾಹರಣೆ 3: q ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾದಾಗ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 4q + 1 ಅಥವಾ 4q + 3 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

a' ಮತ್ತು b ಗಳು ಧನ ಪೂಣಾಂಕ ಮತ್ತು $a > b$ ಆಗಿರಲಿ.
ಭಾಗಾಕಾರ ಅಲ್ಗಾರಿಥಂ ಪ್ರಕಾರ;

$a = bq + r$; $0 \le r < b$
$b = 4$ ಆದಾಗ,

$a = (4x2) + r, 0 \le r < 4 \therefore r = 0, 1, 2, 3$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

i) $r = 0$ ಆದಾಗ,

$a = 4q \Rightarrow a = 2(2q)$ ಇದು 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ.

ii) $r = 1$ ಆದಾಗ,

$a = 4q + 1 \Rightarrow a = 2(2q) + 1$ ಇದು 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.

iii) $r = 2$ ಆದಾಗ,

$a = 4q + 2 \Rightarrow a = 2(2q + 1)$ ಇದು 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ.

iv) $r = 3$ ಆದಾಗ,

$a = 4q + 3 \Rightarrow a = 2(2q+1) + 1$ ಇದು 2 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.

∴ ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 4q + 1 ಅಥವಾ 4q + 3 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ

ಉದಾಹರಣೆ 4: ಒಬ್ಬ ಸಿಹಿತಿಂಡಿಯ ವ್ಯಾಪಾರಿಯ ಬಳಿ 420 ಕಾಜು ಬರ್ಫಿಗಳು ಮತ್ತು 130 ಬಾದಾಮಿ ಬರ್ಫಿಗಳು ಇವೆ. ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಬರ್ಫಿಗಳಿರುವಂತೆ ಹಾಗೂ ತಟ್ಟೆಯಲ್ಲಿ ಅವು ಕನಿಷ್ಠ ಸ್ಥಳವನ್ನು ಆಕ್ರಮಿಸುವಂತೆ, ಅವುಗಳನ್ನು ಒಂದರ ಮೇಲೊಂದರಂತೆ ಪೇರಿಸಿಡಲು ಆಕೆಯು ಬಯಸುತ್ತಾಳೆ. ಹೀಗೆ ಮಾಡಬೇಕಾದರೆ, ಪ್ರತಿ ಗುಂಪಿನಲ್ಲಿ ಜೋಡಿಸಬೇಕಾದ ಗರಿಷ್ಠ ಬರ್ಫಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಷ್ಟು?

$420 = 130 \times 3 + 30$

$130 = 30 \times 4 + 10$

$30 = 10 \times 3 + 0$

ಹೀಗೆ, 420 ಮತ್ತು 130ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವು 10 ಆಗಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಸಿಹಿತಿಂಡಿಯ ವ್ಯಾಪಾರಿಯು ಎರಡೂ ರೀತಿಯ ಬರ್ಫಿಗಳ 10 ಗುಂಪುಗಳನ್ನು ಮಾಡಬಹುದು.

ಅಭ್ಯಾಸ 8.1

1. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. (i) 135 ಮತ್ತು 225 (ii) 196 ಮತ್ತು 38220 (iii) 867 ಮತ್ತು 255
2. ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 6q+1 ಅಥವಾ 6q+3 ಅಥವಾ 6q+5 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ q ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ.
3. 32 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳದ ತುಕಡಿಯ ಹಿಂದೆ 616 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳ ಸೈನಿಕರ ಗುಂಪು ಒಂದು ಪಥ ಸಂಚಲನದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆ ಎರಡೂ ತಂಡಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಗರಿಷ್ಠ ಎಷ್ಟು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಈ ರೀತಿ ಚಲಿಸಬಹುದು?
4. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ವರ್ಗವು 3m ಅಥವಾ 3m+1 ರೂಪದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ m ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.

   [ಸುಳುಹು: x ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಅದು 3q, 3q+1 ಅಥವಾ 3q+2 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು 3m ಅಥವಾ 3m+1 ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.]
5. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಘನವು 9m, 9m+1 ಅಥವಾ 9m+8 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ

1. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 135 ಮತ್ತು 225 (ii) 196 ಮತ್ತು 38220 (iii) 867 ಮತ್ತು 255

(i) 135 ಮತ್ತು 225

135	225	1	
	135		
	90		225 = 135 x 1 + 90
90	135	1	
	90		135 = 90 x 1 + 45
	45		
45	90	2	
	90		90 = 45 x 2 + 0
	0		

ಆದ್ದರಿಂದ ಮ.ಸಾ.ಅ = 45

(ii) 196 ಮತ್ತು 38220

196	38220	195	
	38220		38220 = 196 x 195 + 0
	0		

ಆದ್ದರಿಂದ ಮ.ಸಾ.ಅ = 196

(iii) 867 ಮತ್ತು 255

255	867	3
	765	
	102	
102	255	2
	204	
	51	
51	102	2
	102	
	0	

$867 = 255 \times 3 + 102$

$255 = 102 \times 2 + 51$

$102 = 51 \times 2 + 0$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮ.ಸಾ.ಅ = 51

2. **ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 6q+1 ಅಥವಾ 6q+3 ಅಥವಾ 6q+5 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ q ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ.**

a ಯು ಒಂದು ಧನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. $b = 6$ ಆಗಿರಲಿ
ಆದ್ದರಿಂದ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಭಾಗಾಕಾರ ಅಲ್ಗಾರಿಥಂ ಪ್ರಕಾರ,

$a = bq + r\ [\ 0 \leq r < b\ ]$
$\Rightarrow a = 6q + r\ \ [\ r = 0,1,2,3,4,5\ ]$
(i) $r = 0$ ಆದಾಗ, $a = 6q \Rightarrow$ ಇದು 2ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $6q$ ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ.
(ii) $r = 1$ ಆದಾಗ, $a = 6q + 1 \Rightarrow$ ಇದು 2ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ $6q + 1$ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.
(iii) $r = 2$ ಆದಾಗ, $a = 6q + 2 \Rightarrow$ ಇದು 2ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $6q + 2$ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ.
(iv) $r = 3$ ಆದಾಗ, $a = 6q + 3 \Rightarrow$ ಇದು 2ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ $6q + 3$ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.
(v) $r = 4$ ಆದಾಗ, $a = 6q + 4 \Rightarrow$ ಇದು 2ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುತ್ತದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ $6q + 4$ಒಂದು ಸಮ ಸಂಖ್ಯೆ.
(iv) $r = 5$ ಆದಾಗ, $a = 6q + 5 \Rightarrow$ ಇದು 2ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗುವುದಿಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ $6q + 5$ ಒಂದು ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ.
ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಧನ ಬೆಸ ಪೂರ್ಣಾಂಕವು 6q+1 ಅಥವಾ 6q+3 ಅಥವಾ 6q+5 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

So odd numbers will in form of $6q + 1$, or $6q + 3$, or $6q + 5$.

3. **32 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳದ ತುಕಡಿಯ ಹಿಂದೆ 616 ಸದಸ್ಯರುಳ್ಳ ಭೂದಳ ಸೈನಿಕರ ಗುಂಪು ಒಂದು ಪಥ ಸಂಚಲನದಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಆ ಎರಡೂ ತಂಡಗಳು ಒಂದೇ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬೇಕಾಗಿದೆ. ಗರಿಷ್ಠ ಎಷ್ಟು ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಅವರು ಈ ರೀತಿ ಚಲಿಸಬಹುದು?**

(iii) 867 ಮತ್ತು 255

32	616	19
	608	
	8	
8	32	4
	32	
	0	

$616 = 32 \times 19 + 8$

$32 = 8 \times 4 + 0$

ಆದ್ದರಿಂದ ಮ.ಸಾ.ಅ = 8

ಗರಿಷ್ಠ 8 ಕಂಬಸಾಲುಗಳಲ್ಲಿ ಚಲಿಸಬಹುದು

4. **ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ವರ್ಗವು 3m ಅಥವಾ 3m+1 ರೂಪದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ m ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ.**

[ಸುಳುಹು: x ಎಂಬುದು ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ ಅದು 3q, 3q+1 ಅಥವಾ 3q+2 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ. ಈಗ ಪ್ರತಿಯೊಂದನ್ನೂ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳನ್ನು 3m ಅಥವಾ 3m+1 ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪುನಃ ಬರೆಯಬಹುದು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.]

ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂಣಾಂಕವನ್ನು 3 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ, ಶೇಷವು 0,1, ಅಥವಾ 3 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

$\Rightarrow$ a ಯು 3q, 3q + 1 ಅಥವಾ 3q + 2 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

i) a = 3q ಆದಾಗ,

$a^2 = (3q)^2 = 9q^2 = 3(3q^2) = 3m$ $\quad$ ($m = 3q^2$)

ii) a = 3q + 1 ಆದಾಗ,

$a^2 = (3q + 1)^2 = 9q^2 + 6q + 1 = 3(3q^2 + 2) + 1 = 3m+ 1$ $\quad$ ($m = 3q^2 + 2$)

iii) a = 3q + 2 ಆದಾಗ,

$a^2 = (3q + 2)^2 = 9q^2 + 12q + 4 \Rightarrow a^2 = 9q^2 + 12q + 3 + 1$

$\Rightarrow 3(3q^2 + 4q +1) + 1 = 3m + 1$ $\quad$ ($m = 3q^2 + 4q +1$)

(i) (ii) ಮತ್ತು (iii) ರಿಂದ

ಆದ್ದರಿಂದ, ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ವರ್ಗವು 3m ಅಥವಾ 3m+1 ರೂಪದಲ್ಲಿಯೇ ಇರುತ್ತದೆ

5. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಘನವು 9m, 9m+1 ಅಥವಾ 9m+8 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

a ಯು ಒಂದು ಧನ ಬೆಸ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. b = 3 ಆಗಿರಲಿ

ಆದ್ದರಿಂದ ಯೂಕ್ಲಿಡ್ ಭಾಗಾಕಾರ ಅಲ್ಗಾರಿಥಂ ಪ್ರಕಾರ,

$a = bq + r\ [\ 0 \leq r < b\ ]$

$\Rightarrow a = 3q + r\ \ [\ r = 0,1,2\ ]$

(i) r = 0 ಆದಾಗ, a = 3q

$\Rightarrow a^3 = (3q)^3$

$\Rightarrow a^3 = 9q^3 \Rightarrow 9m$ $\quad$ [$\because m = q^3$]

(ii) r = 1 ಆದಾಗ, a = 3q + 1

$a^3 = (3q + 1)^3$

$a^3 = 27q^3 + 3x(3q)^2x1 + 3x3qx1 + 1$

$a^3 = 27q^3 + 27q^2 + 9q + 1$

$a^3 = 9(3q^3 + 9q + q) + 1$

$\Rightarrow a^3 = 9m + 1$ $\quad$ [$\because m = 3q^3 + 9q + q$]

(iii) r = 2 ಆದಾಗ, a = 3q + 2

$a^3 = (3q + 2)^3$

$a^3 = 27q^3 + 54q^2 + 18q + 8$

$a^3 = 9(3q^3 + 6q^2 + 2q) + 8$

$a^3 = 9m + 8$ $\quad$ [$\because m = 3q^3 + 6q^2 + 2q$]

ಆದ್ದರಿಂದ ಯಾವುದೇ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕದ ಘನವು 9m, 9m+1 ಅಥವಾ 9m+8 ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ

8.3 ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ:

ಪ್ರಮೇಯ 8.2 (ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ): ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು (ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು) ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಘಟಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗುವಂತೆ ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು ಎಂದು ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯವು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ದತ್ತ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಒಂದು ಅನನ್ಯ ರೀತಿಯಲ್ಲಿ ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು. ಆದರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ದೊರೆಯುವಿಕೆಯು ವಿಭಿನ್ನ ಕ್ರಮಗಳಲ್ಲಿರಬಹುದು ಎಂದು ಈ ಪ್ರಮೇಯವು ತಿಳಿಸುತ್ತದೆ. ಅಂದರೆ, ಯಾವುದೇ ದತ್ತ ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಒಂದೇ ಒಂದು ವಿಧದಲ್ಲಿ ಮಾತ್ರ ಬರೆಯಬಹುದು. ಆದರೆ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳನ್ನು ಬರೆಯುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ನಿರ್ದಿಷ್ಟತೆ ಇರುವುದಿಲ್ಲ. ಉದಾಹರಣೆಗೆ $2 \times 3 \times 5 \times 7$ ಇದು $3 \times 5 \times 7 \times 2$ ಎಂಬುದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ ಅಥವಾ ಇನ್ನಾವುದೇ ಸಾಧ್ಯವಿರುವ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ ಬರೆಯುವುದಕ್ಕೆ ಸಮನಾಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 5: 4^n ರೀತಿಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ n ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ. n ದ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ 4^n ಎಂಬುದು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುತ್ತದೆಯೇ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ಪರಿಹಾರ:

n ದ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ, 4^n ಇದು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ, ಅದು 5 ರಿಂದ ನಿಶ್ಶೇಷವಾಗಿ ಭಾಗಿಸಲ್ಪಡಬೇಕು. ಅಂದರೆ, 4^n ಇದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ 5ನ್ನು ಒಳಗೊಂಡಿರಬೇಕು.

ಆದರೆ $4^n = (2)^{2n}$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಇದು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲ.

ಹೀಗೆ 4^n ದ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿರುವ ಒಂದೇ ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಯು 2 ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ 4^n ದ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯಲ್ಲಿ ಬೇರೆ ಯಾವುದೇ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ n ದ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ 4^n ಇದು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ.

ಉದಾಹರಣೆ 6: 6 ಮತ್ತು 20ರ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: $6 = 2^1 \times 3^1$

$20 = 2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 5^1$

ಮ.ಸಾ.ಅ. (6,20) = 2 ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ. (6, 20) = $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ,

ಮ.ಸಾ.ಅ. (a, b) x ಲ.ಸಾ.ಅ (a, b) = a x b

ಉದಾಹರಣೆ 7: 96 ಮತ್ತು 404ರ ಮ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದರಿಂದ ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಪರಿಹಾರ: 96 ಮತ್ತು 404ನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಬರೆಯಬಹುದು.

$96 = 2^5 \times 3$

$404 = 2^2 \times 101$

ಆದ್ದರಿಂದ ಈ ಎರಡು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 2^2 = 4$

∴ ಲ.ಸಾ.ಅ. (96, 404) $= \frac{96 \times 404}{4} = 9696$

ಉದಾಹರಣೆ 8: 6, 72 ಮತ್ತು 120 ಇವುಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಲ.ಸಾ.ಅ.ಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$6 = 2 \times 3$

$72 = 2^3 \times 3^2$

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$

∴ ಮ.ಸಾ.ಅ. (6, 72, 120) $= 2^1 \times 3^1 = 2 \times 3 = 6$

∴ ಲ.ಸಾ.ಅ. (6, 72, 120) $= 2^3 \times 3^2 \times 5^1 = 8 \times 9 \times 5 = 360$

ಅಭ್ಯಾಸ 8.2

1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.
   (i) 140 (ii) 156 (iii) 3825 (iv) 5005 (v) 7429
2. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಜೋಡಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ. ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.
   (i) 26 ಮತ್ತು 91 (ii) 510 ಮತ್ತು 92 (iii) 336 ಮತ್ತು 54.
3. ಕೆಳಗಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ.ಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
   (i) 12, 15 ಮತ್ತು 21 (ii) 17, 23 ಮತ್ತು 29 (iii) 8, 9 ಮತ್ತು 25
4. (306, 657)ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. = 9 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
5. n ದ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ 6^n ಇದು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬಹುದೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ n ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.
6. 7 x 11 x 13 + 13 ಮತ್ತು 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 + 5 ಇವು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ ಏಕೆ? ವಿವರಿಸಿ.
7. ಒಂದು ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಸುತ್ತಲೂ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮಾರ್ಗವಿದೆ. ಸೋನಿಯಾಳು ಆ ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಒಂದು ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 18 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ರವಿಯು ಅದೇ ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 12 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಒಂದೊಮ್ಮೆ ಅವರಿಬ್ಬರೂ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಆರಂಭಿಸಿ, ಏಕಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಪುನಃ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ?

ಪರಿಹಾರ

1. ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರತಿ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಿ.

(i) 140 (ii) 156 (iii) 3825 (iv) 5005 (v) 7429

(i) $140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7$

(ii) $156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13 = 2^2 \times 3 \times 13$

(iii) $3825 = 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 17 = 3^2 \times 5^2 \times 17$

(iv) $5005 = 5 \times 7 \times 11 \times 13$

(v) $7429 = 17 \times 19 \times 23$

2. ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿರುವ ಜೋಡಿ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ. ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿದು, ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ ಎಂಬುದನ್ನು ತಾಳೆ ನೋಡಿ.

(i) 26 ಮತ್ತು 91 (ii) 510 ಮತ್ತು 92 (iii) 336 ಮತ್ತು 54.

(i) $26 = 2 \times 13$

$91 = 7 \times 13$

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 13$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2 \times 7 \times 13 = 182$

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= 26 \times 91 = 2366$

ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. = $13 \times 182 = 2366$

∴ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

(ii) $510 = 2 \times 3 \times 5 \times 17$

$92 = 2 \times 2 \times 23$

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 2$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 17 \times 23 = 23460$

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= 510 \times 92 = 46920$

ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 2 \times 23460 = 46920$

∴ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

(iii) $336 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7$

$54 = 2 \times 3 \times 3 \times 3$

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 2 \times 3 = 6$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 = 3024$

ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ $= 336 \times 54 = 18144$

ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 6 \times 3024 = 18144$

∴ಲ.ಸಾ.ಅ. x ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

3. ಕೆಳಗಿನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ.ಗಳನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ವಿಧಾನದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

(i) 12, 15 ಮತ್ತು 21 (ii) 17, 23 ಮತ್ತು 29 (iii) 8, 9 ಮತ್ತು 25

(i) $12 = 2 \times 2 \times 3$

$15 = 3 \times 5$

$21 = 3 \times 7$

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 3$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

(ii) $17 = 1 \times 17$

$23 = 1 \times 23$

$29 = 1 \times 29$

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 1$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 1 \times 17 \times 19 \times 23 = 11339$

(iii) $8 = 1 \times 2 \times 2 \times 2$

$9 = 1 \times 3 \times 3$

$25 = 1 \times 5 \times 5$

ಮ.ಸಾ.ಅ. $= 1$

ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 = 1800$

4. (306, 657)ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. = 9 ಆದರೆ ಅವುಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ.ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಲ.ಸಾ.ಅ x ಮ.ಸಾ.ಅ. = ಆ ಎರಡು ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧ

∴ ಲ.ಸಾ.ಅ. $(306 \times 657) = \frac{306 \times 657}{9} = 22338$

5. n ದ ಯಾವುದೇ ಬೆಲೆಗೆ 6^n ಇದು ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬಹುದೇ? ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ n ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

ಇಲ್ಲಿ, n ಒಂದು ಸ್ವಾಭಾವಿಕ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

6^n ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳಬೇಕಾದರೆ ಅದು 5 ರಿಂದ ಭಾಗವಾಗಬೇಕು. ಅಥವಾ 5 ಅದರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಬೇಕು.

ಆದರೆ, 6 ರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2 ಮತ್ತು 3 ಆಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ 5 6 ರ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿಲ್ಲ.

$\Rightarrow 6^n = (2 \text{ x } 3)^n$

$\Rightarrow 6^n$ ಇದರ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತಗಳಲ್ಲಿ 5 ಒಂದು ಅಪವರ್ತನವಾಗಿಲ್ಲವಾಗಿರುವುದರಿಂದ,

ಆದ್ದರಿಂದ 6^n ಸೊನ್ನೆಯಿಂದ ಕೊನೆಗೊಳ್ಳುವುದಿಲ್ಲ.

6. 7 x 11 x 13 + 13 ಮತ್ತು 7 x 6 x 5 x 4 x 3 x 2 x 1 + 5 ಇವು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿವೆ ಏಕೆ? ವಿವರಿಸಿ.

$7 \times 11 \times 13 + 13$
$=13\ (7x11 + 1)$
$=13(77 + 1\ )$
$=13\ (78)$
$=13x2x3x13$
ಎರಡು ಅಥವಾ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಆದ್ದರಿಂದ 7 x 11 x 13 + 13 ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ

$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$
$=5(7 \times 6 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 +1)$
$=5(1008 + 1)$
$=5(1009)$
ಎರಡು ಅಥವಾ ಎರಡಕ್ಕಿಂತ ಹೆಚ್ಚು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವು ಒಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
ಆದ್ದರಿಂದ $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5$

7. **ಒಂದು ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಸುತ್ತಲೂ ವೃತ್ತಾಕಾರದ ಮಾರ್ಗವಿದೆ. ಸೋನಿಯಾಳು ಆ ಕ್ರೀಡಾಂಗಣದ ಒಂದು ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 18 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಂಡರೆ, ರವಿಯು ಅದೇ ಸುತ್ತನ್ನು ಪೂರ್ಣಗೊಳಿಸಲು 12 ನಿಮಿಷಗಳನ್ನು ತೆಗೆದುಕೊಳ್ಳುತ್ತಾನೆ. ಒಂದೊಮ್ಮೆ ಅವರಿಬ್ಬರೂ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಿಂದ ಏಕಕಾಲದಲ್ಲಿ ಆರಂಭಿಸಿ, ಏಕಮುಖವಾಗಿ ಚಲಿಸಿದರೆ, ಎಷ್ಟು ನಿಮಿಷಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಪುನಃ ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ?**
ಅವರು ಸಮಯಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ದ ಬೆಲೆಗೆ ಮತ್ತೊಮ್ಮೆ ಒಂದೇ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ.

$18 = 2 \times 3 \times 3$
$12 = 2 \times 2 \times 3$
ಲ.ಸಾ.ಅ. $= 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$
ಆದ್ದರಿಂದ 36 ನಿಮಿಷಗಳಗಳ ನಂತರ ಅವರು ಪುನ: ಆರಂಭಿಕ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಸಂಧಿಸುತ್ತಾರೆ.

8.4 ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಪುನರಾವಲೋಕನ:

ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಲು ಸಾಧ್ಯವಿಲ್ಲದಿದ್ದರೆ ಅದನ್ನು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎನ್ನುತ್ತಾರೆ ಹಾಗೂ ಇಲ್ಲಿ $p, q \in Z, q \neq 0$

ಪ್ರಮೇಯ 8.3: ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ p ಯು a^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ, ಆಗ p ಯು a ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ a ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 8.4: $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.
$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z, q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]
ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳಿಗೆ 1 ರ ಹೊರತು ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.
ಈಗ, $\sqrt{2} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{2}q = p$
ಎರಡೂ ಬದಿ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ,
$(\sqrt{2}q)^2 = p^2$
$\Rightarrow 2q^2 = p^2 \qquad (1)$
$\Rightarrow 2, p^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 2,$ p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]
ಆದ್ದರಿಂದ $p = 2m$ ಆಗಿರಲಿ,
$(1) \Rightarrow 2q^2 = (2m)^2$
$\Rightarrow q^2 = 2m^2$
$\Rightarrow 2, q^2$ ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 2,$ q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]
ಆದ್ದರಿಂದ 2, p ಮತ್ತು q ಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

ಉದಾಹರಣೆ 9: $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳಿಗೆ 1 ರ ಹೊರತು ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈಗ, $\sqrt{3} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{3}q = p$

ಎರಡೂ ಬದಿ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ,

$(\sqrt{3}q)^2 = p^2$

$\Rightarrow 3q^2 = p^2$ (1)

$\Rightarrow 3$, p^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 3$, p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ $p = 3m$ ಆಗಿರಲಿ,

(1) $\Rightarrow 3q^2 = (3m)^2$

$\Rightarrow q^2 = 3m^2$

$\Rightarrow 3$, q^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow 3$, q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ 3, p ಮತ್ತು q ಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

- **ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಮೊತ್ತ ಅಥವಾ ವ್ಯತ್ಯಾಸವು ಅಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು**
- **ಶೂನ್ಯವಲ್ಲದ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಗುಣಲಬ್ಧ ಮತ್ತು ಭಾಗಲಬ್ಧವು ಅಭಾಗಲಬ್ಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ.**

ಉದಾಹರಣೆ 10: $5 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ:$5 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow 5 - \sqrt{3} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

$\Rightarrow 5 - \frac{p}{q} = \sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{5q-p}{q} = \sqrt{3}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{5q-p}{q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $5 - \sqrt{3}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಉದಾಹರಣೆ 11: $3\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ:$3\sqrt{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow 3\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ [$p,q \in Z$, $q \neq 0$ ಮತ್ತು $(p,q)=1$]

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{3q}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{p}{3q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $3\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

ಅಭ್ಯಾಸ 8.3

1. $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.
2. $3 + 2\sqrt{5}$
3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಭಾಗಲಬ್ಧಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

   (i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ii) $7\sqrt{5}$ (iii) $6+\sqrt{2}$

ಪರಿಹಾರ:

1. $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [p,q$\in$ Z, q $\neq$ 0 ಮತ್ತು (p,q)=1]

ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳಿಗೆ 1 ರ ಹೊರತು ಯಾವುದೇ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನ ಇರುವುದಿಲ್ಲ.

ಈಗ, $\sqrt{5} = \frac{p}{q} \Rightarrow \sqrt{5}q = p$

ಎರಡೂ ಬದಿ ವರ್ಗಗೊಳಿಸಿದಾಗ,

$(\sqrt{5}q)^2 = p^2$

$\Rightarrow 5q^2 = p^2$ (1)

$\Rightarrow$ 5, p^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow$ 5, p ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ p = 3m ಆಗಿರಲಿ,

(1) $\Rightarrow 5q^2 = (5m)^2$

$\Rightarrow q^2 = 5m^2$

$\Rightarrow$5, q^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ $\Rightarrow$ 5, q ನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. [ಪ್ರಮೇಯದ ಪ್ರಕಾರ]

ಆದ್ದರಿಂದ 5, p ಮತ್ತು q ಗಳ ಸಾಮಾನ್ಯ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದೆ.

ಇದು ನಮ್ಮ ಊಹೆಗೆ ವಿರುದ್ಧವಾಗಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿದೆ.

2. $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $3 + 2\sqrt{5}$ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow 3 + 2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [p,q$\in$ Z, q $\neq$ 0 ಮತ್ತು (p,q)=1]

$\Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{p}{q} - 3$

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p-2q}{2q}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{p-2q}{2q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ

ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $3 + 2\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

3. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಭಾಗಲಬ್ಧಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (ii) $7\sqrt{5}$ (iii) $6+\sqrt{2}$

(i) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{p}{q}$ [p,q$\in$ Z, q $\neq$ 0 ಮತ್ತು (p,q)=1]

$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{p}{q}$

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{2p}{q}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{2p}{q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

(ii) $7\sqrt{5}$

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $7\sqrt{5}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$7\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ [p,q$\in$ Z, q $\neq$ 0 ಮತ್ತು (p,q)=1]

$\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{7q}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{p}{7q}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $7\sqrt{5}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

(iii) $6 + \sqrt{2}$

ಸಾಧನೆ:ಊಹೆ: $6 + \sqrt{2}$ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.

$\Rightarrow 6 + \sqrt{2} = \frac{p}{q}$ [p,q$\in$ Z, q $\neq$ 0 ಮತ್ತು (p,q)=1]

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p}{q} - 6$

$\Rightarrow \sqrt{2} = \frac{p-6q}{2}$

ಇಲ್ಲಿ $\frac{p-6q}{2}$ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆದರೆ $\sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ. ಇದು ಅಸಾಧ್ಯ ಆದ್ದರಿಂದ ನಮ್ಮ ಊಹೆ ತಪ್ಪು.

ಆದ್ದರಿಂದ $6 + \sqrt{2}$ ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ

8.5 ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳ ಪುನರಾವಲೋಕನ:

ಪ್ರಮೇಯ 8.5: x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ.ಆಗ x ನ್ನು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳು ಸಹ ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2^n x 5^n ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ n,m ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿವೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 8.6: $x = \frac{p}{q}$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ q ಅಪವರ್ತನಗಳು 2^n x 5^m ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದು, n ಮತ್ತು m ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು. ಆಗ x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಪ್ರಮೇಯ 8.7: $x = \frac{p}{q}$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2^n x 5^n ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದೇ n ಮತ್ತು m ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು. ಆಗ x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಅಭ್ಯಾಸ 8.4

1. ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡದೇ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ ತಿಳಿಸಿ:

   (i) $\frac{13}{3125}$ (ii) $\frac{17}{8}$ (iii) $\frac{64}{455}$ (iv) $\frac{15}{1600}$
   (v) $\frac{29}{343}$ (vi) $\frac{23}{2^3 5^3}$ (vii) $\frac{23}{2^2 5^7 7^5}$ (viii) $\frac{6}{15}$
   (ix) $\frac{35}{50}$ (x) $\frac{77}{210}$

2. ಪ್ರಶ್ನೆ 1ರಲ್ಲಿನ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

3. ಕೆಲವು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದೆ. ಆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಭಾಗಲಬ್ಧವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ಅವು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಹೇಳುವಿರಿ?

   (i) 43.123456789 (ii) 0.120120012000120000... (iii) 43.123456789

ಪರಿಹಾರ

1. ದೀರ್ಘ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮಾಡದೇ, ಈ ಕೆಳಗಿನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ ಅಥವಾ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿವೆಯೇ ತಿಳಿಸಿ:

(i) $\frac{13}{3125}$ (ii) $\frac{17}{8}$ (iii) $\frac{64}{455}$ (iv) $\frac{15}{1600}$
(v) $\frac{29}{343}$ (vi) $\frac{23}{2^3 5^3}$ (vii) $\frac{23}{2^2 5^7 7^5}$ (viii) $\frac{6}{15}$
(ix) $\frac{35}{50}$ (x) $\frac{77}{210}$

(i) $\frac{13}{3125}$

ಛೇದವನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ $3125 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$

$3125 = 2^0 \times 5^5$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(ii) $\frac{17}{8}$

ಛೇದವನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ $8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$8 = 2^3 \times 5^0$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(iii) $\frac{64}{455}$

ಛೇದವನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ $455 = 5 \times 7 \times 13$

ಛೇದದಲ್ಲಿ 7x13 ಇದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ.
ಆದ್ದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(iv) $\frac{15}{1600}$

ಛೇದವನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ $455 = 5 \times 7 \times 13$

$1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^6 \times 5^2$

$1600 = 2^6 \times 5^2$ ಆಗಿರುವುದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(v) $\frac{29}{343}$

ಛೇದವನ್ನು ಅಪವರ್ತಿಸಿದಾಗ $343 = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$

$343 = 7^3$

ಇದು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(vi) $\frac{23}{2^3 5^2}$

ಛೇದವು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(vii) $\frac{23}{2^2 5^7 7^5}$

ಛೇದವು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(viii) $\frac{6}{15}$

$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

ಛೇದವು $2^0 \times 5^1$ ಅಂದರೆ $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

(ix) $\frac{35}{50}$

$\frac{35}{50} = \frac{7}{10} = \frac{7}{2x5}$

ಛೇದವು $2^1 \times 5^1$ ಅಂದರೆ $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

x) $\frac{77}{210}$

$\frac{77}{210} = \frac{11}{30} = \frac{11}{2x3x5}$

ಛೇದವು $2^n \times 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ. ಆದ್ದರಿಂದ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

2. ಪ್ರಶ್ನೆ 1ರಲ್ಲಿನ ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

(i) $\frac{13}{5^5}$

$\frac{13}{5^5} \times \frac{2^5}{2^5} = \frac{15x32}{105} = \frac{416}{100000} = 0.00416$

(ii) $\frac{17}{8}$

$\frac{17}{8} = \frac{17}{2^3} \times \frac{5^3}{5^3} = \frac{17x125}{1000} = 2.125$

(iii) $\frac{15}{1600} = \frac{15}{2^6 5^2} = \frac{15x5^4}{2^6 x5^6} = \frac{15x625}{1000000} = 0.009375$

(iv) $\frac{23}{2^3 5^3}$

$\frac{23}{2^3 5^3} = \frac{23x5}{2^3 5^3} \quad \frac{115}{1000} = 0.115$

(v) $\frac{6}{15}$

$\frac{6}{15} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{10} = 0.4$

(vi) $\frac{35}{50}$

$\frac{35}{50} = \frac{7}{10} = 0.7$

3. ಕೆಲವು ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಈ ಕೆಳಗೆ ನೀಡಿದೆ. ಆ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯೂ ಭಾಗಲಬ್ಧವೇ ಅಥವಾ ಅಲ್ಲವೇ ಎಂಬುದನ್ನು ನಿರ್ಧರಿಸಿ. ಅವು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು, $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದರೆ, q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳ ಬಗ್ಗೆ ನೀವು ಏನನ್ನು ಹೇಳುವಿರಿ?

(i) 43.123456789 (ii) 0.120120012000120000... (iii) $43.\overline{123456789}$

(i) 43.123456789 - ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

ಹಾಗೂ q ವು 2^nx5^m ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತದೆ.

$\frac{43123456789}{1000000000} = \frac{43123456789}{2^9 5^9}$

(ii) 0.120120012000120000...

ಇದು ಆವರ್ತಗೊಳ್ಳದ ಮತ್ತು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವುದರಿಂದ ಇದು ಒಂದು ಅಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ.

(iii) $43.\overline{123456789}$

ಇದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದ ಆವರ್ತಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ.

ಆದ್ದರಿಂದ ಇದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ.

$x = 43.\overline{123456789}$ ಆಗಿರಲಿ (1)

$\Rightarrow 1000000000x = 43123456789\overline{123456789}\ldots..$ (2)

$(1) - (2) = 999999999x = 43123456746$

$x = \frac{43123456746}{999999999}$ ಇದು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿದೆ. ಆದರೆ 999999999 ರ ಅಪವರ್ತನಗಳು 2^n x 5^m ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲ.

ಸಾರಾಂಶ:

1. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯ: ದತ್ತ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದ a ಮತ್ತು b ಗಳಿಗೆ, a = bq+r ಗೆ ಸರಿಹೊಂದುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಎಂಬ ಎರಡು ಅನನ್ಯ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ ಮತ್ತು ಇಲ್ಲಿ $0 \le r < b$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
2. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಕ್ರಮವಿಧಿ: ಇದು ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಆಧರಿಸಿದೆ. ಇದರ ಪ್ರಕಾರ, ಯಾವುದೇ ಎರಡು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು a ಮತ್ತು b (a>b) ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ ವನ್ನು ಈ ಕೆಳಗಿನಂತೆ ಪಡೆಯಬಹುದು.

   ಹಂತ1: a = bq+r ಆಗುವಂತೆ q ಮತ್ತು r ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಲು ಭಾಗಾಕಾರ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಅನ್ವಯಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ $0 \le r < b$

   ಹಂತ2: r = 0 ಆದರೆ, ಮ.ಸಾ.ಅ. ವು b ಆಗಿರುತ್ತದೆ. $r \neq 0$ ಆದರೆ, ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಅನುಪ್ರಮೇಯವನ್ನು b ಮತ್ತು r ಗಳಿಗೆ ಅನ್ವಯಿಸಿ.

   ಹಂತ 3: ಶೇಷವು ಸೊನ್ನೆಯಾಗುವವರೆಗೆ ಈ ಪ್ರಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು ಮುಂದುವರಿಸಿ. ಈ ಹಂತದಲ್ಲಿನ ಭಾಜಕವೇ ಮ.ಸಾ.ಅ. (a, b) ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಮ.ಸಾ.ಅ. (a, b) = ಮ.ಸಾ.ಅ. (b, r) ಆಗಿರುತ್ತದೆ.
3. ಅಂಕಗಣಿತದ ಮೂಲ ಪ್ರಮೇಯ:

   ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಸಂಯುಕ್ತ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳ ಗುಣಲಬ್ಧವಾಗಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು (ಅಪವರ್ತಿಸಬಹುದು) ಮತ್ತು ಈ ಅಪವರ್ತಿಸುವಿಕೆಯು, ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು ಘಟಿಸುವ ಕ್ರಮವನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅನನ್ಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ.
4. ಒಂದು ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಸಂಖ್ಯೆ p ಯು a^2 ನ್ನು ಭಾಗಿಸಿದರೆ ಆಗ p ಯು a ಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ. ಇಲ್ಲಿ a ಒಂದು ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವಾಗಿದೆ.

5. $\sqrt{2}, \sqrt{3}$ ಇವು ಅಭಾಗಲಬ್ಧಗಳೆಂದು ಸಾಧಿಸುವುದು.
6. x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಆಗ x ನ್ನು $\frac{p}{q}$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ವ್ಯಕ್ತಪಡಿಸಬಹುದು. ಇಲ್ಲಿ p ಮತ್ತು q ಗಳು ಸಹ – ಅವಿಭಾಜ್ಯಗಳು ಮತ್ತು q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n x 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿರುತ್ತವೆ. ಇಲ್ಲಿ n, m ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾಗಿವೆ.
7. $x = \frac{p}{q}$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n x 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿದ್ದು, n ಮತ್ತು m ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು. ಆಗ x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.
8. $x = \frac{p}{q}$ ಎಂಬುದು ಒಂದು ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆ ಆಗಿರಲಿ. ಇಲ್ಲಿ q ದ ಅವಿಭಾಜ್ಯ ಅಪವರ್ತನಗಳು $2^n x 5^m$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಇಲ್ಲದೇ n ಮತ್ತು m ಗಳು ಋಣಾತ್ಮಕವಲ್ಲದ ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು. ಆಗ x ಎಂಬುದು ಅಂತ್ಯಗೊಳ್ಳದೇ ಆವರ್ತವಾಗುವ ದಶಮಾಂಶ ವಿಸ್ತರಣೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.